

GPS-mérések abszolút feldolgozását terhelő hibahatások vizsgálata

TAKÁCS BENCE egyetemi tanársegéd

BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék,
bence@agt.bme.hu

Reviewed

Kulcsszavak: abszolút helymeghatározás, szubméteres pontosság, permanens állomások, koordináta hibák

A korlátozott hozzáférés (Selective Availability, SA) felfüggesztése után új fejezet kezdődött a GPS-technikában. Korábban a Híradástechnikában is foglalkoztunk az SA nélküli abszolút helymeghatározás pontosságával. Megállapítottuk, hogy kedvező körülmények között néhány méteres pontosság érhető el. Az utóbbi években a GPS-felhasználók száma rohamosan nőtt, ebben egészen biztos szerepe van az SA felfüggesztésének is.

2000 májusa nemcsak a gyakorlati alkalmazások számára, hanem a tudományos kutatók szempontjából is fordulópontnak tekinthető. Korábban a pontosság mesterséges rontásának hatása egy nagyságrenddel nagyobb volt, mint az abszolút méréseket terhelő azon szabályos hibák hatása, amelyeket a legegyszerűbb és leggyakrabban alkalmazott modellekkel nem tudunk figyelembe venni. Egyes vevők a szabályos hibák egy részét – feltehetően a korlátozott hozzáférés mindent elnyomó hibahatása miatt – nem veszik figyelembe. Az abszolút méréseket terhelő hibák hatásának jelentős részét korábban csak korlátozottan lehetett tanulmányozni.

A SA felfüggesztése után célszerűnek látszik, hogy az abszolút helymeghatározást terhelő szabályos és véletlen jellegű hibák hatását alaposan megvizsgáljuk, újraértékeljük. Ezzel kapcsolatos legfontosabb eredményeinket foglaljuk össze ebben a tanulmányban.

Bevezetés

A GPS rendszer üzemeltetői szerint 95 százalékos konfidenciaszinten a vízszintes helyzet pontossága 13 m, a magasságié 22 m [GPS SPS Performance Standard, 2001]. A pontosság további fokozására két lehetőség kínálkozik:

- abszolút helymeghatározás helyett relatív helymeghatározás, ez a geodéziában és a térinformatikában széles körben alkalmazott módszer; vagy
- a szabályos hibák hatásának pontosabb figyelembevétele finomabb modellek alapján.

A második módszer a szakirodalomban szabatos abszolút helymeghatározás (*precise single point positioning*) néven ismert. Tulajdonképpen ebben az esetben sem beszélhetünk szigorú értelemben vett abszolút helymeghatározásról, hiszen a szabályos hibák hatásának modellezése permanens GPS-állomások méréseinek feldolgozása útján valósul meg. A felhasználók zöme kényelmi és gyakorlati szempontok alapján

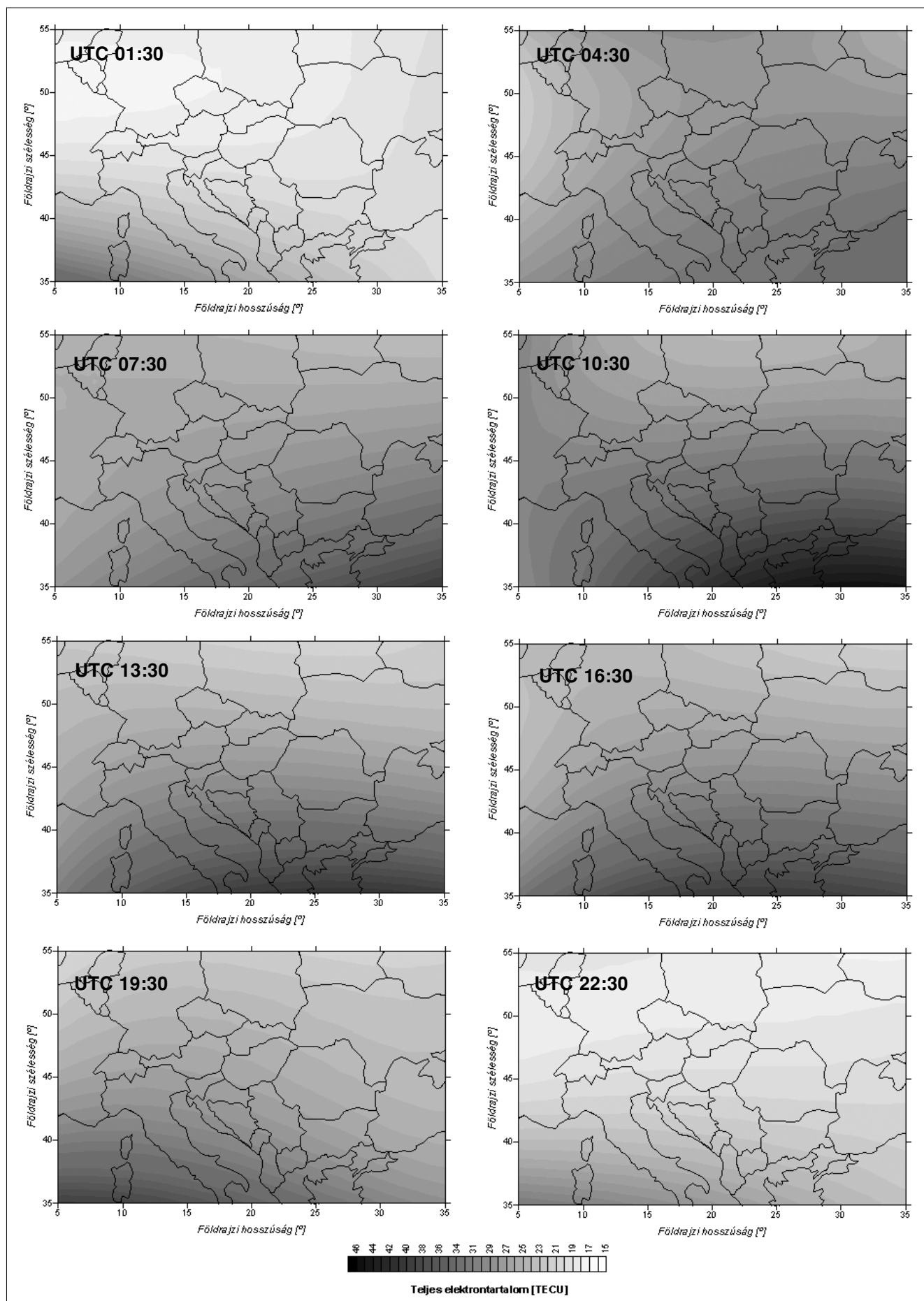
egyetlen vevővel szeretne dolgozni, ezért sok esetben a relatív helymeghatározási technikát is abszolút technikának tüntetik fel, így a felhasználó szinte „nem is veszi észre”, hogy relatív helymeghatározást végez.

Elsősorban a Nemzetközi GPS Szolgálat (IGS) tevékenységének köszönhetően a szabályos hibák hatásának nagy része utófeldolgozás esetén pontos modellek segítségével vehető figyelembe. A permanens állomások mérései tudományos igényű feldolgozásának eredményeként a műholdak pályája néhány centiméteres pontossággal ismert, ugyanilyen pontosan ismerjük (távolságra átszámítva) a műhold és vevő órahibák hatásának értékét is. Végül meglehetősen pontos ionoszféra-térképek is segítik a szabatos abszolút helymeghatározást.

A következőkben az abszolút méréseket terhelő legfontosabb szabályos hibákat vesszük górcső alá. Bemutatjuk, hogy a „szokásos” modelleket hogyan lehet permanens GPS-állomások mérései alapján tovább finomítani, így a néhány méteres pontosság egy méter, vagy az alatti értékre fokozható.

Az ionoszféra hatása

A számítások egyszerűsége kedvéért azt szokás feltételezni, hogy a műhold által sugárzott jelek egész pályájuk mentén az elektromágneses sugárzás vákuumbeli terjedési sebességével haladnak. A műholdak 20 ezer km-es pályamagassága miatt a jelek útjuk nagy részét valóban vákuumban teszik meg, de a vevőbe érkezésük előtt áthaladnak a földi légkörön, miközben sebességük nem elhanyagolható mértékben módosul. A deciméteres rádióhullámok terjedése szempontjából a földi légkör két, egymástól lényegesen eltérő tulajdonságú rétegből (ionoszféra és troposzféra) áll. A magasabban (40 km és 1000 km határok között) elhelyezkedő ionoszférában elsősorban a Nap ionizáló ultraibolya sugárzásának hatására elektromos töltésű részecskék vannak, amelyek a különböző frekvenciájú rádióhullámok terjedési sebességét eltérő mértékben módosítják.



1. ábra Lokális modellek alapján előállított ionosféra-térképek Magyarországra és környezetére (2002. június 16-i adatok)

sítják. Az ionoszféra tehát a deciméteres rádióhullámok terjedése szempontjából diszperzív közeg, törésmutatója a sugárzás frekvenciájától (is) függ.

Az ionoszféra hatása többféleképpen is figyelembe vehető. Gyakorlati szempontok alapján két módszert emelhetünk ki:

- számítás útján, különböző ionoszféra-modellek adataiból, vagy
- kétfrekvenciás vevőkkel kiküszöbölés útján, a hatás frekvenciafüggőségének felhasználásával.

Itt most a modellezést tárgyaljuk részletesen, hiszen általában kétfrekvenciás vevőkkel csak a szélső pontosságot igénylő geodéziai felhasználók rendelkeznek. Modellezéskor a számítások egyszerűsítése érdekében feltételezik, hogy az ionoszféra összes szabad elektronja egy elemi vastagságú rétegben sűrűsödik össze. A modellek az elemi vastagságú réteg egyes pontjainak teljes elektrontartalmát (*Total Electron Content, TEC*) írják le.

Az ionoszféra jelkésleltető hatását leggyakrabban a GPS-műholdak navigációs üzenetei között sugárzott *Klobuchar*-féle ionoszféra-modell paramétereinek alapján vesszük figyelembe. A modell egy egyszerű koszinusz függvényen alapul, a részletek megtalálhatók például [*Parkinson és Spilker, 1996*]-ban. A *Klobuchar*-modell legfontosabb előnye, hogy a paramétereket maguk a GPS-műholdak valós időben sugározzák, így a számításhoz nincs szükség „külső” adatokra. Hátránya, hogy a tapasztalatok szerint a modellel az ionoszféra hatásának mindössze 50-60%-a vehető figyelembe.

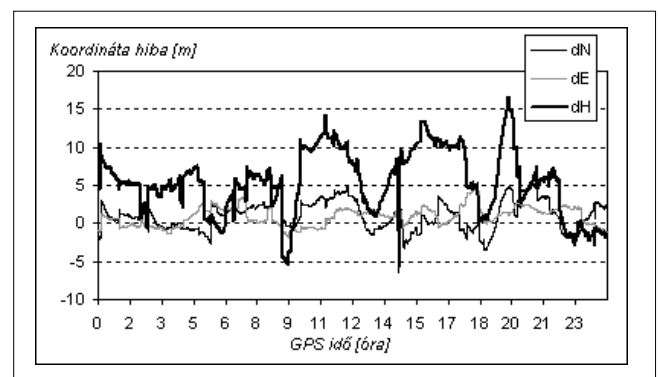
A *Klobuchar*-modellnél hatékonyabban lokális ionoszféra-modellekkel vagy globális ionoszféra-térképekkel írható le az ionoszféra jelkésleltető hatása. Előbbi az elemi vastagságú rétegmodell alacsonyfokú kétdimenziós *Taylor*-polinomokkal, utóbbi harmonikus gömbfüggvénysorokkal közelíti. Az összefüggések megtalálhatók a Bernese tudományos feldolgozó szoftver dokumentációjában [*Beutler, 2001*].

A lokális ionoszféra-modellek előnye, hogy néhány permanens állomás adataiból néhány ezer kilométer kiterjedésű területre egyszerű összefüggések alapján, akár valós időben határozhatók meg a modellek. A globális ionoszféra-térképek ezzel szemben az egész Föld területére érvényesek, a lokális modelleknél valamivel pontosabb modelleket jelentenek, de az összetett feldolgozás szükségessége miatt a paraméterek csak utófeldolgozással határozhatók meg a kellő pontossággal. A globális ionoszféra-térképekről bővebben a berni feldolgozó központ honlapján olvashatunk (www.aiub.unibe.ch/ionosphere.html).

Egy korábbi tanulmányban [*Takács, 2003*] Magyarország és környezetének területére, saját fejlesztésű feldolgozó programokkal vezettünk le lokális ionoszféra-modelleket. Itt a részletekkel nem foglalkozunk, csupán bemutatjuk a modell alapján egy napra vonatkozó, az elektrontartalmat ábrázoló térképeket (1. ábra – az előző oldalon).

A továbbiakban bemutatjuk az egyes ionoszféra-modellek és az abszolút helymeghatározás pontossága közötti összefüggéseket. Ismert, hogy a korlátozott hozzáférés hatása után az abszolút méréseket terhelő szabályos hibák közül az ionoszféra jelkésleltető hatása a legnagyobb [*Parkinson és Spilker, 1996*]. A vizsgálatokhoz a BME permanens állomásának egy napi adatait különböző modellek alapján dolgoztuk fel, az abszolút helymeghatározás hibáit láthatjuk a következő ábrákon. A feldolgozást saját fejlesztésű GPS-feldolgozó programmal végeztük.

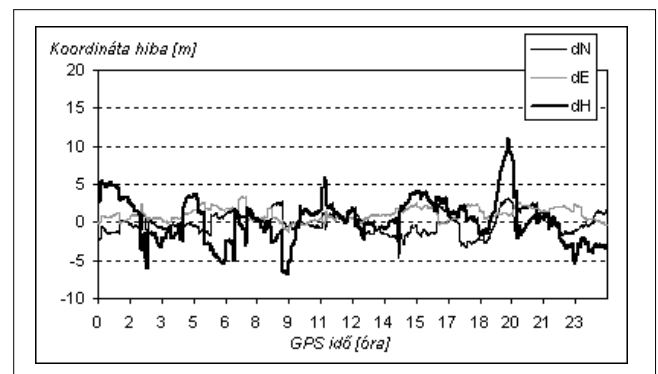
Először a *Klobuchar*-modellt alkalmaztuk, azokkal a paraméterekkel, amelyeket maguk a GPS-műholdak sugároznak (2. ábra). Ezzel a módszerrel dolgozik a legtöbb navigációs GPS-vevő. A kapott koordináta-hibák magassági értelemben elérik a 15 métert.



2. ábra

Az abszolút helymeghatározás hibája a BME permanens állomáson (mérés: 2002. jún. 16., ionoszféra-modell: *Klobuchar*-modell, sugárzott paraméterekkel)

Ezután az ionoszféra hatását az 1. ábrán bemutatott lokális ionoszféra-modellek alapján vettük figyelembe (3. ábra). Jól látható, hogy a lokális ionoszféra-modellekkel az abszolút helymeghatározást terhelő hibák csökkenése elsősorban magassági értelemben jelentős: amíg a koordináta-hibák szórása mindhárom összetevő esetében nagyjából egyformán, mintegy 30 százalékkal csökkenthető, az átlagos magassági hiba több mint 80 százalékkal csökken.



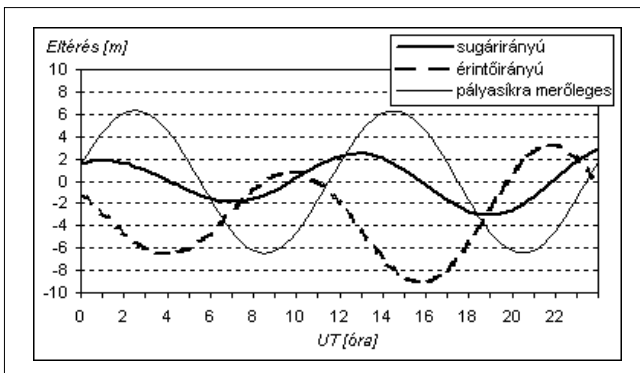
3. ábra

Az abszolút helymeghatározás hibája a BME permanens állomáson (mérés: 2002. jún. 16., ionoszféra-modell: lokális)

A műholdak pálya- és órahibája

A GPS-szel végzett helymeghatározáshoz ismernünk kell a műholdak koordinátáit. A legtöbb alkalmazás a fedélzeti pályaadatok alapján számítja a műholdak koordinátáit. Ennek az a legfontosabb előnye, hogy a szükséges adatokat maguk a GPS-műholdak sugározzák, így „külső” adatforrásra nincs szükség, illetve az adatok valós időben állnak rendelkezésre. A módszer hátránya azonban, hogy a műholdpozíciókat több méteres hibák is terhelhetik, emiatt bizonyos alkalmazásokhoz ez a módszer nem eléggé pontos. A pontosság fokozható a permanens állomások hálózatában végzett feldolgozás eredményeként rendelkezésre álló ún. precíz pályaadatok használatával.

A különböző pályák összehasonlítását elvégezhetjük a Bernese feldolgozó szoftverrel. A két adatsor alapján a program kiszámítja az egyes műhold-koordináták különbségét. A gyakorlatban a ezeket a pályarendszerében érdemes megadni, sugárirányú, érintőirányú és a pályasíkra merőleges összetevőkre bontva (4. ábra).

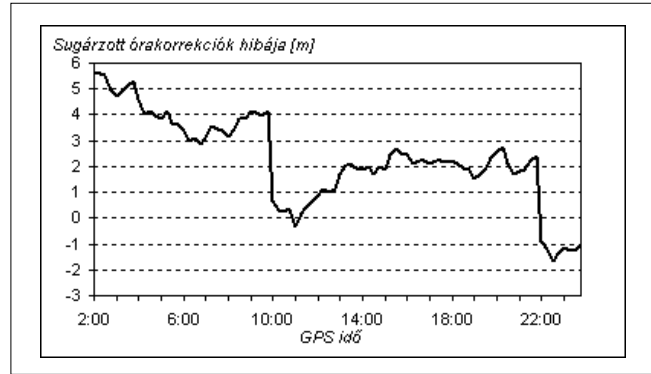


4. ábra A fedélzeti pályaelemekből számított és a végleges műhold-koordináták eltérése (2002. jún. 16., prn: 08)

A távolság-meghatározás módjából következik, hogy a futási idő megállapításához mind a műholdak fedélzetén, mind a vevőben órát kell elhelyezni. Mind a műholdak, mind a vevő órája által „mutatott” idő eltér az úgynevezett GPS-időtől, az eltérést a továbbiakban óraigazítatlanságnak fogjuk nevezni. A műholdak órájának igazítatlanságát általában a műholdak navigációs üzenetei között sugárzott másodfokú összefüggés alapján, modellezéssel szokták figyelembe venni.

A precíz pályaadatokhoz hasonlóan a Nemzetközi GPS Szolgálat permanens GPS-állomások méréseire támaszkodva meghatározza a műholdak óraigazítatlanságának gyakorlatilag hibátlan értékeit is. Ezek alapján meghatározhatjuk a navigációs üzenetek között sugárzott modellek pontosságát, illetve az eltérést korrekcióként vehetjük figyelembe (5. ábra).

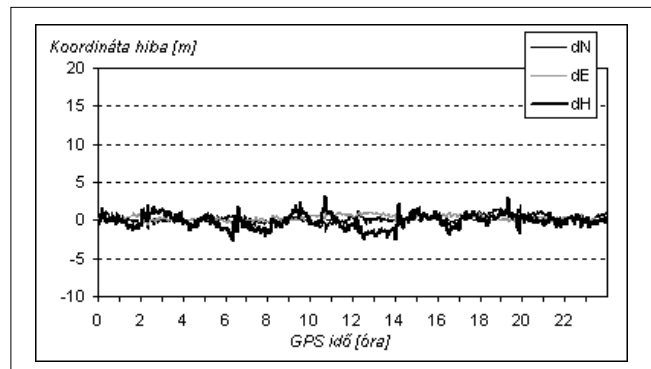
Ha a helymeghatározást a precíz pályák alapján kívánjuk végezni, akkor a műhold-koordinátákat elvileg a 15 percenként megadott koordináták megfelelő interpolálással (pl. 17-ed fokú *Lagrange*-féle polinomos interpolációval) történő sűrítésével is kiszámíthatjuk. Ennél számítástechnikailag kedvezőbb megoldás, ha a



5. ábra A műholdak által sugárzott óraparamétereiből kiszámítható órorrekciók hibája (2002. jún. 16., prn: 02)

precíz műhold-koordináták és a fedélzeti pályaelemekből levezethető műhold-koordináták különbségét, mint korrekciót számítjuk, majd ezzel a korrekcióval javítjuk meg a fedélzeti pályaelemekből levezethető műhold-koordinátákat. A korrekciós módszer előnye, hogy a 15 perces időpontokra kiszámított korrekciók lényegesen egyszerűbb interpolációs eljárásokkal sűríthetők, mint a precíz műhold-koordináták. Hasonlóan járhatunk el az órorrekciók esetében is.

A 6. ábrán a BME permanens állomásának már vizsgált méréseit dolgoztuk fel az IGS precíz pálya és órorrekciói alapján. Jól látható, hogy a vízszintes koordinátákat terhelő hibák 2 méternél, a magassági koordinátákat terhelő hibák pedig 3 méternél kisebbek. A hibák számtani középértéke a három koordináta összetevő esetében gyakorlatilag azonos, 30 cm-nél kisebb, a szórás pedig 1 méternél kisebb.



6. ábra Az abszolút helymeghatározás hibája a BME permanens állomáson (mérés: 2002. jún. 16., berni lokális ionoszféra-modell, IGS precíz pályák és órorrekciók)

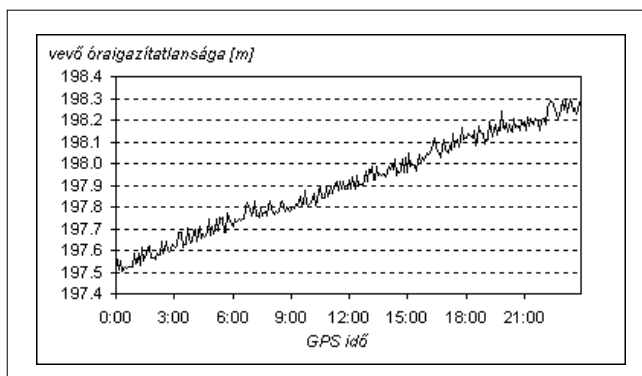
A vevő órahibája

A vevőkben található egyszerűbb kvarcórák nagyságrendekkel pontatlanabbak, mint a műholdak órája. A vevő óraigazítatlanságát a legtöbb alkalmazásnál ismeretlennek tekintik, értékét a GPS-mérésekből határozzák meg. Ezért szükséges a térbeli helymeghatározáshoz legalább négy műholdra vonatkozó egyidejű mérés, jól lehet tisztán geometriai értelemben három is elegendő.

A Nemzetközi GPS Szolgálat a műholdak óraigazítatlanságának értékei mellett egyes állomások vevő

óraigazítatlanságának értékeit is megadja diszkrét időpontokban (kerek öt percenként). Az adatok elérhetők a Szolgálat szerverén (ftp://igs.cb.jpl.nasa.gov/igs_cb/product). Az óraigazítatlanság értékek pontosságát a Szolgálat néhány cm-re becsüli. (Az óraigazítatlanság természetesen idő-mértékegységben értendő, mi azonban a továbbiakban ezen a néven az óraigazítatlanság hatását értjük, amely a vákuumbeli terjedési sebességgel való szorzás után már távolság mértékegységű.)

Sajnos a vizsgálatainkhoz a BME állomás mérései sajnos nem használhatók fel, mert a BME állomása nem tagja az IGS hálózatának. Ezért a továbbiakban egy másik állomás adatait BRUS (Brüsszel, Belgium) vagyunk kénytelenek használni. A következő ábra BRUS (Brüsszel, Belgium) állomás vevőjének óraigazítatlanságát mutatja az IGS adatai alapján.



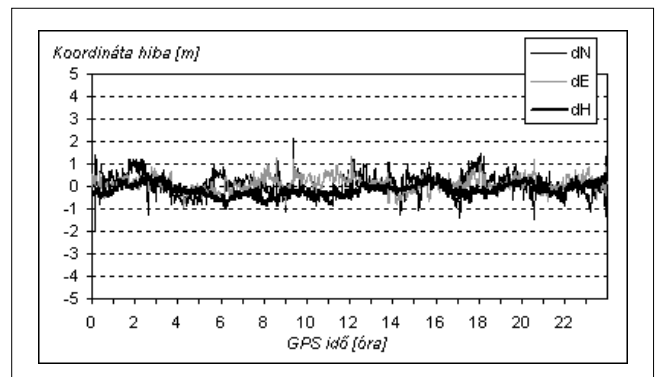
7. ábra A vevő óraigazítatlansága BRUS állomáson, 2002. június 16-án az IGS adatai alapján

A 7. ábra alapján megállapítható, hogy BRUS állomáson a hidrogén maserrel vezérelt vevő óraigazítatlansága egyszerű függvénnyel (például kiegyenlítő egyenessel) jól leírható. Most megmutatjuk, hogy az abszolút helymeghatározás pontossága hogyan alakul, ha a vevő óraigazítatlanságát nem tekintjük ismeretlennek, hanem az előző ábrán bemutatott értékekre illesztett kiegyenlítő egyenes alapján modellezéssel vesszük figyelembe. A helymeghatározás egyenletrendszerében tehát a szokásostól eltérően nem négy, hanem csak három ismeretlen szerepel.

A 8. ábrán jól látható, hogy a magassági koordináták hibája nem nagyobb, mint a vízszinteseké, a hibák mindhárom összetevő esetében gyakorlatilag egy méternél kisebbek. Tájékoztatóul érdemes megemlíteni, hogy a „nem szabatos” abszolút helymeghatározás esetére érvényes „ököl szabály” szerint a magasságmeghatározás másfél-kétszer pontatlanabb a vízszintes helyzet meghatározásánál, tehát mintegy háromszor pontatlanabb a vízszintes koordináták meghatározásánál.

Az IGS vevő-óraigazítatlanságának értékeire alapozott módszer két hátrányát említhetjük:

- csak nagy pontosságú külső frekvenciaetalonnal vezérelt vevők esetében, vagyis csak helyhez kötött állomásokon alkalmazható;
- a helymeghatározás csak utófeldolgozással oldható meg.



8. ábra Az abszolút helymeghatározás koordináta hibái BRUS állomáson 2002. jún. 16-án, a vevő óraigazítatlanságát az IGS adatokra illeszthető kiegyenlítő egyenessel modellezzük

Ezért elsősorban a második hátrány megszüntetésére teszünk javaslatot, amikor a vevő óraigazítatlanságát Kálmán-szűréssel simítjuk. Az abszolút helymeghatározás egyenletrendszerét két lépésben oldjuk meg:

- 1) az egyenletrendszer felírása és megoldása négy ismeretlennel;
- 2) az óraigazítatlanság simítása Kálmán-szűréssel, az egyenletrendszer felírása és megoldása a simított érték figyelembevételével, vagyis három ismeretlennel.

Itt a részleteket hely hiányában nem közöljük, csak annyit jegyzünk meg, hogy a Kálmán-szűrés alkalmazásával gyakorlatilag azonos eredmények érhetők el, mint az IGS adatai alapján minden olyan permanens állomás méréseinek feldolgozásakor, amelynek órajárása egyszerű függvényekkel megfelelően modellezhető.

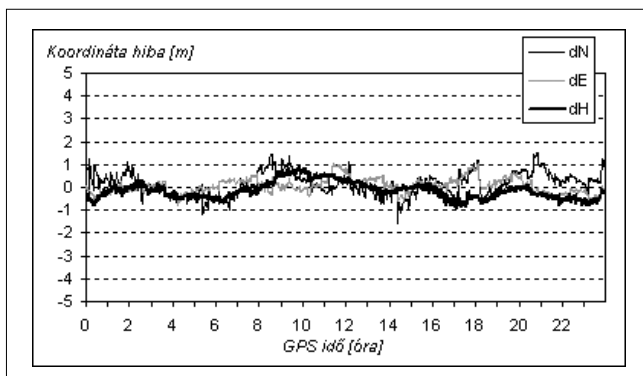
Kódmérési zaj

A cikkben eddig megvizsgáltuk az abszolút méréseket terhelő legfontosabb szabályos hibák hatását. Nem foglalkoztunk a méréseket terhelő véletlen jellegű hibákkal, azaz a kódmérési zajjal. Ismert, hogy a fázisméréseket terhelő zaj több nagyságrenddel kisebb, gyakorlatilag elhanyagolható a kódméréseket terhelő zajhoz képest. Elvileg az abszolút helymeghatározást fázismérési adatokkal is végezhetnénk, de a jól ismert ciklus-többértelműségi probléma miatt ezt a gyakorlatban meglehetősen nehéz kivitelezni. Optimális megoldást adhat azonban a fázismérési és kódmérési adatok együttes feldolgozása. Alapelv, hogy a kódtávolságokat a fázistávolságokkal simítjuk.

A leginkább elterjedt módszer szerint bármely időpontban a fázisméréseket terhelő ciklus-többértelműség értéke gyakorlatilag megegyezik a kódmérés és fázismérés eredményének különbségével. Természetesen ezt az értéket terheli a kódmérési zaj, amelynek hatása egyszerű matematikai eszközökkel (például futó átlagolás) is jelentősen csökkenthető. A módszer két előnye: hatékony és egyszerű. Egyik hátránya: egyfrekvenciás vevők esetén a simítás időintervalluma korlátozott, hiszen az ionoszféra hatása a kódmérésekre és a

fázismérésekre ellenkező előjelű. Másik hátránya, hogy a simítás kezdete, ezzel együtt a simításba éppen bevont adatok száma műholdanként eltérő, vagyis ha bármely okból az egyik műholdra vonatkozóan a simítás megszakad, akkor a simításnak a többi műhold esetében gyakorlatilag nincs értelme.

Ha méréseinket két vivőfrekvencián végezzük, akkor az ionoszféra okozta probléma gyakorlatilag teljes mértékben kiküszöbölhető. A két vivőfrekvencia további előnye, hogy a különböző lineáris kombinációk vizsgálata lehetőséget ad a ciklusugrások hatásának kimutatására is. Ezen az algoritmuson alapul a Bernese tudományos feldolgozó programban alkalmazott módszer. A simítás hatását az abszolút helymeghatározás pontosságára BRUS állomás korábban már vizsgált adatain keresztül mutatjuk be. A 9. ábra az abszolút helymeghatározás koordináta-hibáit szemlélteti. A szabályos hibák hatását a cikkben ismertetett legpontosabb modellek alapján vettük figyelembe, azaz az ionoszféra hatását lokális ionoszféra-modellek alapján, a műholdak koordináta- és órahibáit az IGS végleges adatai alapján, a vevő óraigazítatlanságát pedig Kálmán-szűréssel simítottuk.



9. ábra Az abszolút helymeghatározás koordináta hibái BRUS állomáson 2002. jún. 16-án, (a kódérések fázisméréssel történő simítását a Bernese programmal végeztük)

Az ábrán jól látszik, hogy az abszolút helymeghatározás hibái tovább csökkenthetők, azonban a méréseket még további szabályos hibák hatása (pl. troposféra jelkésleltető hatása, többutas terjedés) is terheli.

Összefoglalás

A cikkben bemutatott kutatás legfontosabb célkitűzései között szerepel az egy méter pontosságú, valós idejű, „abszolút” helymeghatározási módszer bemutatása. Ehhez az abszolút méréseket terhelő szabályos hibák hatását a szokásosnál finomabb modellek alapján kell figyelembe venni.

Először a lokális ionoszféra-modellekkel foglalkoztunk, a módszerrel néhány ezer km kiterjedésű területre néhány, a területet közrefogó permanens állomás méréseiből hatékonyan és pontosan vezethetők le az ionoszféra-modellek, akár valós időben is. Bemutattuk, hogy a lokális ionoszféra-modellekkel az abszolút helymeghatározást terhelő hibák csökkenése elsősorban magas-

sági értelemben jelentős: amíg a koordináta-hibák szórása mindhárom összetevő esetében nagyjából egyformán, mintegy 30 százalékkal csökkenthető, az átlagos magassági hiba több mint 80 százalékkal csökken.

Az ionoszféra után a műholdak pálya- és órahibáit vizsgáltuk meg. A Nemzetközi GPS Szolgálat permanens állomások méréseinek feldolgozásán keresztül a műholdak pálya és órahibáira vonatkozóan különböző modelleket bocsát az Interneten keresztül a felhasználók rendelkezésére. A modellek a pontosság és a látencia tekintetében térnek el egymástól. A legpontosabb (végleges) modellek néhány centiméterre pontosak, ezek mintegy két hét időkéssédelemmel érhetőek el. Megmutattuk, hogy a végleges modellek alkalmazásával az abszolút koordináta-hibák számtani középértéke 30 cm-nél kisebb, szórásuk pedig egy méter alatti.

Ezután a vevő órahiba kérdésével foglalkoztunk. Az óraigazítatlanságot általában ismeretlen mennyiségnek tekintik, értékét a GPS-mérésekből határozzák meg. Laboratóriumi körülmények között megoldható, hogy a GPS-vevők órajelét külső, nagy pontosságú frekvenciaetalon vezérelje. Megmutattuk, hogy egyes vevők esetében az óraigazítatlanság értékét nem szükséges ismeretlennek tekinteni, hanem a Nemzetközi GPS Szolgálat adatai alapján egyszerű modellekkel figyelembe lehet venni. A vevő órahiba és a magasságmeghatározás hibája közötti erős korreláció alapján természetes, hogy a módszer elsősorban a magassági helymeghatározás hibáira van kedvező hatással; a hibák szórása 0,9 m-ről 0,3 m-re csökkent, azaz a pontosság mintegy megháromszorozható. A modellezés után mindhárom koordináta-összetevő esetében a hibák szórása kisebb, mint 0,5 méter, a legnagyobb hibák sem haladják meg a 2,0 métert. Sajnos a módszer csak a nagy pontosságú külső frekvenciaetalonnal vezérelt vevők esetében alkalmazható.

Végül a kódéréseket terhelő mérési zaj kérdése került elő. Megmutattam, hogy a fázis- és kódérése adatok optimális feldolgozásának eredményeként a kódérése zaj jelentősen csökkenthető.

Irodalom

- [1] Beutler G., et al.: Bernese GPS Software Version 4.2: Documentation, Astronomical Institute, University of Berne, Switzerland 2001.
- [1] Global Positioning System Standard Positioning Service Performance Standard, 2001 October (www.navcen.uscg.gov/gps/geninfo/2001SPSPPerformanceStandardFINAL.pdf)
- [1] Parkinson, B.W., Spilker, J. J. (eds): Global Positioning System: Theory and Applications I-II Vol. 164. Progress in Astronautics and Aeronautics, AIAA Washington 1996.
- [1] Takács B.: Műholdas helymeghatározás a korlátozott hozzáférés (SA) felfüggesztése után, Híradástechnika 2001., Vol. LVI., No.6., pp.3–8
- [1] Takács B.: Lokális ionoszféra-modellek Magyarország területére. Geodézia és Kartográfia 2003., Vol. LV., No.6., pp.19–25.