

Wavelet-transzformációs fraktálanalízis B-Spline-okkal

SCHUSZTER MIKLÓS, DEMCU ANNA, MOJZES IMRE
BME Elektronikai Technológia Tanszék, mojzes@ett.bme.hu

DOBOS LÁSZLÓ¹, NAGY SZILVIA²

¹MTA Műszaki Fizikai és Anyagtudományi Kutatóintézet, dobos@mfa.kfki.hu

²Széchenyi István Egyetem, nagysz@sze.hu

Lektorált

Kulcsszavak: vegyület-félvezetők, fém vékonyrétegek, fraktáldimenzió, wavelet-analízis

A vegyület-félvezető fémkontaktusok felületén hőkezelés közben kialakult mintázatok fraktálmatematikai analízise több új eredményre vezetett, összefüggésekre mutatott rá anyagi jellemzők és a morfológia között. A wavelet-analízis egy speciális transzformációja, mint általánosított lefedés megtartja a kialakult mintázat önhasonlóságát, így annak geometriai analízisére alkalmazható. A kontaktusról készült elektronmikroszkópos felvételen tárolt információ, mint kétváltozós függvény bonyolultsága információt ad azokról a kémiai változásokról, melyek a kontaktus-ellenállást befolyásolják.

1. Bevezetés

A vegyület-félvezető technológia fontos lépése a hőkezelés. E folyamat során alakulnak át a kontaktusok Schottky-típusúról ohmossá, miközben a kontaktusellenállás és több mechanikai jellemző (mint a hordozóhoz való kötési képesség és adhézió) jelentős változáson megy keresztül [1].

A hőkezelés során a kontaktusként alkalmazott fém vékonyrétegek morfológiája módosul, a kapott szerkezet jellemző lesz a felhasznált anyagokra, a felvitel, illetve hőkezelés körülményeire. A mintázatok egy része önhasonló, fraktál tulajdonságokat mutat [2], melyek analízisére a hagyományos, dobozlefedéses módszereken túl egy, a wavelet analízis témakörébe tartozó módszer is alkalmas [3-6].

2. Wavelet-analízis

A wavelet-analízist, másnéven változó felbontású analízist (multiresolution analysis, MRA) az adatfeldolgozás és -tömörítés számos területén alkalmazzák, szeizmikus jelek vizsgálatától kezdve képtömörítésen (JPEG2000) át a meteorológiai előrejelzésig számos tudományágban. A változó felbontású analízis során a függvényeket különböző felbontási szinteken vizsgáljuk: az f függvény j -edik szinten történő közelítése a következő [7,8]:

$$f^{[j]}(x) = \sum_{\ell \in \mathbb{Z}} c_{j\ell} \varphi_{j\ell}(x), \quad (1)$$

ahol a sorfejtés együtthatója előáll, mint

$$c_{j\ell} = \int f(x) \tilde{\varphi}_{j\ell}(x) dx, \quad (2)$$

a $\varphi_{j\ell}$ skálázófüggvény (és annak duálisa; $\tilde{\varphi}_{j\ell}$ is) egyetlen speciális alakú függvénynek a nyújtásával és egy rácson való eltolásával keletkezik:

$$\varphi_{j\ell}(x) = a^{-j/2} \varphi(a^j x - \ell b). \quad (3)$$

A nyújtási konstans általában $a=2$ szokott lenni, míg az eltolási állandó $b=1$, eszerint a j -edik felbontási szinten a skálázófüggvények kezdőpontja 2^{-j} rácsállandó-jú rácsot alkot. Minden skálázófüggvény pontosan kifejtethető a nála finomabb felbontási szinteken, így érvényes az alábbi, úgynevezett finomítási egyenlet (refinement equation):

$$\varphi_{j\ell}(x) = \sum_{k=0}^N g_k \varphi_{j+1, k+2\ell}(x). \quad (4)$$

Az egyenletben szereplő g_k együtthatók egyértelműen megadják a bázisrendszer típusát, ebből a néhány számból az egész rendszer felépíthető. A waveletek biztosítják a felbontási szintek közötti átjárást; egy durva felbontási szintű skálázófüggvény-kifejtés és ugyanazon felbontás wavelet-sora megadja az eggyel finomabb felbontású sorfejtés eredményét:

$$\begin{aligned} f^{[j+1]}(x) &= \sum_{\ell \in \mathbb{Z}} c_{j+1, \ell} \varphi_{j+1, \ell}(x) = \\ &= \sum_{\ell \in \mathbb{Z}} c_{j\ell} \varphi_{j\ell}(x) + \sum_{\ell \in \mathbb{Z}} d_{j\ell} \psi_{j\ell}(x), \end{aligned} \quad (5)$$

ahol a $d_{j\ell}$ wavelet-együtthatók a skálázófüggvényhez hasonlóan

$$d_{j\ell} = \int f(x) \tilde{\psi}_{j\ell}(x) dx, \quad (6)$$

alapján állnak elő. A j -edik szint waveletjei is felírhatók a $j+1$ -edik szint skálázófüggvényeinek lineáris kombinációjaként:

$$\psi_{j\ell}(x) = \sum_{k=0}^N h_k \varphi_{j+1, k+2\ell}(x). \quad (7)$$

Az (5) egyenlet utolsó kifejezésében a j -edik szintű skálázófüggvény-kifejtés szétbontható $j-1$ -edik szintű skálázófüggvény- és wavelet-sorra, amelyek közül az előbbi tovább bontható $j-2$ -edik szintbeli összegekre, s így tovább. Látható, hogy egy függvény finom, j -edik felbontású közelítése többféleképpen adható meg: egyrészt a j -edik felbontási szint skálázófüggvény-együtthatóival, másrészt bármely durva, $j_0 < j$ felbontási szint skálázófüggvény-együtthatóival és az összes j_0 és $j-1$ közötti szint wavelet-együtthatóival:

$$f^{[j]}(x) = \sum_{\ell \in \mathbb{Z}} c_{j_0 \ell} \varphi_{j_0 \ell}(x) + \sum_{\eta=j_0}^{j-1} \sum_{\ell \in \mathbb{Z}} d_{\eta \ell} \psi_{\eta \ell}(x), \quad (8)$$

Két-, illetve háromdimenziós függvényeknek is létezik (1)-hez (illetve (8)-hoz) hasonló közelítése. A többdimenziós skálázófüggvények előállnak például az egyváltozósok direkt szorzatként, így a függvény j -edik szintű közelítése két dimenzióban például

$$f^{[j]}(x, y) = \sum_{\ell, k \in \mathbb{Z}} c_{j\ell k} \Phi_{j\ell k}(x, y) = \sum_{\ell, k \in \mathbb{Z}} c_{j\ell k} \varphi_{j\ell}(x) \varphi_{jk}(y), \quad (9)$$

ahol az együtthatók a következő, kétváltozós integrállal állnak elő:

$$c_{j\ell k} = \int f(x, y) \tilde{\Phi}_{j\ell k}(x, y) dx dy. \quad (10)$$

Ha a vizsgált f függvény önhasonló, azaz fraktál tulajdonságokkal bír, akkor ezt a különböző szintű $c_{j\ell k}$ együtthatók skálázódásán is nyomon követhető: ha a fraktáldimenzió D , akkor az integrálás a szokásos $dx dy$ Lebesgue-mérték helyett $d\mu(xy)$ Lebesgue–Stiltjes-mérték szerint történik, amely $\sim 2^{Dj}$ szerint skálázódik j változtatásával. Ennek következtében maguk az együtthatók – így azoknak a teljes képre vonatkozó átlaga is – $\sim a^{Dj}$ skálázódást fognak mutatni. A (6) transzformáció felfogható úgy, mint általánosított boxlefedés: érzékeny az adott mintázat lokális tulajdonságaira, ezért népszerű a fraktálanálízisben. A skálázófüggvény, illetve bizonyos esetekben a wavelet [4], mint egy általánosított ablak végigpásztázza az érdekes területet, numerikusan könnyen kezelhető információt adva annak lokális tulajdonságáról. Érdemes megjegyezni, hogy a mérték skálázódása miatt tetszőleges, a (3) szerint skálázódó függvényeket használva a (2), illetve (10) integrálban $\tilde{\varphi}(x)$, illetve $\tilde{\Phi}(x)$ helyett, igaz lesz, hogy $c_{j\ell} \sim a^{Dj}$, illetve $c_{j\ell k} \sim a^{Dj}$.

3. Az általánosított ablak kiválasztása

A legegyszerűbb skálázófüggvényt Haar Alfréd írta le először [9], két nem nulla együtthatója $g_0 = g_1 = 1/2$. A $\varphi(x) = \tilde{\varphi}(x)$ Haar-függvény a $[-0,5; 0,5]$ intervallumon 1 értéket vesz fel, egyébként 0. A B-Spline-ok is véges számú, igen egyszerű g_k együtthatóval rendelkeznek. Definíciójukat tekintve a Haar-függvény konvolúciós értelemben vett hatványalakjaként értelmezhetők:

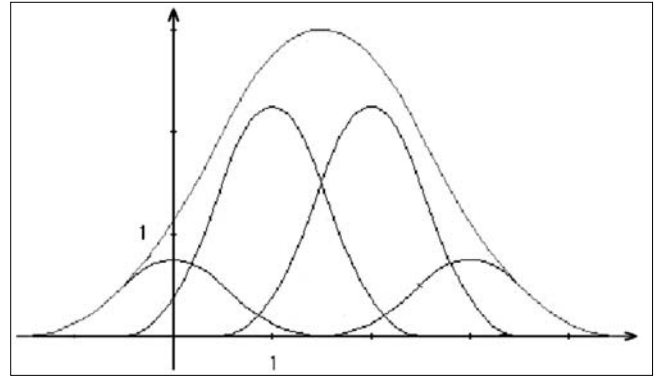
$$\varphi^{(n)}(x) = \varphi^{(n-1)}(x) * \varphi(x), \quad (11)$$

A $\varphi(x)$ önmagával vett konvolúciói egyre simább függvények: második hatványa, a háztető-függvény folytonos, a harmadik deriválható stb. Az eljárás $n \rightarrow \infty$ határesetben a Gauss-görbét adja, emiatt a Gauss-függvény végtelenül sima természetes ablaknak tekinthető. A módszer a Haar-transzformáció egyszerűségét kombinálja a Gauss-görbe által adott numerikus stabilitással. A B-Spline-ok megtartják az önhasonlóságot, a (4) képzési szabály együtthatóit minden esetben a Pascal-háromszög egy-egy sora adja ($2^{-1/2}$ -nel szorozva).

A harmadik iterált még elég egyszerű, de már kellő numerikus stabilitást biztosít, képzési szabálya (3) és (4) felhasználásával

$$\varphi^{(3)}(x) = \varphi^{(3)}\left(\frac{x}{2}\right) + 3 \cdot \varphi^{(3)}\left(\frac{x-1}{2}\right) + 3 \cdot \varphi^{(3)}\left(\frac{x-2}{2}\right) + \varphi^{(3)}\left(\frac{x-3}{2}\right) \quad (12)$$

A képzési szabály az 1. ábrán szemléletesen látható: a vastag vonalú görbék összege (a (12) jobb oldala) kiadja a vékony vonalú görbét.



1. ábra
A harmadik B-spline képzési szabályának szemléltetése

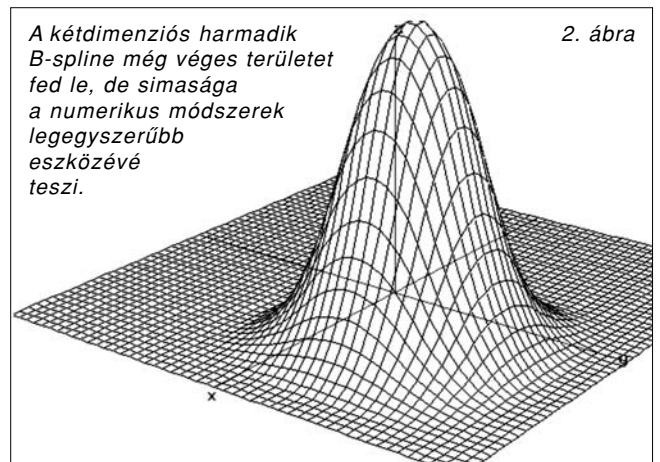
A kétdimenziós esetben az eljárás hasonlóan adható meg:

$$\Phi_{(j+1)\ell k}^{(3)}(x, y) = \sum_{\ell, k=0}^3 G_{m\ell} \Phi_{j(2\ell+m)(2k+n)}^{(3)}(x, y) \quad (13)$$

ahol a $G_{m\ell}$ mátrix a $g_m \cdot g_n$ képzési szabály szerint

$$G_{m\ell} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 1 \\ 3 & 9 & 9 & 3 \\ 3 & 9 & 9 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

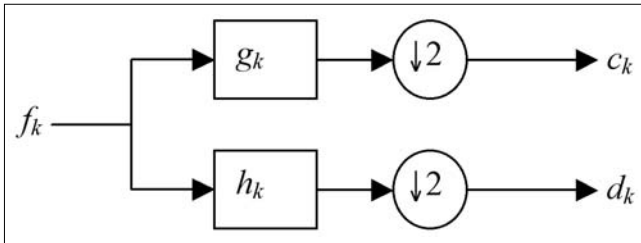
A kétdimenziós harmadik B-Spline a 2. ábrán látható.



Diszkrét f_k jelekre a sorfejtési együtthatók (2) és (6) előállítására, avagy a jel analízise egyszerű konvolúció és alulmintavételezés (downsampling) lesz:

$$c_\ell = \sum_k f_k g_{2\ell-k} \quad d_\ell = \sum_k f_k h_{2\ell-k} \quad (15)$$

A változó felbontású analízis kevésbé matematikus megközelítésben tehát felfogható úgy, mintha az f függvény által leírt jelet egy g_k állandókkal rendelkező aluláteresztő szűrőre és egy h_k együtthatójú felüláteresztő szűrőre engednénk: a skálázófüggvény-együtthatókat az előbbi, míg a wavelet-együtthatókat az utóbbi kimenetén kaphatjuk meg, amint azt a 3. ábra mutatja.



3. ábra

A wavelet-analízis, mint g_k együtthatós aluláteresztő és h_k együtthatós felüláteresztő szűrő hatása.

A körök az ábrán a 2-vel történő alulminta vételezést jelképezik, melyek azért szükségesek, hogy a sorozatok összelemszáma ne nőjön a transzformációk során, ez tükröződik (15) egyenleteinek jobb oldalán a $2l$ indexben is. A felső ág kimenete újabb, a 3. ábrán láthatóhoz hasonló szűrőkettősre és alulminta vételezőre kapcsolható, s így tovább, míg végül megkaphatjuk az f_k sorozatnak a (8) egyenlettel analóg felbontását. A gyakorlatban a képek sem folytonos kétdimenziós függvények, hanem mátrixok, amelyeknek a skálázófüggvény-sorfejtését is kétdimenziós konvolúcióra lehet visszavezetni. A transzformációt végző mátrixok a (4) finomítási egyenlet g_k , illetve (7) h_k együtthatóiból épülnek fel.

Legyen a kép mátrixa P_{kl} , az ebből kapott j -edik szintű skálázófüggvény együtthatókat pedig nevezzük P_{lk}^j -nek (fraktáldimenzió megállapításához a wavelet-együtthatók nem szükségesek). A finomabb szintű együtthatókból a durvábbakat az alábbi formula szerint kaphatjuk meg:

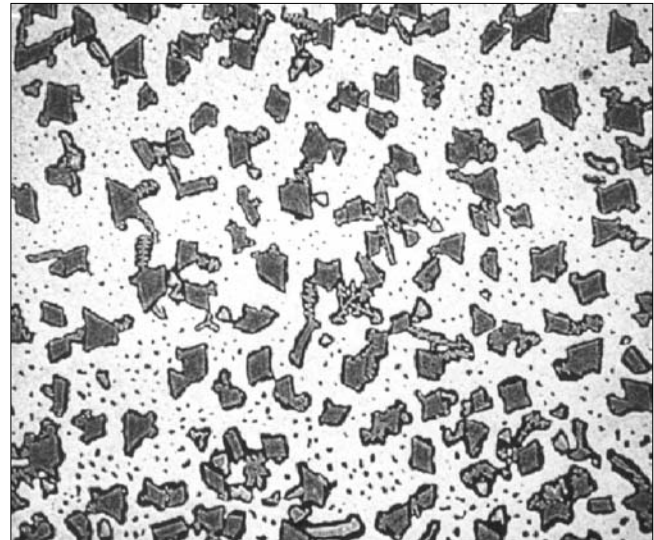
$$P_{lk}^j = \sum_{\ell, k=0}^3 \Gamma_{mm} P_{(\ell+2m)(k+2n)}^{j+1} \quad (16)$$

$$a \quad \Gamma_{mm} = \frac{1}{16} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 1 \\ 3 & 9 & 9 & 3 \\ 3 & 9 & 9 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

együttható-mátrixszal.

4. Eredmények és értékelésük

A hőkezelés során keletkezett mintázatok fraktáldimenziója jellemző azokra a folyamatokra, amelyek végbe mentek a művelet során, szoros kapcsolatba hozható az ohmos kontaktus megjelenésével. GaAs vegyület-felvezető felületére növesztett Au/Pd fém vékonyréteg igen érdekes morfológiai változást mutat: a hőkezelés után trapezoid jellegű alakzatok jönnek létre, amelyek a 4. ábrán láthatók.



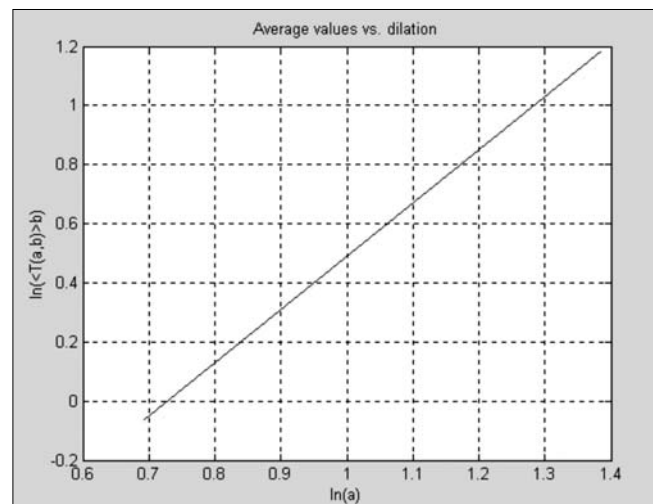
4. ábra

Trapezoid jellegű mintázat hőkezelt Au/Pd/GaAs rendszerben

A mintázat fraktáldimenziója a harmadik B-Spline-okkal az alábbi képlet alapján számítható:

$$T(a = 2^j, b) = \int \Phi_{j/k}^{(3)}(x, y) d\mu(x, y) \sim a^D \quad (18)$$

Ha a $T(a, b)$ számokat a b szerint átlagoljuk, akkor $\langle T(a, b) \rangle_b$ az a függvényében log-log skálán egyenest ad, melynek meredeksége a fraktáldimenzió. Az 5. ábrán a 4. ábra mintájának $\langle T(a, b) \rangle_b$ -a grafikonja látható: a görbéhez illesztett egyenes meredeksége alapján a fraktáldimenzió 1,62.



5. ábra

GaAs hordozóra növesztett Au/Pd vékonyrétegben hőkezelés után kialakult struktúra fraktáldimenzióját meghatározó görbe.

5. Következtetések

A fraktáldimenziót meghatározó módszerünk a wavelet-analízis során kifejlesztett gyors transzformációs eljárást alkalmazza, egy szintetizáló skálázófüggvény szűrőegyütthatóival. A kapott integrálok a skálázófüggvény felbontási szintjével és a fraktáldimenzióval jól meg-

tározott módon skálázódnak, így alkalmasak dimenziószámításra. A B-spline-ok olyan skálázófüggvények, melyek egyesítik a Haar-függvény és a Gauss-függvény előnyös tulajdonságait: kevés számú szűrőkoefficienssel (így véges tartóval) rendelkeznek, ugyanakkor folytonosak.

A vegyület-félvezetőkre növesztett Au/Pd-vékonyrétegek hőkezelés során trapézszerű morfológiájú felületté alakulnak, amely önhasonló, s a struktúra fraktáldimenziója jelentős szerepet játszhat a fém-félvezető kontaktus jóságának meghatározásában.

Köszönetnyilvánítás

A szerzők köszönetet mondanak Pécz Bélának, Schipp Ferencnek és Máté Lászlónak a segítségükért és támogató ötleteikért.

A munkát az Országos Tudományos Kutatási Alap (OTKA), T046868, T046758 számú kutatási pályázatai támogatták.

Irodalom

- [1] G.Y. Robinson,
In: C.W. Wilmsen (Ed.), Physics and Chemistry of III-V Compound Semiconductor Interfaces, Plenum, New York, 1985.
- [2] L. Dávid, L. Dobos, B. Kovács, I. Mojzes, B. Pécz, J. Mater. Science : Mater. Electron 17, p.321., 2006.
- [3] I. Mojzes, S. Kökényesi, I. A. Szabó, I. Iván, B. Pécz, Nanopages 1, p.85., 2006.
- [4] F. Argoul, A. Arneodo, J. Elezgaray, G. Grasseau, Phys. Rev. A 41, p.5537., 1990.
- [5] F. Schipp, W. R. Wade,
Transforms on Normed Fields,
Leaflets in Mathematics Janus Pannonius University, Pécs, 1995.
- [6] J. F. Muzy, E. Bacry, A. Arneodo,
Int. J. Bifurc. Chaos 4, p.245., 1994.
- [7] I. Daubechies,
Ten Lectures on Wavelets,
CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics (61), SIAM, Philadelphia, 1992.
- [8] C. K. Chui,
An Introduction to Wavelets,
Academic Press, San Diego, 1992.
- [9] A. Haar,
Math. Ann. 69, p.331., 1910.

Hírek

Magyarországon először mutatták be élőben a NEC Computers képviselői azt a világszerte egyedülálló, multimédiás képességekkel is felruházott virtuális PC rendszert (VPCC), amelynek alkalmazásával rövidtávon és jelentősen redukálhatók a cégek számítógépes hálózatának üzemeltetési költségei, az áramfelhasználási kiadások pedig már az első évben akár 60%-kal csökkenthetők.

Az IDC előrejelzése szerint 2010-re a munkaállomások 12%-a virtuális PC felépítésű lesz. A NEC hazai hivatalos képviselője, a Szinva Net Kft. jelentős értékcsökkentési eredményeket vár a VPCC hazai megjelenésétől 3 éven belül, hiszen a virtuális PC megoldás iránt itthon is élénk érdeklődés mutatkozik az oktatási, a kormányzati, az egészségügyi, a banki és a munkaügyi szektorból.

A „virtuális PC” kategóriába sorolt megoldások lényege, hogy a számítógépes erőforrásokat egy nagyteljesítményű központi szerver nyújtja, amelyhez hálózaton (vezetékes vagy vezeték nélküli interneten, illetve helyi hálózaton) keresztül egy minimális kiépítettsé-

gű eszközzel („űjgenerációs vékony klienssel”) csatlakoznak a felhasználók. A hardveres erőforrásokat, az operációs rendszert, valamint az alkalmazásokat úgy biztosítja a központi szerver, hogy minden egyes felhasználó egymástól elkülönítetten, a saját rendszerkörnyezetében dolgozzon.

Az eddig elterjedt megoldások képes és hangminősége elmaradt a hagyományos számítógépek által nyújtott minőségtől, a NEC egyedülálló multimédiás képességekkel felruházott Virtuális PC Centere többek között ezen a területen hozott áttörést. A rendszer kivételesen jó minőségű képmegjelenítést és hangátvitelt tesz lehetővé (alkalmazásával videokonferencia is szervezhető), ezzel új felhasználási területeket is megnyit a virtuális PC-k felhasználói számára – például az oktatásban, a banki és biztosítási szektorban, a könyvtárakban vagy akár a szórakoztatóiparban. Az egyszerűen megoldható internetes telefonálás pedig újabb költségcsökkentési lehetőséget kínál a vállalatoknak.

A NEC legújabb fejlesztésében, ha a VPC legalább 2 központi virtuális szerverrel működik, akkor hiba esetén – a duplikáció eredményeként – a rendszer automatikusan átvált a szabad kapaci-

tással rendelkező szegmensbe. Mivel a felhasználók a rendszergazda által beállított szoftverhasználati és adatkezelési jogosításokkal rendelkeznek, mindenki csak a számára engedélyezett alkalmazásokhoz és adatokhoz férhet hozzá. A központi szerveren tárolt adatok biztonsága garantált, mivel az újgenerációs vékony kliens eszközök nem rendelkeznek adattárolóval.

A jelenleg használatos vékony kliens architektúrájú hálózatokhoz képest a NEC VPCC beszerzési költségei mintegy 30%-kal kedvezőbbek, hároméves ciklusra számított üzemeltetési költségei pedig több mint 15%-kal alacsonyabbak. A hagyományos PC-khez viszonyítva három év alatt közel 40%-kal kevesebb kiadással kell számolni a beruházónak. Ugyanakkor a hagyományos asztali PC-k 3-4 éves avulási idejével szemben a NEC eszközei 6-7 évig is vezető technológiának számíthatnak. A gazdaságosabb üzemeltetési költségekből származó közvetlen előnyök már a második évben érezhetők. A több-telephelyes nagyvállalatoknál a kiadás-csökkentés tovább fokozható, mivel a központi szerverek menedzselését egyetlen rendszergazda is képes elvégezni.