

Elektronikus jelfeldolgozási módszerek optikai rendszerek szimbólumközi áthallásának csökkentésére

OSVÁTH LÁSZLÓ, PAKSY GÉZA

BME Távközlési és Médiainformatikai Tanszék
{osvath, paksy}@tmit.bme.hu

Lektorált

Kulcsszavak: jelközi átlapolódás, lineáris kiegyenlítés, döntésvisszacsatolás, sorozatbecslés, Viterbi-algoritmus, EDC

A nagytávolságú, nagysebességű optikai rendszerek hatótávolságát korlátozó torzítások kompenzálása az elektromos tartományban végzett jelfeldolgozás segítségével is hatékony lehet. Cikkünkben áttekintjük azokat a kiegyenlítési, jelkezelési módszereket, amelyek alkalmazása optikai rendszerekben is ígéretes megoldásnak látszik. Bemutatjuk a lineáris és a döntésvisszacsatolt kiegyenlítő működését, ismertetjük a Viterbi-algoritmuson alapuló sorozatbecslés módszerét, s kitérünk az adaptívítás biztosításának lehetőségeire is.

1. Bevezetés

A multi-gigabites, nagytávolságú optikai rendszerek fejlődésével egyre jobban szükségessé vált az optikai rendszer vételi oldalán detektálható jelsorozat optimális hullámformájának meghatározása, az átviteli optikai szakaszon létrejövő torzítások korrigálása. Az optikai átviteli rendszerek, optikai erősítőt nem alkalmazó első generációinál multimódusú (MM) optikai szál alkalmazása esetén néhányszor 10 Gbit/s, egymódusú (SM) szál alkalmazásánál <1 Gbit/s átviteli sebességig az áthidalható távolságot az adó-vevő közötti csillapítás és a vevő érzékenysége határozta meg, a vett jel alakja közel azonos volt az adójelalakkal. A sebesség és a távolság növelésével azonban a vételi jelalakot már dominánsan az optikai csatorna lineáris és nemlineáris torzításai határozzák meg, ezek hatását kell csökkenteni, esetleg teljesen kivédeni.

Az alkalmazható módszerek között meg kell említeni a jelközi átlapolódás miatti jeltorzulást korrigáló optikai vagy elektronikus tartományban működő hullámforma korrektorokat. Más megközelítés a hibarány csökkentésre alkalmas hibajavító kódolás (Forward Error Correction, FEC) alkalmazása. Az elektronikus hullám-

forma korrektorok (Electronic Dispersion Compensation, EDC) első sikeres alkalmazása Gigabit Ethernet MM szálon történő átvitelénél volt, de ma már a SM szál 10 és 40 Gbit/s sebességű rendszerekben is alkalmaz-
zák.

Jelen cikk célkitűzése, hogy áttekintse az EDC megvalósításához rendelkezésre álló elektronikus jelfeldolgozási módszereket.

1.1. Az optikai összeköttetés rendszermodellje

A következőkben egy optikai összeköttetés rendszermodellje alapján meghatározzuk a vételi jelet és azt terhelő ISI-t meghatározó rendszer komponenseket.

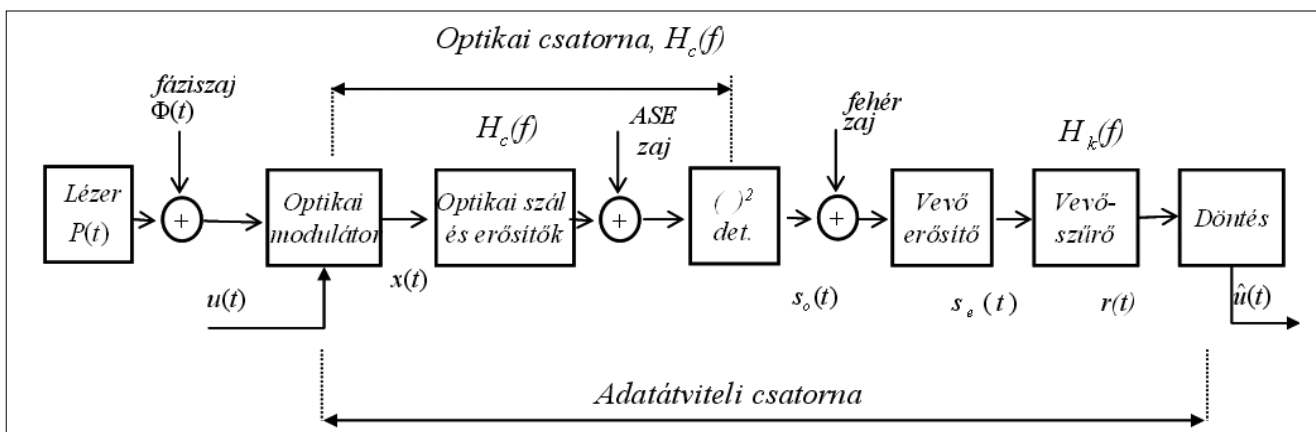
Az 1. ábra szerinti általános optikai összeköttetésmodellben az optika adó egy lézerciód, melynek $P(t)$ szinuszos optikai jelét az $u(t)$ NRZ digitális adatjel modulálja egy külső modulátorban. Az modulátor kimenő optikai teljesítménye a moduláló jel feszültségével arányos. A lézerciód jelét $\Phi(t)$ fáziszaj is terheli.

Az optikai modulátor kimenetén megjelenő $x(t)$ modulált az alábbi lesz:

$$x(t) = \sqrt{|u(t)|} \exp[j(2\pi f_c t + \zeta(t) + \Phi(t))],$$

ahol $\zeta(t)$ az $u(t)$ moduláló jel fázisa.

1. ábra Az optikai átvitel rendszermodellje



Az optikai szálak és optikai erősítők láncát alkotja az optikai csatornát, melynek eredő átviteli függvénye $H_c(f)$. Az optikai csatornában a jel lineáris és nemlineáris torzításokat szenved, valamint az EDFA optikai erősítők által létrehozott spontán emissziós zaj (ASE) terheli. Ha eltekintünk ezektől a zajoktól és nem vesszük figyelembe a nemlineáris hatásokat, azaz az optikai csatornát egy lineáris, diszperzív csatornának fogjuk fel, akkor az optikai csatorna kimenetén megjelenő $s_o(t)$ optikai adójel alakját csak az adójel és $H_c(f)$ optikai csatorna átviteli függvénye határozza meg:

$$s_o(t) = x(t) \otimes h_c(t),$$

ahol $h_c(t)$ a $H_c(f)$ csatornaátviteli függvény inverz Fourier-tanszformáltja, a \otimes szimbólum pedig a konvolúciót jelenti.

Az $s_o(t)$ optikai jel az optikai vevő fotodetektora alakítja vissza elektromos jellé. A fotodióda egy négyzetes detektor, ami azt jelenti, hogy az optikai vevődiódán átfolyó áram és az ebből létrejövő $s_e(t)$ elektromos feszültség arányos a beeső optikai jel pillanatnyi energiájával, R az optikai-elektromos átalakítás konverziós tényezője:

$$s_e(t) = R |s_o(t)|^2$$

A döntéshez, optimális $r(t)$ jel létrehozásához $H_k(t)$ eredő átviteli függvényű vevőszűrőt és korrekort

$$r(t) = s_e(t) \otimes h_k(t),$$

azaz

$$r(t) = R |x(t) \otimes h_c(t)|^2 \otimes h_k(t) \text{ használunk,}$$

ahol $h_k(t)$ a $H_k(f)$ átviteli függvény inverz Fourier-tanszformáltja.

Az előző képletek helyettesítésével megkapjuk a vett alapsávi jelalakot az alábbi formában:

$$r(t) = R \sqrt{|u(t)|} \exp[j(\zeta(t) + \Phi(t))] \otimes h_c(t) \otimes h_k(t)$$

Mint látható, a döntés előtti $r(t)$ jelben az ISI az optikai jelben keletkező ISI négyzetével arányos, ezért lineáris korrekterekkel nem lehet teljes mértékben korrigálni. A lineáris kiegyenlítés azonban bizonyos körülmények között hatásos lehet, ennek részleteit a 5. szakaszban mutatjuk be.

1.2. A jeltorzulás forrásai optikai rendszerekben

Optikai átviteli rendszerekben a jel degradáció forrásait – hatásuk szerint – az alábbiak szerint csoportosíthatjuk [9]:

- Az átviteli jelben hoz létre torzítást, ez lehet jelalaktorzítás, vagy lehet parazita fázismoduláció, azaz jitter.
- Több, párhuzamosan haladó jel egymásra hatása következtében létrejövő torzítások, ezek a DWDM rendszerekben lépnek fel.
- Különbéle forrásból származó zajok.

A jelközi átlapolódás szempontjából az a) kategóriába tartozó torzítások a meghatározóak. Legismertebb ilyen hatás a kromatikus diszperzió (CD), mely az optikai szál törésmutatójának hullámhossz függéséből eredő anyagdiszperzió. A kromatikus diszperzió a hullámhossz

függvényében eltérő futási időt eredményez, melynek hatására a jelalakban az eltérő időben érkező impulzus kiszélesedést okoznak. Korai rendszerekben hatását az optikai szakasz eredő diszperziójának megfelelő ellenértékes értékű kromatikus diszperziójú szállal korrigálták.

Másik közismert jeltorzító effektus a polarizáció módusú diszperzió (PMD), mely az optikai szál törésmutatójának polarizációfüggéséből ered. Hatására az optikai szálban ortogonálisan haladó két módus eltérő csoportfutási idejéből adódóan a jelalak két összetevőre válik szét, szélső esetben két független impulzus érkezik meg. A PMD időben változó értékű és nagysága függ az optikai vonal hosszától. Kompenzálására számos módszert dolgoztak ki, Ezek a vagy az optikai tartományban működő, optikai korrekterok, vagy az elektromos tartományban működő elektronikus áramkörök.

A CD és PMD jeltorzító hatása a megjelenő jelközi átlapolódás. Ennek kiküszöbölésére hatékony módszernek bizonyult az elektronikus jelkorrekterok alkalmazása, melynek elméleti alapjait és módszereit a következőkben tekintjük át.

2. A szimbólumközi áthallás keletkezése és hatása

Az optikai modulátor $u(t)$ vezérlő jelét hagyományos adatátviteli szóhasználatnál szinkron PAM jelnek nevezzük. Ez az információhordozó analóg jel az $\alpha = \{\alpha_i, i=0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ diszkrét (bináris) értékészletű sorozatból az

$$u(t) = \sum_i \alpha_i \cdot g(t - iT)$$

szabállyal képződik.

A $g(\cdot)$ függvényt elemi jelnek nevezzük, az elemi adatcsomagok adásának ütemét megadó T paraméter a jelzési idő. Jellegzetes (például NRZ, RZ) elemi jelekkel kapcsolatban szemléletes az a kép, hogy a jelzési idő az elemi adatcsomagok megjelenítésére szolgáló időrések szélességét jelenti. Az α_i amplitúdók értékészlete gyakran kettőhatvány számosságú, ha éppen kettő, akkor bináris jelről beszélünk. Az általánosan alkalmazott on-off optikai átvitelnél a $\{0, +1\}$ értékészletet értelmezzük.

A szinkron PAM jel vétele – kiértékelése, detekciója – időrésenként egyetlen jelminta alapján megtörténhet, ha a mintavétel pozíciója, fázisa megfelelő. Ha ugyanis valamely $t_0 \in (0, T)$ mintavételi fázisra igaz, hogy

$$g_k = g(t_0 + kT) = 0, \quad \forall k \neq 0 - ra \quad (1)$$

továbbá $g_0 = g(t_0)$ (és ez az elemi jel energiájához képest nagy), akkor az adatjel k -adik mintája

$$\begin{aligned} u_k &= u(t_0 + kT) = \\ &= \sum_i \alpha_i \cdot g(t_0 + kT - iT) = \sum_i \alpha_i \cdot g_{k-i} = \alpha_k \cdot g_0 \end{aligned}$$

csakis α_k -tól függ, s így az a mintából kitalálható. Az átvitelt még egyszerű esetekben is legalább két kellemetlen környezeti hatás zavarja:

- A jelhez különféle külső forrásból származó idegen jelek adódnak, ezeket zajnak nevezzük;

- Az egyébiránt lineáris átviteli rendszer egyes elemeinek frekvenciafüggő viselkedése miatt a leadott elemi jelek kiszélesednek (elkenődnek) – ez a diszperzió. Hatására az egyszerű detekció (1) feltételei (a Nyquist-feltételek) sérülnek.

E két hatás miatt a detekcióról alkotott kép bonyolultabb: adottak az eltorzult, zajos adatjel

$$s_k = \sum_i \alpha_i \cdot g_{k-i} + v_k = \alpha_k \cdot g_0 + \sum_{i \neq k} \alpha_i \cdot g_{k-i} + v_k$$

mintái, s ezen megfigyelések alapján kell következtetni az α adatsorozat elemeire [1]. A teljes feldolgozás szokásos modelljét az 2. ábra mutatja. Gyakran jó leírása a valóságnak, hogy a zajminták az adatoktól és egymástól is függetlenek, s hogy normális eloszlásúak, zérus várható értékkel és σ szórással. Ha ráadásul az amplitúdók lehetséges értéke 0 vagy 1, 50-50% valószínűséggel, s a döntést szimbólumonként végezzük, akkor a legjobb küszöbű ($t = \sum_i g_i/2$) döntés hibavalószínűsége

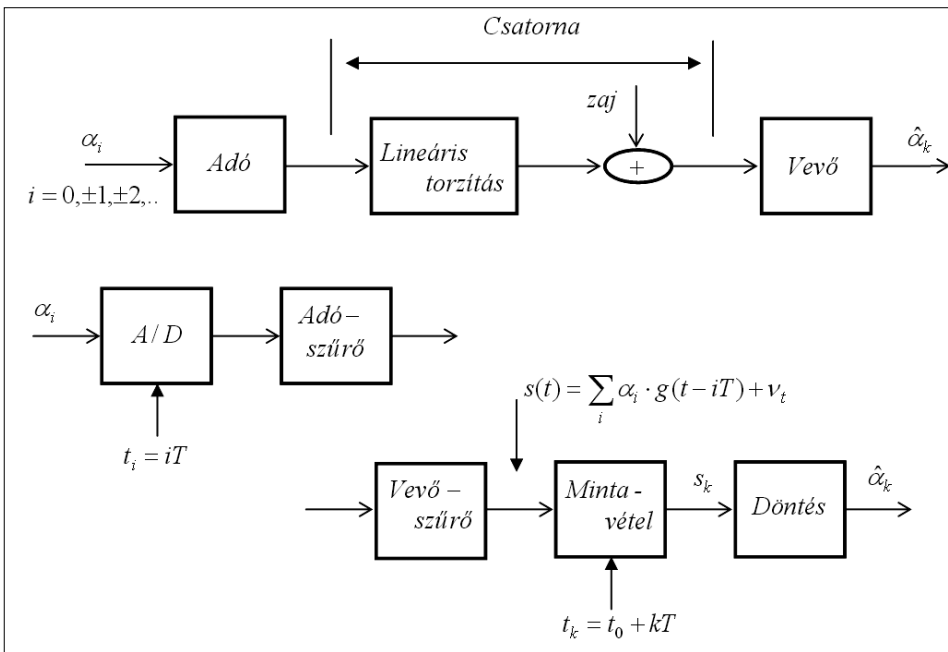
$$P_{bit} \cong \Phi\left(-\frac{\hat{g}_0}{2\sigma}\right), \text{ ahol } \hat{g}_0 = g_0 - \sum_{i \neq 0} |g_i| \quad (2)$$

ahol $\Phi(\cdot)$ az egységnyi szórással normális eloszlású valószínűségi változó eloszlásfüggvénye.

Ez a kifejezés a bithibák valószínűségének valójában egy felső becslése, de ezzel együtt helyesen mutatja a diszperzió okozta szimbólumközi áthallás romboló hatását. Leolvasható, hogy a szimbólumközi áthallás önmagában hibát nem feltétlenül okoz, de radikálisan ronthatja a hibavalószínűséget meghatározó jel-zaj mérleget.

A szimbólumközi áthallás létrejöttében az elkenődött elemi jel előregző (precursor) és lecsengő (postcursor) szakasza egyaránt szerepet játszik. A gyakorlatban olykor az előregző szakasz nagyon rövid, s hatása elhanyagolható. Hogy az ISI (InterSymbol Interference)

2. ábra Szinkron PAM rendszer



kialakulásában hány szomszédnak van szerepe, azt alapjában a teljes rendszer sáv szélessége szabja meg. Mi a továbbiakban csak egy-egy szomszéd hatását tekintjük meghatározónak, főleg az áttekinthetőség érdekében.

3. Kiegyenlítés vagy alkalmazkodás

A leírtakból következően a diszperzió hatása egyértelműen károsnak látszik. Ez így is van, legalábbis akkor, ha ragaszkodunk a szimbólumonként – időrésenként – elvégezhető egyszerű döntésekhez, s ráadásul körülhatároljuk a döntéselőkészítéshez felhasználható eszközök körét (lényegében a lineáris transzformációkra szorítkozunk). Ezeket az eljárásokat kiegyenlítésnek nevezzük, arra a hatásmódra utalva, hogy valamiképpen kiegyenlítik, kompenzálják az aktuális időrésben megjelenő, ám a szomszédos amplitúdóktól származó járu-lékokat [2].

E módszerek alapvető korlátja, hogy az egyes időrészek tartalmáról hozott döntéseinket időrésenként elszigetelve hozzuk meg és a szomszédos időrészek tartalmát zavaró tényezőnek véelve, azok hatását csökkenteni igyekszünk. Megfontolandó, hogy ehelyett – vállalva egy bonyolultabb értékelési mechanizmust – a megfigyelések hosszabb sorozatait együttesen vizsgálva latolgassuk, melyik adatsorozat hozta őket létre, mely adatsorozattal magyarázhatók a leghihetőbben. Ilyenkor sorozatbecslésről beszélünk [3], s látni fogjuk, hogy a bonyolultabb feldolgozás jár némi előnnyel.

3.1. A szimbólumközi áthallás kiegyenlítése

3.1.1. Lineáris (transzverzális) kiegyenlítés

Példaként tekintsük azt a rendszert, amelyben

$$s_k = \alpha_{k+1} \cdot g_{-1} + \alpha_k \cdot g_0 + \alpha_{k-1} \cdot g_1 + v_k \quad (3)$$

Normális körülmények között g_{-1} és g_1 viszonylag kicsi, így s_k végső soron α_k -ra, s_{k-1} ugyanilyen mélységben α_{k-1} -re, s_{k-2} pedig nyilván α_{k-2} -re jellemző. s_{k-1} „összerakásában” ugyanakkor α_{k-1} mellett szerepe van α_k -nak és α_{k-2} -nek is. Természetes a gondolat: s_{k-1} -et szabadítsuk meg α_k és α_{k-2} hatásától, s ehhez használjuk az ismeretlen α_k és α_{k-2} helyett a hozzájuk hasonló és ismert s_k és s_{k-2} értékeket! Legyen tehát

$$\hat{s}_k = c_{-1} \cdot s_k + s_{k-1} + c_1 \cdot s_{k-2} \cdot$$

Az együttthatók ügyes megválasztásával ($c_{-1} = -g_{-1}/g_0$, $c_1 = -g_1/g_0$) elérhető például, hogy a keletkező összegben α és α_{k-2} súlya zérus legyen.

Ekkor $\hat{s}_k =$

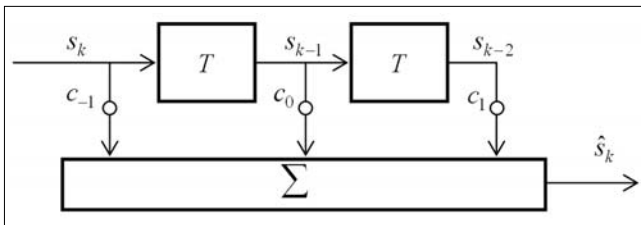
$$-\alpha_{k+1} \cdot g_{-1}^2/g_0 + \alpha_{k-1} \cdot (g_0 - 2g_{-1}g_1/g_0) - \alpha_{k-3} \cdot g_1^2/g_0 + v_k \cdot g_{-1}/g_0 + v_{k-1} + v_{k-2} \cdot g_1/g_0$$

\hat{s}_k meghatározó eleme tulajdonképpen α_{k-1} , a szomszédok hatása pedig $g_{\pm 1}/g_0$ helyett $(g_{\pm 1}/g_0)^2$ -el mérhető. \hat{s}_k -ból tehát α_{k-1} -re érdemes következtetni (ez egy ütemnyi késleltetés), a szimbólumközi áthallás hatása ugyanakkor jelentősen csökkent. Változott ugyan α_{k-1} együtthatója és az eredő zaj szórásnégyzete is, ezek a változások azonban csak $(g_{\pm 1}/g_0)^2$ rendűek.

Kézenfekvő a módszer általánosítása: ütemről-ütemre képezzük az

$$\hat{s}_k = \sum_{i=0}^{2N} c_{i-N} \cdot s_{k-i} = \underline{c}^T \cdot \underline{s}_k$$

lineáris kombinációt, azzal a szándékkal, hogy \hat{s}_k -ból majd α_{k-N} értékéről hozunk döntést (3. ábra, $N=1$).



3. ábra Transzverzális kiegyenlítő

Noha a \underline{c} vektor megválasztásánál az volna a cél, hogy a megtisztított mintákon alapuló döntés hibavalószínűsége minimális legyen, ez bonyolult lévén beérjük azal, hogy az

$$\varepsilon_k = \hat{s}_k - \alpha_{k-N} = \underline{c}^T \cdot \underline{s}_k - \alpha_{k-N}$$

hiba valamilyen globális értelemben kicsiny legyen. Ez pontosabban azt jelenti, hogy \underline{c} megválasztásával az $E_2 = M(\varepsilon_k^2)$ vagy az $E_1 = M(|\varepsilon_k|)$ átlagos hibát igyekszünk minimálissá tenni. Indokolható az a törekvés is, hogy $M(\varepsilon_k \cdot \alpha_{k-N+i}) = 0$ legyen minden $i=0, \pm 1, \dots, \pm N$ -re. A választott minősítő faktornak megfelelően beszélhetünk négyzetes középhiba (Least Mean Square), abszolút középhiba, illetve „zero forcing” kritériumról.

A lineáris kiegyenlítő megvalósítható analóg jelfeldolgozással is, hiszen az

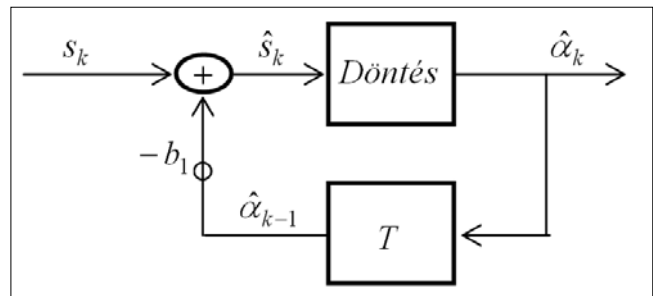
$$\hat{s}(t) = \sum_{i=0}^{2N} c_{i-N} \cdot s(t - iT)$$

analóg jel T közötti mintái éppen az \hat{s}_k értékeket szolgáltatják a $t_0 + kT$ időpillanatokban.

3.1.2. Döntésvisszacsatolt kiegyenlítés

Ez az eljárás önmagában csak akkor hatékony, ha az elemi jel előregzése elhanyagolható. Tekintsük ismét a (3) vett jelmintát! s_k megfigyelése alapján α_k értékéről kívánunk dönteni. Ez azt is jelenti, hogy egy ütemmel korábban már meghoztuk a döntést α_{k-1} értékéről (természetesen s_{k-1} alapján). Így α_{k-1} hatása kompenzálható – jobb híján a döntés $\hat{\alpha}_{k-1}$ eredményével (4. ábra):

$$\hat{s}_k = s_k - b_1 \cdot \hat{\alpha}_{k-1}$$



4. ábra Döntésvisszacsatolt kiegyenlítő

Most a $b_1 = g_1$ választás a hibaarány tekintetében is a legjobb, de ez a választás teszi minimálissá

$$2 \cdot M(\hat{s}_k^2) = g_{-1}^2 + g_0^2 + (g_1 - b_1)^2 + 2 \cdot \sigma^2$$

értékét is. Látható azonban, hogy b_1 efféle indikátorra nem túl praktikus, hiszen ez a minimum igen „lapos”. Ráadásul g_0 is ismeretlen, márpedig a megbízható döntéshez erre is szükség lenne, a döntési küszöb megállapítása érdekében. Elképzelésünk persze lehet róla, legyen ez b_0 ! \hat{s}_k és b_0 ismeretében már dönteni lehet α_k értéke felől is:

$$\hat{\alpha}_k = 1, \text{ ha } |\hat{s}_k - 1 \cdot b_0| < |\hat{s}_k - 0 \cdot b_0|$$

egyébként pedig 0. A döntést követően képezhető az

$$\varepsilon_k = \hat{s}_k - b_0 \cdot \hat{\alpha}_k = s_k - \sum_{i=0}^1 b_i \cdot \hat{\alpha}_{k-i}$$

hiba, amelynek a négyzetes középértéke már elég érzékeny indikátora lehet a b_0, b_1 együtthatók (g_0 és g_1 becslései) jóságának. Ebben az értelemben a kiegyenlítés sikerességét például az $E_2 = M(\varepsilon_k^2)$ négyzetes középhiba minősítheti.

Ha a korábbi döntés helyes volt, akkor a helyesen beállított döntésvisszacsatolt kiegyenlítő rendszer hibavalószínűsége (ha $g_{-1}=0$):

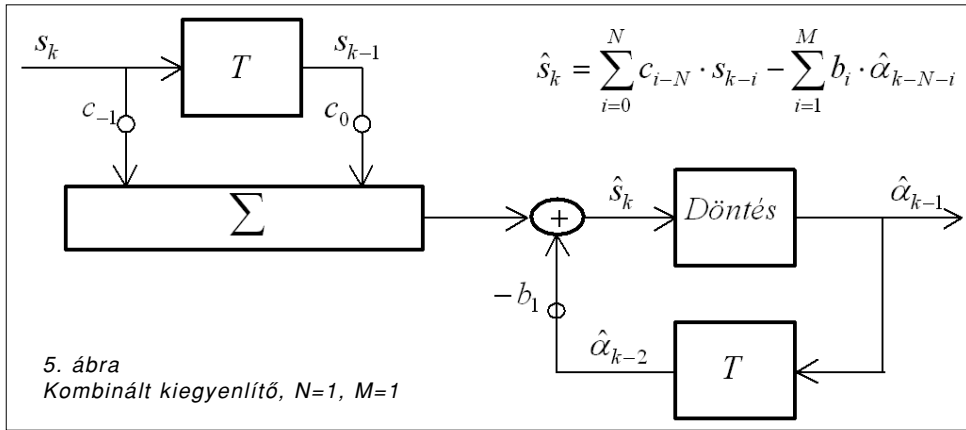
$$P_{bit} \approx \Phi\left(-\frac{g_0}{2\sigma}\right). \quad (4)$$

Erénye a módszernek, hogy a beavatkozás sem g_0 sem σ értékét nem változtatja meg, azaz a kiegyenlítés nem „erősíti” meg a zajt a jel rovására, mint teszi ezt a transzverzális kiegyenlítő és így annál – előregzésmentes jelekre – kicsit hatékonyabb. Másik, a megvalósítás során mutatkozó erény, hogy az elvégzendő szorzások – bináris jelekre legalább – triviális műveletek.

Kellemetlen vonása viszont az eljárásnak a hibaterjedés. Ha egy döntésünk hibás, akkor a következő ütemben megnő a hibás döntés esélye. Bináris adatok esetében, ha mindössze egy előregző (precursor) minta kiegyenlítését vállaljuk, ez a veszély nem túl nagy, a rendszer néhány hibás döntés után „feléled”. A bithibák azonban nem teljesen rendezetlenül, hanem hibacsomók formájában jelentkeznek.

3.1.3. Kombinált kiegyenlítés

A döntésvisszacsatolt kiegyenlítő akkor hatékony, ha a kiegyenlítendő rendszerben az elemi jel előregző szakaszából származó (precursor) minták kicsinyek, elhanyagolhatóak. Ha ez nincs így, akkor e minták csök-



5. ábra
Kombinált kiegyenlítő, $N=1, M=1$

kentését egy lineáris kiegyenlítőre kell bízni. Ilyenkor tehát a lineáris kiegyenlítő feladata nem általában a szimbólumközi áthallás, hanem a kiegyenlítendő rendszer precursor mintáinak a minimalizálása:

$$\begin{aligned} \hat{s}_k &= c_{-1} \cdot s_k + s_{k-1} = \\ &= c_{-1}g_{-1} \cdot \alpha_{k+1} + c_{-1}g_0 \cdot \alpha_k + c_{-1}g_1 \cdot \alpha_{k-1} + c_{-1} \cdot v_k + \\ &\quad g_{-1} \cdot \alpha_k + g_0 \cdot \alpha_{k-1} + g_1 \cdot \alpha_{k-2} + v_{k-1} \end{aligned}$$

Az α_{k-1} , mint „hasznos” tartalom szempontjából most az α_{k+1} és α_k tartalmú tagok károsak. A $c_{-1} = -g_{-1}/g_0$ választással például α_k befolyása zérusra redukálható, α_{k+1} súlya pedig jelentősen csökken.

Általánosítva a gondolatot, kombinált kiegyenlítőnél a döntés alapjául szolgáló, „megtisztított” mintát az

$$\hat{s}_k = \sum_{i=0}^N c_{i-N} \cdot s_{k-i} - \sum_{i=1}^M b_i \cdot \hat{\alpha}_{k-N-i}$$

alakban állítjuk elő és segítségével α_{k-N} értékéről döntünk (5. ábra). A beállítás helyességét ellenőrző hibajel ilyenkor is

$$\varepsilon_k = \hat{s}_k - \alpha_{k-N}$$

lehet, hiszen most a lineáris kiegyenlítő az automatikus erősítésszabályozás feladatát is ellátja.

3.1.4. Előkígyenlítés

A vevőben végzett kiegyenlítésnek van bizonyos veszélye: a lineáris kiegyenlítő helyreállítja ugyan a jelet, de erősítheti a zajt, a döntésvisszacsatolt kiegyenlítő hibás döntései hibacsomókat keltenek. Kézenfekvő az ötlet: szabaduljunk meg a vevő memóriájától, kísérletezzünk a leadott jel előtorzításával!

Az átviteli rendszerről kialakított modellünk alapjában lineáris, az adatjel szempontjából teljesen mindegy,

hogy a vevőben vagy az adóban helyezkedik el a lineáris transzformációt végző lineáris kiegyenlítő. A lineáris kiegyenlítő tehát változatlan együttműködéssel áthelyezhető az adóba, s így a vevőbe kerülő zajt nem formálja. Változik viszont a leadott jel teljesítménye és ezért a jel-zaj mérleg nem javul. Az áthelyezés miatt a kiegyenlítő bemenő jele bináris, ez a megvalósítás oldaláról előnyös lehet. A döntésvisszacsatolt kiegyenlítővel felszerelt rendszer diszkrét modellje a 6. ábrán látható.

Az előkiegyenlítés célja az, hogy az α_k bemenetekből olyan x_k értékeket származtasson, amelyekkel a csatorna kimenetén (azaz a vevő bemenetén) közvetlenül kiértékelhető, lehetőleg $g_0\alpha_k + v_k$ értékű minták jönnek létre. Ennek nyilván az a feltétele, hogy az

$$s_k = g_0 \cdot x_k + \sum_{i=1}^M g_i \cdot x_{k-i} + v_k = g_0\alpha_k + v_k$$

egyenlőség minden k -ra fennálljon. Kis átrendezéssel az

$$x_k = \alpha_k - \frac{1}{g_0} \cdot \sum_{i=1}^M g_i \cdot x_{k-i}$$

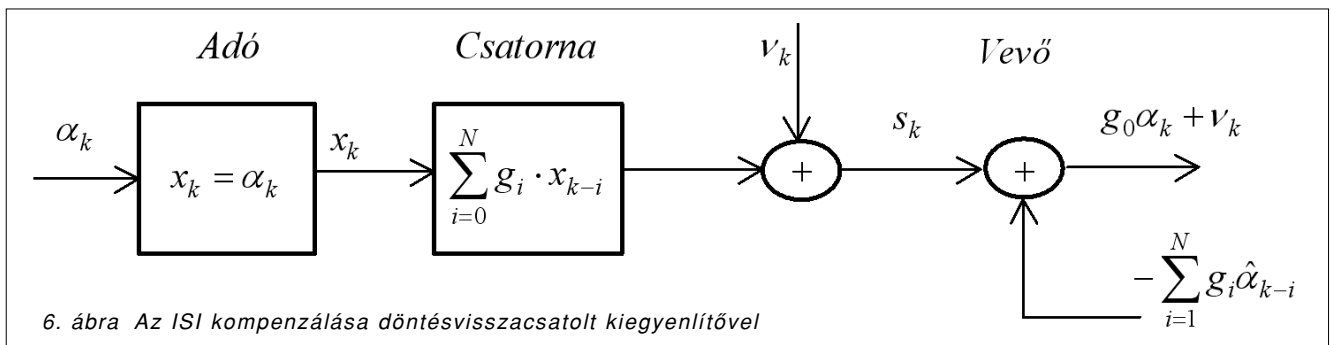
előállítási szabály adódik, ami láthatóan egy rekurzív szűrő megvalósítását igényli (7. ábra).

Ebből az is következik, hogy bizonyos kellemetlenségekre készülhetünk, ha a rekurzív szűrő instabillá válik. Még ha ez a helyzet nem is áll elő, de a szűrőnek valamely frekvencián erős kiemelése van, az azzal jár, hogy az x sorozat „átlagteljesítménye”, amely a csatorna bemeneti jelének teljesítményével kapcsolatos, erősen megnövekedhet.

Vannak módszerek, például Tomlinson és Harashima eljárása [4,5], amellyel ez a kellemetlenség feloldható, illetve enyhíthető.

3.2. Sorozatbecslés

Az áttekinthetőség érdekében vizsgáljunk olyan n bites üzeneteket, amelyeket kellő számú (esetünkben legalább két) 0 értékű bittel választunk el egymástól!



6. ábra Az ISI kompenzálása döntésvisszacsatolt kiegyenlítővel

Ha α_k jelenti az üzenet k -adik elemét (bitjét), s nem lenne zaj, akkor a k -adik időrészhez tartozó megfigyelés

$$u_k = \alpha_{k-1} \cdot g_1 + \alpha_k \cdot g_0 + \alpha_{k+1} \cdot g_{-1} = u_k(\underline{\alpha})$$

volna, ahol $\underline{\alpha}$ az $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ elemekből alkotott vektort jelenti. A zaj miatt nem az u_k , hanem az $s_k = u_k + v_k$ értékek alkotják a megfigyelt mintákat. Rendezzük ezeket a számokat egy-egy vektorba, azaz legyen

$$\underline{s} = (s_0, s_1, \dots, s_n, s_{n+1}) \quad ; \quad \underline{u} = (u_0, u_1, \dots, u_n, u_{n+1})$$

Az \underline{s} megfigyelés alapján következtetünk $\underline{\alpha}$ -ra. Természetes gondolat azt az $\underline{\alpha}$ -t választani, amelyekre a

$$d^2(\underline{u}, \underline{s}) = \sum_{k=0}^{n+1} (u_i - s_i(\underline{\alpha}))^2 \quad (5)$$

összeg, azaz a két vektor euklideszi távolsága minimális. (Pontosabban azt a kérdést tesszük föl, mennyire valószínű, milyen esélyű, hogy \underline{s} a megfigyelés, ha $\underline{\alpha}$ a leadott üzenet. Amelyik $\underline{\alpha}$ -ra ez az esély maximális, az a döntésünk eredménye. Innen a módszer neve: maximum likelihood sorozatbecslés.) Ha az üzenetek azonos valószínűségűek, s a zaj mintái függetlenek, normális eloszlásúak, akkor ennek a döntésnek minimális a hibavalószínűsége.

A 2^n számú üzenet mindegyikére meghatározni ezt az összeget nehézkes, még akkor is, ha az u_k értékek előre kiszámíthatóak (példánkban mindössze nyolcféle érték fordulhat elő). A vizsgálat alá vont üzenetek módszeres előállítására, szemléltetésére egy sajátos szerkezetű gráf, az úgynevezett trellis szolgálhat.

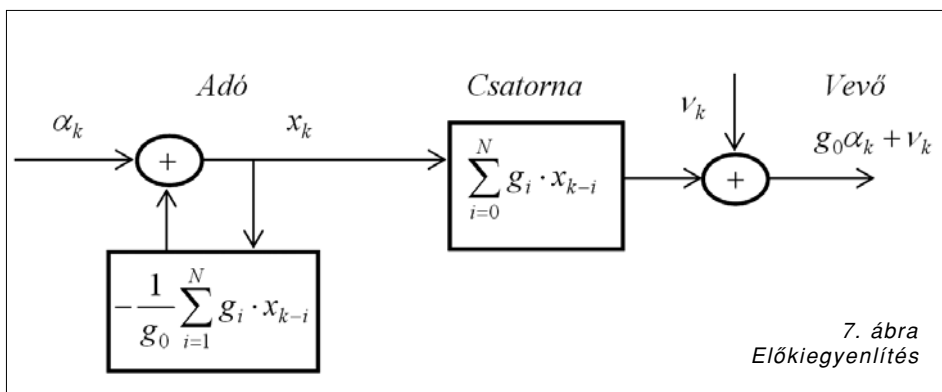
A trellis csúcsait az (α_k, α_{k+1}) párok, éleit az $(\alpha_{k-1}, \alpha_k, \alpha_{k+1})$ hármasok azonosítják. A gráf szokásos ábrázolási formájában az egyes k értékekhez kapcsolódó (α_k, α_{k+1}) csúcsokat – az eltorzult jelet modellező „gép” állapotait – egy függőleges vonal mentén helyezik el. A gráf élei címkézhetők, alkalmasint az $u_k = u(\alpha_{k-1}, \alpha_k, \alpha_{k+1})$ függvény értékeivel.

Az $i=0, 1, 2, \dots, n, n+1$ időszeltek együttes gráján (8. ábra) minden balról jobbra „haladó”, egymáshoz csatlakozó élekből álló sorozat – egy út a O kezdő és az E végállapot között – megfelel egy-egy üzenetnek. Fordítva is igaz: a vizsgálandó üzenet kijelöl a gráfon egy utat, s az út élein lévő címkék rendre megadják az üzenetnek tartozó jel mintáit. Ezeket a mintákat kell összehasonlítani a tényleges, zajos megfigyelés mintáival. Az $\underline{\alpha}$ üzenet, mint megfejtés „jóságát” mérő (5) távolság (négyzet) a vizsgált út költségének, „hosszának” tekinthető.

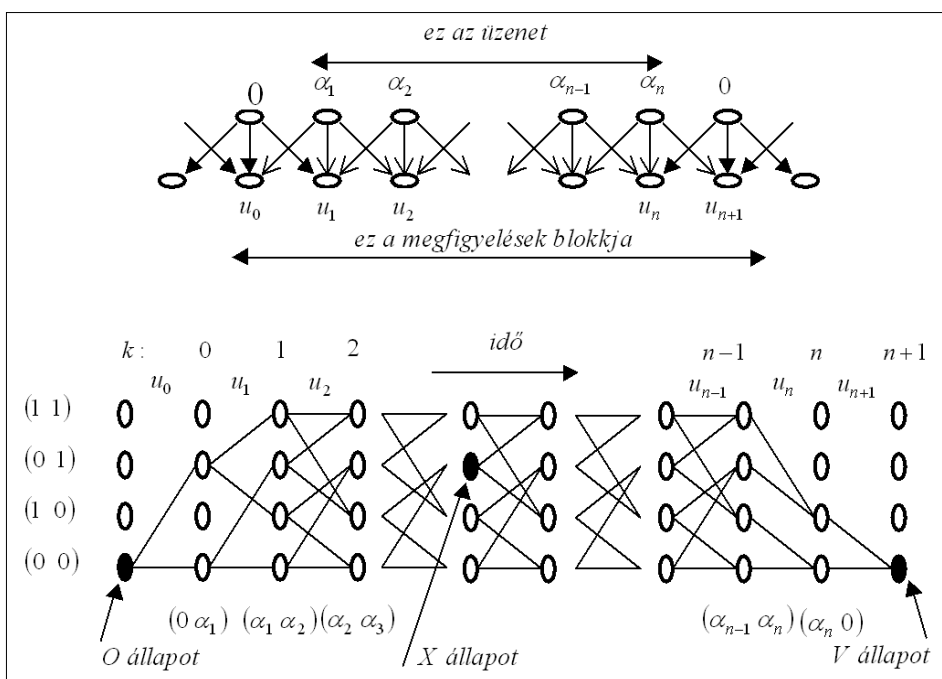
A döntési feladat tulajdonképpen a minimális „hosszú” út, a kezdő és végpontok közötti minimálút kikeresése a gráfon. Nagy segítséget jelent ehhez a következő felismerés: ha az OE (azaz a O és az E csúcsok közötti) minimálút átmegy az X csúcson, akkor az OE minimálút OX szakasza szintén minimálút, persze O és X között. Megfordítva: ha valamely OX útról belátható, hogy nem minimálút O és X között, akkor ez az OX út nem lehet alkotóeleme az OE minimálútnak sem.

Viterbi nevezetes algoritmusára erre a megállapításra épül. Az O csúcsból kiindulva felmérjük, melyek a soron következő „mélységben” elérhető csúcsok, s mennyi a kialakuló út hossza.

Ha egy csúcs több úton is elérhető, elég a minimálutat megjegyezni, hiszen tételünk szerint a többiek nem lehetnek az OE minimálút alkotóelemei. A $\underline{\alpha}$ sorozat legjobb – a vázolt körülmények között minimális hibavalószínűségű –



7. ábra
Előkiegyenlítés



8. ábra
Az üzeneteket leíró gráf

becslését az ekként kapott OE minimálút szolgáltatja. A csúcsok – az „állapotok” – (α_k, α_{k+1}) azonosítóit visszaolvasva az üzenet bitjei rekonstruálhatóak.

A döntés természetesen lehet hibás is. A hibavalószínűséget döntően az egymáshoz leginkább hasonlító sorozatok euklideszi távolsága befolyásolja. Nem közböns az sem, hogy egy tipikus sorozatnak hány efféle legközelebbi szomszédja van. Egyszerű példánkban, ha g_{-1} és g_1 kicsi g_0 -hoz képest, akkor az \underline{a} üzenetbe tartozó sorozat legközelebbi szomszédai az \underline{a} -tól egyetlen bitben különböző üzenetekhez tartozó sorozatok, így ezek száma n . A legközelebbi szomszédok távolsága $d_{\min}^2 = g_{-1}^2 + g_0^2 + g_1^2$

s így az n bites blokkok hibás vételének valószínűsége (σ szórású zajban)

$$P_{\text{blokk}} \cong n \cdot \Phi\left(-\frac{d_{\min}}{2\sigma}\right)$$

Lineáris, illetve döntésvisszacsatolt kiegyenlítő alkalmazásánál az n bites blokkok hibás vételének valószínűsége

$$P_{\text{blokk}} = 1 - (1 - P_{\text{bit}})^n \cong n \cdot P_{\text{bit}}$$

Ez összevethető (4)-el, s megállapítható, hogy az MLSE (Maximum Likelihood Sequence Estimation) módszer alkalmazása d_{\min}/g_0 arányában előnyösebb.

4. Szimbólumközi áthallás identifikálása

Bármely módját választjuk is a kiegyenlítésnek, szükségünk van az áthallás szerkezetének, összetételének az ismeretére. Ezen ismeretek megszerzése történhet mérőjelekkel, ezek megválasztásánál különös gondot kell arra fordítani, hogy a mintavétel időzítése ugyanaz legyen, mint üzemi körülmények között. Másik lehetőség az ismeretek folyamatos gyűjtése, frissítése a normál üzemelés során, s az így megszerzett tudás beépítése a vett jel kiértékelési folyamatába. Mivel a legtöbb rendszer valamilyen időállandóval változik, ez utóbbi lehetőség különösképpen vonzó, hiszen eleve képes e változások követésére.

4.1. A paraméterbecslés elvi lehetősége

Tekintsük az

$$s_k = \sum_i \alpha_i \cdot g_{k-i} + v_k = \sum_i g_i \cdot \alpha_{k-i} + v_k$$

jelmintákat! Ha az s_k sorozat elemei függetlenek egymástól, (és szokás szerint 0.5 valószínűséggel 0 vagy 1 értékűek) akkor

$$\begin{aligned} M(s_{k-j} \alpha_{k-n}) &= \\ &= \sum_i g_i \cdot M(\alpha_{k-j-i} \alpha_{k-n}) + M(v_{k-j} \alpha_{k-n}) = \frac{1}{4} \sum_i g_i + \frac{3}{4} g_{n-j} \end{aligned}$$

Az összeg első tagja tulajdonképpen a jel egyenszintje, ez leválasztható, s így lehetőség nyílik az egyes g_i értékek meghatározására.

A várható érték helyett beérjük az átlagképzés szolgáltatja becsléssel, s akár azzal is megalkudhatunk, hogy a valódi α_k értékek helyett saját döntéseinket használjuk. Nem baj, ha a döntéseink bizonytalansága kez-

detben nagy – szó sincs még megbízható adattovábbításról – arra, hogy a becsléseink elfogadható szintűek legyenek, még alkalmasak. A tűrhető minőségű becslések segítségével megtisztított jel már nagyobb biztonsággal értékelhető ki, így a becslések is javulnak, s végül beáll egy stacionárius állapot, amely minden tekintetben kielégítő lehet. A módszert akkor érdemes alkalmazni, ha a g_i értékek közvetlenül felhasználhatóak, tehát például döntésvisszacsatolt kiegyenlítő, vagy előkiegyenlítő rendszerben.

4.2. A kiegyenlítő adaptív beállítása

Akár lineáris, akár döntésvisszacsatolt kiegyenlítőről legyen is szó, a beállítás helyességét rendszerint (nem mindig) valamilyen skalárral – például négyzetes vagy abszolút középhibával – minősítjük. Keressük azt a beállítást – beállításvektort – amely a választott célfüggvényt minimálissá teszi [6]. Az efféle szélsőértékkeresés egyik praktikus módja a gradiens módszer: a célfüggvény legmeredekebb csökkenése irányába tett apró lépések sorozatával közelítjük meg a minimum helyét. Legyen a célfüggvény

$$E(\underline{c}) = M(f(\underline{\varepsilon}_k)), \quad \underline{\varepsilon}_k = \underline{\varepsilon}_k(\underline{c})$$

ahol $\underline{\varepsilon}_k$ a kiegyenlítés hibája, \underline{c} pedig a kiegyenlítő beállítását jellemző vektor. Ekkor

$$\underline{\text{grad}} E(\underline{c}) = M(f'(\underline{\varepsilon}_k) \cdot \underline{\text{grad}} \underline{\varepsilon}_k(\underline{c}))$$

és a beállítás módosítása:

$$\underline{c}_{j+1} = \underline{c}_j - \gamma \cdot \underline{\text{grad}} E(\underline{c}_j)$$

A gradiens vektor meghatározása körülményes, hiszen a várható értéket hosszadalmas megfigyelések átlagolásával lehetne becsülni. Merész gondolat – ám célravezető –, hogy érzük be a lehető legegyszerűbb becsléssel, azzal, amely egyetlen megfigyelésből konstruálható. Így végső soron a beállításvektor

$$\underline{c}_{j+1} = \underline{c}_j - \gamma \cdot f'(\underline{\varepsilon}_k) \cdot \underline{\text{grad}} \underline{\varepsilon}_k(\underline{c}_j)$$

frissítési szabálya adódik. Belátható, hogy ez az iteráció tág feltételek mellett konvergens, bár nem a szokásos szigorú értelemben. A frissítések sztochasztikus jellege miatt ugyanis még a legjobb beállítás is módosul a következő iterációs lépésben. Ha azonban az egyedi korrekciók elegendően kicsinyek (azaz γ elég kicsi), akkor a beállításvektor a legjobb helyzet körül bolyong, egy olyan tartományban, amelyben a célfüggvény értéke alig tér el a minimálistól.

A konvergencia sebességét ugyancsak γ segítségével lehet befolyásolni. Nagyobb értéke bizonytalanabb, de átlagában gyorsabb konvergenciát eredményez. További szabad paramétere az eljárásnak az, hogy az együttthatók frissítését milyen sűrűn végezzük. Lehet minden időrésben ($j=k$), de lehet ritkábban is, ennek érzékelésére szolgál a j és k indexek megkülönböztetése.

Amint azt korábban említettük, a célfüggvény jellemzően a kiegyenlítés E_1 abszolút, vagy E_2 négyzetes középhibája. Az együttthatóvektor frissítési szabálya esetükben elég egyszerűnek adódik,

E_1 esetében: $\underline{c}_{j+1} = \underline{c}_j \cdot \gamma \cdot \underline{s}_k \cdot \text{sign}(\varepsilon_k)$

E_2 esetében: $\underline{c}_{j+1} = \underline{c}_j \cdot \gamma \cdot \underline{s}_k \cdot \varepsilon_k$

A „zero forcing” kritérium kielégítésére is alkotható hasonló iterációs eljárás [2], annak azonban eltérő a szélsőértékkeresési háttere.

4.3. Közvetlen adatgyűjtés

Sorozatbecslésnél a gráfélek címkéit lehet ugyan a szimbólumközi áthallás jellemzőiből számolni, de egyáltalán nem biztos, hogy érdemes. Különösen akkor izgalmas ez a kérdés, ha a gráf nem túl terjedelmes (ha például szimbólumközi áthallást csak a szomszédos időrések okoznak) és az áthallás nem lineáris (azaz nemlineáris) függvénye a szomszédok amplitúdóinak.

Ilyenkor tehát arról lehet szó, hogy a

$$u_k = u(\alpha_{k-1}, \alpha_k, \alpha_{k+1})$$

függvény értékét próbáljuk becsülni az $s_k = u_k + v_k$ megfigyelések alapján. Remélve, hogy a vett sorozat pontatlan ismeretek alapján hozott becslése hibátlan, a nyertes út éleit azonosító hármasok nyolcféle lehetséges értékéhez kigyűjtjük a megfigyelt s_k értékeket, majd minden $(\alpha_{k-1}, \alpha_k, \alpha_{k+1})$ hármasra képezzük ezek átlagát, mint a $u(\cdot)$ függvény megfelelő értékének becslését.

5. A szimbólumközi áthallás optikai rendszerekben

A szimbólumközi áthallás különféle szálaknál más-más sebességtartományban jelent korlátot az elérhető adatátviteli sebességre. Két alapesetet mindenképpen érdemes lehet megkülönböztetni. Az első, amikor kisebb sebességre tervezett szálakat árnyaltabb módszerekkel hatékonyabban szeretnének használni. Másik esetnek a csúcsebességű, legkorszerűbb szálak tekinthetők. Különbség leginkább abban mutatkozik, milyen bonyolultságú illesztő eszköz (pl. kiegyenlítési módszer) vállalható gazdaságosan. Ennek végül az a következménye, hogy napjaink eszközeiben legfeljebb néhány szomszédos időrést befolyásoló diszperzióra kell felkészülni [7].

A szálak diszperziója a körülmények és így az idő függvényében is változik. A változás sebessége nem túl nagy, néhányszor 10 másodperces távlatban a jellemzők változatlanok tekinthetők. Ez azért lényeges szempont, mert az automatikus kiegyenlítő működtetése, beállítása így kényelmesen történhet, a beállítás sebességigénye nem nevezhető kielezett követelménynek.

Amivel több gond adódik, az a diszperzió természete. Tételezzük fel, hogy az elemi jel terjedelme a szál különféle diszperziója miatt az eredeti T kétszeresére nő! Ez önmagában nem is volna gond, gondot az okoz, hogy a detektoraink kimenő jele a beeső jel teljesítményével, pontosabban valamilyen véges időállandóval mért átlagteljesítményével arányos.

Ha a bemenő jel $u(t) = \sum_i \alpha_i \cdot g(t - iT)$

akkor a négyzete

$$u^2(t) = \sum_k \sum_i \alpha_i \alpha_k \cdot g(t - iT) \cdot g(t - kT) = \sum_i \alpha_i^2 \cdot g^2(t - iT) + 2 \cdot \sum_i \alpha_i \alpha_{i+1} \cdot g(t - iT) \cdot g(t - T - iT)$$

alakú, hiszen csak a szomszédos időrések hatnak egymásra. Ennek a négyzetjelnek a T nagyságrendű átlagolási idővel képzett átlaga lesz a detektor kimenő jele:

$$u^2(t) = \sum_i \alpha_i \cdot \hat{g}(t - iT) + 2 \cdot \sum_i \alpha_i \alpha_{i+1} \cdot h(t - iT)$$

Itt figyelembe vettük, hogy $\alpha_i^2 = \alpha_i$, hiszen α_i értéke 0 vagy 1. Láthatóan két, eltérő karakterű összetevő keletkezik. Az eredmény első tagja egy tisztességes PAM jel, ha van is benne szimbólumközi áthallás, az a tárgyalt módszerekkel csökkenthető, kompenzálható. A második tag viszont egy szokatlan hatást jelent, ezt sem a lineáris, sem a döntésvisszacsatolt kiegyenlítő nem tudja eliminálni. A detektorunk négyzetes karakterisztikája tehát korlátozza a kiegyenlítés hatásosságát! Ez az egyszerű példa arra figyelmeztet, hogy alaposan mérlegelni kell, érdemes-e egyáltalán vállalni a kiegyenlítéssel járó megvalósítási nehézségeket [8].

Másik tanulság a sorozatbecsléssel kapcsolatosan vonható le. Vegyük észre, hogy ha az átlagképzés miatt kiszélesedett $\hat{g}(\cdot)$ és $h(\cdot)$ terjedelme nem haladja meg a $3T$ -t, akkor a detektor kimenő jele bármely időpillanatban csak három bit, a kT időpont környékén az $(\alpha_{k-1}, \alpha_k, \alpha_{k+1})$ hármas függvénye. Ez azt jelenti, hogy a sorozatbecslésben szerepet játszó u_k mennyiség csak a bithármas – ha nem is lineáris – függvénye. Következésképpen az várható, hogy valós körülmények között a MLSE eljárás lényegesen jobb eredményt szolgáltat, mint bármelyik kiegyenlítési módszer. A szimulációs kísérletek ezt a megállapítást messzemenően igazolják.

Irodalom

- [1] G. D. Forney, Jr., G. Ungerboeck, „Modulation and Coding for Linear Gaussian Channels,” IEEE Trans. Inf. Theory, Vol. 44., October 1998.
- [2] R. W. Lucky, J. Salz, E. J. Weldon, „Adatátvitel,” Műszaki Könyvkiadó, 1973.
- [3] A. J. Viterbi, J. K. Omura, „Principles of Digital Communications,” New York, McGraw-Hill, 1979.
- [4] H. Harashima, H. Miyakawa, „A method of code conversion for a digital channel with intersymbol interference,” IEEE Trans. Commun., Vol. 20., August 1972.
- [5] M. Tomlinson, „New automatic equalizer employing modulo arithmetic,” Electron. Lett., Vol. 7., March 1971.
- [6] S. H. Qureshi, „Adaptive Equalization,” Proc. IEEE, Vol. 73., pp.1349–1387., 1985.
- [7] J. Sewter, A. Ch. Carusone, „A Comparison for Compensating Polarization-Mode Dispersion in 40 Gb/s Optical Systems,” ISCAS 2005.
- [8] E. Ibragimov, „Limits of Optical Dispersion Compensation Using Linear Electrical Equalizers,” IEEE Photonics Techn. Lett., Vol. 18., July 2006.
- [9] Kaminow, Tingye Li, „Optical Fiber Telecommunications,” Vol. IV.B, Academic Press, 2002.