

Információátvitel nagy relatív sebességű pontok között

DR. CSERNOCH JÁNOS

Budapesti Műszaki Főiskola, Kandó Kálmán Villamosipari Kar, Híradástechnikai Intézet
csernoch.janos@kvk.bmf.hu

Kulcsszavak: relativitás-elmélet, dopplerhatás, reflexió

Az űrutasításban, az űrhajózásban stb. felmerülhet az információátvitel nagy sebességű közegek között. A problémák közül érdemes kettőt tárgyalni, melyek a következők: a vett frekvencia megváltozása a Doppler-elv következtében, illetve a síktűkör visszaverődési törvényének a megváltozása a mozgás irányának és sebességének a függvényében. Mindkettőt a modern fizikakönyvek kimerítően tárgyalják, itt csak ezen jelenségek következményeit vizsgáljuk a távközlés szemszögéből. A következőkben az előbb említett két problémakört tárgyaljuk. A nagy távolságok esetén a duplex terjedési időt is figyelembe kell venni, így ezt a továbbiakban már nem említjük.

1. Doppler-elv

A Doppler-elvet [1,4,7] a klasszikus fizika tárgyalja. A speciális relativitás ezt a tárgyalást kiegészítette. A két tárgyalásmód közötti különbség csak viszonylag nagy sebességeknél jelentkezik. A továbbiakban természetesen a relativisztikus tárgyalásmódot használjuk.

Mozogjon a K' koordináta-rendszer O' origója a „nyugvó” K koordináta-rendszer X tengelye mentén v egyenletes sebességgel oly módon, hogy a megfelelő koordinátatengelyek egymással párhuzamosak legyenek (X II X', Y II Y', Z II Z'). Ha a K koordináta-rendszer X tengelye mentén valahol egy X irányú síkhullámot bocsátunk ki, úgy ennek frekvenciáját egy, a K' rendszerben lévő M' megfigyelő „másként látja”. A K' rendszerben mért f' frekvencia a K rendszerben mért f frekvencia függvényében

$$f' = \kappa f (1 \pm \beta) \quad (1)$$

Itt a pozitív jel az egymáshoz közeledő, a negatív jel az egymástól távolodó adó és vevő esetén érvényes. A betűk jelentése:

$$\beta = v/c \quad \text{és} \quad \kappa = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

A frekvencia szélső értékei

$$f'_{\max} = \kappa f (1 + \beta) \quad \text{és} \quad f'_{\min} = \kappa f (1 - \beta) .$$

A frekvenciaeltérés az egymáshoz közeledő adó és vevő esetén

$$\Delta f_K = f'_{\max} - f = f [\kappa (1 + \beta) - 1] . \quad (2)$$

Az említett eredményeknek csekély következményei vannak a távközlésben, ugyanis

$$v = 3000 \text{ km/sec} = 1,08 \cdot 10^7 \text{ km/óra} \sim 10^7 \text{ km/óra} \text{ esetén} \\ \Delta f_K \sim 1\% .$$

Nézzük meg milyen eltérést okoz az egymáshoz viszonyított sebesség kvarter-jelfolyam esetén ahol a névleges jelfolyam-sebesség

$$f = 139264 \text{ kbit/sec} .$$

β	f_{\min} [kbit/sec]	f_{\max} [kbit/sec]	Δf_K [kbit/sec]
10^{-5}	139262,61	139265,39	1,393
10^{-4}	139250,07	139277,93	13,928
10^{-3}	139124,67	139403,19	139,194
10^{-2}	137864,47	140649,61	1385,607

A sugárforráshoz képest a K' koordináta-rendszerrel együtt mozgó M' megfigyelő nem ugyanazt az irányt állapítja meg, mint a „nyugvó” K koordináta-rendszerben lévő M megfigyelő. A K' koordináta-rendszerben az M megfigyelő révén megfigyelt irány

$$\cos \alpha'_x = \frac{\cos \alpha_x - \beta}{1 - \beta \cos \alpha_x} \quad (3/a)$$

$$\cos \alpha'_y = \frac{\cos \alpha_y}{\kappa [1 - \beta \cos \alpha_x]} \quad (3/b)$$

$$\cos \alpha'_z = \frac{\cos \alpha_z}{\kappa [1 - \beta \cos \alpha_x]} \quad (3/c)$$

Itt $\cos \alpha_x$, $\cos \alpha_y$, $\cos \alpha_z$ a hullámfront terjedési irányának iránykoszinuszai a K koordináta-rendszerben. Hasonlóan $\cos \alpha'_x$, $\cos \alpha'_y$, $\cos \alpha'_z$ a hullámfront terjedési irányainak iránykoszinuszai a K' koordináta-rendszerben.

Abban az esetben, ha a hullámfront a K koordináta-rendszerben a Z tengely irányából érkezik és a K' koordináta-rendszer az előbbi koordináta-rendszer pozitív X tengelye irányába halad, akkor

$$\alpha_x = \pi/2 \quad \alpha_y = \pi/2 \quad \alpha_z = \pi \\ \cos \alpha'_x = -\beta = -v/c \quad \cos \alpha'_y = 0 \quad \cos \alpha'_z = -1/\kappa$$

A jelenséget aberációknak nevezik.

Ennek lényege, hogy a hullámfront iránya a mozgás következtében látszólag megváltozik.

Tanulság:

- 1.) $\beta=10^{-3}$ esetén általában C \rightarrow VC SDH átalakításnál zavarok léphetnek fel.
- 2.) $\beta=10^{-2}$ esetén általában az előbbieken kívül a PDH multiplexálásnál is zavarok léphetnek fel.
- 3.) $\beta=10^{-4}$ esetén a mikrohullámú vevők utánhangolása szükséges lehet.

2. Térerősségek megváltozása

Fontos ismerni az elektromos és a mágneses térerősség amplitúdóját a K' koordináta-rendszerben a K koordináta-rendszerbeli térerősségeket alapul véve. A koordináta-rendszerek felállása azonos az előző fejezetben rögzítettel. A K' rendszerbeli elektromos térerősségek amplitúdóit a transzformációs formulákból nyerjük. Ezek mint ismeretes:

$$E'_{x0} = E_{x0}$$

$$E'_{y0} = \kappa [E_{y0} - v \mu_0 H_{z0}]$$

$$E'_{z0} = \kappa [E_{z0} + v \mu_0 H_{y0}]$$

ahol E_{x0} , E_{y0} és E_{z0} az elektromos térerősségek amplitúdói a K koordináta-rendszerben, továbbá H_{x0} , H_{y0} és H_{z0} a mágneses térerősség-komponensek amplitúdói ugyanitt.

A mágneses térerősség a K koordináta-rendszerben minden nehézség nélkül meghatározható:

$$\begin{aligned} \vec{H} &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left[\vec{n}^0 \times \vec{E}_0 \right] = \frac{1}{c \mu_0} \left[\vec{n}^0 \times \vec{E}_0 \right] = \\ &= H_{x0} \vec{i} + H_{y0} \vec{j} + H_{z0} \vec{k} \end{aligned}$$

Itt

$$\vec{E}_0 = E_{x0} \vec{i} + E_{y0} \vec{j} + E_{z0} \vec{k}$$

az elektromos térerősség a K koordináta-rendszerben

$$Z_0 = \frac{1}{Y_0}$$

a vákuum sugárzási impedanciája és

$$\vec{n}^0 = \vec{n}^0 (\cos \alpha_x, \cos \alpha_y, \cos \alpha_z)$$

a hullámfront normálisának az irányába mutató egységvektor.

Az elektromos térerősségek amplitúdói a „mozgó” K' koordináta-rendszerben mindezek figyelembevételével

$$E'_{x0} = E_{x0}$$

$$E'_{y0} = \kappa [E_{y0} (1 - \beta \cos \alpha_x) + E_{x0} \beta \cos \alpha_y]$$

$$E'_{z0} = \kappa [E_{z0} (1 - \beta \cos \alpha_x) + E_{x0} \beta \cos \alpha_z]$$

Az előbbiektől segítségével kifejezhetjük az elektromos térerősség amplitúdójának a négyzetét a K' koordináta-rendszerben:

$$E_0'^2 = E_{x0}'^2 + E_{y0}'^2 + E_{z0}'^2 .$$

A végeredmény

$$E_0'^2 = E_0^2 (1 - \beta \cos \alpha_x)^2 . \quad (4)$$

A K' koordináta-rendszerbeli M' megfigyelő által észlelt csillapítás (ha tudja, hogy mozog) dB-ben a K koordináta-rendszerhez viszonyítva

$$A_{FCS} = 20 \log \left(\frac{E_0'}{E_0} \right)^2 = 10 \log [\kappa^2 (1 - \beta \cos \alpha_x)^2] \quad (5)$$

Ha a K' koordináta-rendszer v sebességgel távolodik a K koordináta-rendszer origójától, azaz „fut a hullám elől”, akkor

$$\alpha_x = 0 .$$

A csillapítás értéke ekkor

$$S_{FCS} = 20 \log \left(\frac{E_0'}{E_0} \right) = 20 \log \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}$$

Tanulság:

A fenti sebességtartományban számottevő szintcsökkenés nincs. Ellentétes irányú mozgás, illetve közeledés esetén szintnövekedés várható az információ torzulása mellett.

3. Kisugárzott spektrum megváltozása

Az előző fejezetben rögzített változások befolyásolják a kisugárzott spektrumsűrűséget.

A K koordináta-rendszerben egy meghatározott helyen levő T adó által kisugárzott ω körfrekvenciát és $E(t)$ térerősséget a K' koordináta-rendszerben bárhol elhelyezett R vevő általában

$$\omega' = \kappa \omega (1 - \beta \cos \alpha_x)$$

körfrekvenciájú

$$E'(t') = E(t) (1 - \beta \cos \alpha_x)$$

térerősségként észleli.

Ha az elektromos térerősség nem periodikus jel, felírhatjuk azt a K koordináta-rendszerben érvényes Fourier-integrál alakra:

$$E(t) = \int_{-\infty}^{\infty} c(\omega) d\omega$$

A jel spektrumsűrűsége a K koordináta-rendszer:

$$c(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t) e^{-j\omega t} dt$$

A spektrumsűrűség abszolút értéke, melyet a K' koordináta-rendszerben bárhol jelen levő M' megfigyelő észlel a transzformáció értelemszerű alkalmazásával:

$$|c'(\omega')| = \frac{1 - \beta \cos \alpha_x}{\sqrt{1 - \beta^2}} \left| c \left[\left(\frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \alpha_x} \right) \omega' \right] \right| \quad (6)$$

Ha a K koordináta-rendszerben mért körfrekvencián $\Delta\omega$ akkor a K' koordináta-rendszerben bárhol jelen levő M' megfigyelő ugyanezt a körfrekvenciát látja

$$\omega' = \kappa [1 - \beta \cos \alpha_x] \Delta \omega \text{ -nak méri.}$$

Ha a K' koordináta-rendszerben levő R vevő közeledik a K koordináta-rendszerben levő T adó felé, akkor

$$\alpha_x = \pi \quad \cos \alpha_x = -1$$

$$|c'(\omega')|_{\Delta\omega'} = \frac{(1 + \beta)}{\sqrt{1 - \beta^2}} \left| c \left[\left(\frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \beta} \right) \omega' \right] \right|_{\Delta\omega'}$$

$$|c'(\omega')|_{\Delta\omega'} = \left(\sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} \right) \left| c \left(\omega' \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} \right) \right|_{\Delta\omega'}$$

Mivel

$$\sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} > 1$$

a spektrumvonal nagysága a K rendszerhez viszonyítva növekszik. Továbbá a független változó transzformációjában

$$\sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} < 1$$

A spektrumfüggvény a „körfrekvencia” koordináta-rendszerben a „0 frekvenciához” viszonyítva szétterül. A szétterülés mértéke $\beta = 10^{-2}$ esetén kb. 1%. Ez a Doppler-elvvel megegyezik.

Tanulság:

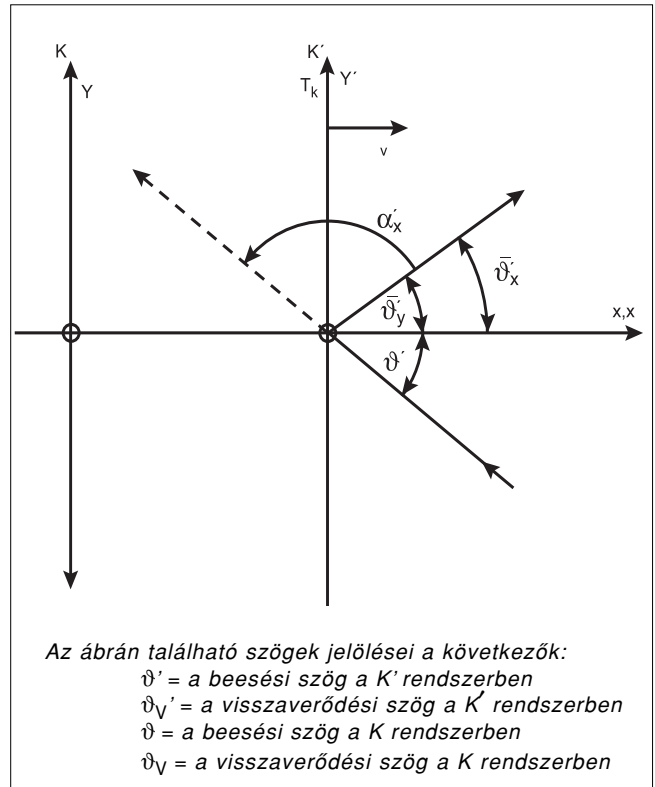
1.) Ha az elektromos jel információt hordoz valamilyen moduláció formájában (AM, FM, 2^N QAM, PSK, FSK, COFDM stb.) akkor a Doppler-effektuson kívül a modulációs oldalsávok torzulása is fellép.

2.) A T adó és az R vevő relatív mozgásának hatására a modulációs spektrum változik. Ennek mértéke $\beta = 10^{-2}$ esetén 1%.

4. A fényvisszaverődés megváltozása a relatív mozgás függvényében

A K' koordináta-rendszer O' origója mozogjon a K rendszer X tengelye mentén pozitív irányban egyenesvonalú egyenletes v sebességgel oly módon, hogy a megfelelő koordinátatengelyek egymással párhuzamosak legyenek (X || X', Y || Y', Z || Z').

Helyezzük a totális reflexiót keltő T_K tükröt a K' koordináta-rendszer origójába oly módon, hogy síkja az Y'Z' síkkal essék egybe (1. ábra).



1. ábra Visszaverődés mozgó tükrön

A hullámforrást a K koordináta-rendszerben az XY tengelyek pozitív felében levő térrészben valahol egy végtelen távoli pontban képzeljük el. A fény az X'Y' síkban verődik vissza, ami most a papír síkjával azonos. A K' koordináta-rendszerben érvényes a síktükörre vonatkozó a geometriai optika által rögzített visszaverődés szabálya:

$$\theta' = \text{beesési szög} = \text{visszaverődési szög} = \theta'_y$$

(Ellenkező esetben a K' koordináta-rendszerbeli megfigyelő megtudná, hogy mozog.)

Ezzel szemben a K „nyugalmi” koordináta-rendszerben az irodalomban megtalálható számítás szerint a geometriai optika törvényeitől a Doppler-effektus miatt eltérés tapasztalható.

Ha a tükrő a hullámmal szembehalad, akkor θ_y visszaverődés szöge kisebb, mint a θ beesési szög.

Ha a tükrő a hullám irányába halad, akkor θ_y visszaverődés szöge nagyobb, mint a θ beesési szög.

A helyzet elméletileg nem változik, ha a T_K tükröt a K koordináta-rendszer X tengelyére nézve ferdén helyezzük el és az elektromágneses hullám az X tengely mentén negatív irányban terjed (2. ábra).

A visszaverődési törvénytől való eltérés, illetve a szögműködés abszolút értéke a következő képlettel fejezhető ki:

$$y_v = \left| \text{tg} \left(\frac{\theta - \theta_y}{2} \right) \right| = |1 - B_v| \left| \frac{\text{tg} \theta}{1 + \text{tg}^2 \theta} \right| = |\text{tg} \Delta\theta|$$

Ahol

$$B_v = \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}$$

(A szögletes zárójelben levő kifejezés az első síknyegyben pozitív, így az abszolút érték jelölést el lehet hagyni.)

Szélsőértékszámítással igazolható, hogy a geometriai optika törvényétől való maximális eltérés jó közelítéssel $\vartheta = 45^\circ$ -os beesési szög esetén lép fel. A viszonyok áttekintésére táblázatot állítottunk össze.

$\beta = 10^{-2}$	ϑ [fok]	ϑ_v [fok]	$\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_v$ [fok]
$(v=3000 \text{ km/s})$	20	19,6331	0,3600
	30	29,5050	0,4950
	45	44,4270	0,5730x
	60	59,5026	0,4974
	70	69,6303	0,3697

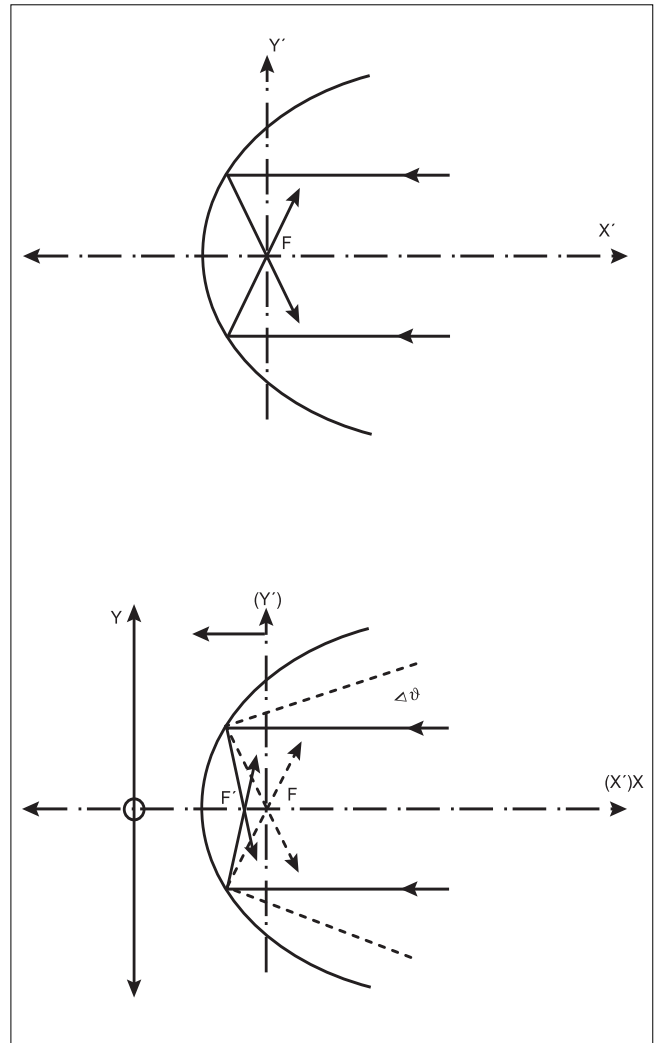
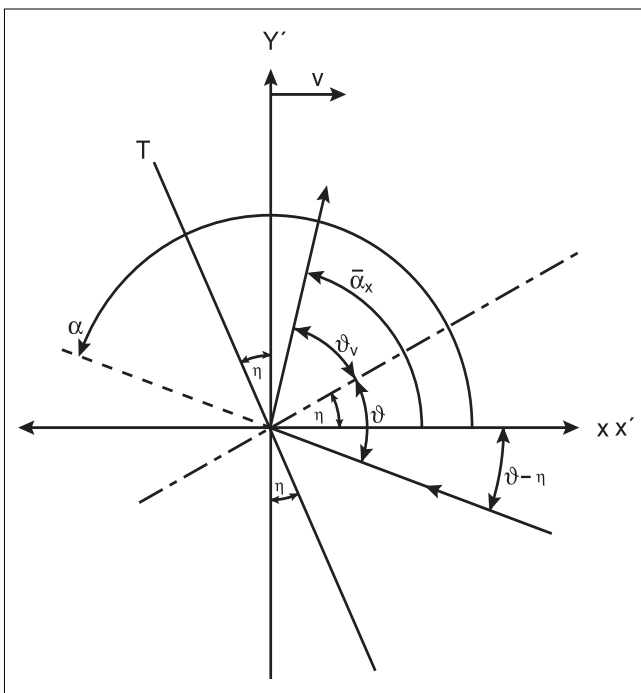
A számadatok 45° -ra vonatkoztatva bizonyos mértékben szimmetrikus elrendezésűek.

5. Elektromágneses hullámok visszaverődése forgásparaboloid tükör felületéről

Helyezzük a forgásparaboloid tükör fókuszpontját a „mozgó” K' rendszer origójába és a tükör tengelyét a K' koordinátarendszer X' tengelyének az irányába oly módon, hogy a forgásparaboloid tükör tükröző felülete a pozitív X' tengely irányába essék (3. ábra).

Mozogjon a K' rendszer O' origója a K koordinátarendszer X tengelyének pozitív irányába oly módon, hogy

2. ábra Visszaverődés ferdén elhelyezett tükrön



3. ábra Defókuszálódás

a megfelelő koordinátatengelyek egymással párhuzamosak legyenek ($X \parallel X'$, $Y \parallel Y'$ és $Z \parallel Z'$).

Ebben a helyzetben a forgásparaboloid antenna olyan alakzatnak fogható fel, ahol a tükör felületének a normálisa és az X' illetve X tengely által bezárt szög

$$\eta = \vartheta$$

(ami most a mindenkori beesés szögével egyenlő) a forgásparaboloid tengelyétől eltávolodva minden pontban más és más.

Ha most a tükörre az X tengely pozitív irányából egy végtelenben elhelyezett sugárforrásból elektromágneses síkhullám érkezik, akkor a K' koordinátarendszerben levő M' megfigyelő a hullám fókuszálódását a tükör fókuszpontjában minden tekintetben teljesen rendben levőnek találja. (Különben megtudná, hogy mozog.)

A K koordinátarendszerben levő M megfigyelő ugyanakkor bizonyos defókuszálódást észlel, ami a szembenálló antennák nyereségének csökkenésében nyilvánul meg (jel/zaj viszony romlása, bittévesztés mértékének növekedése).

A defókuszálódás mértékét pontosan számítani igen bonyolult, már csak azért is, mert a defókuszálódás mértéke a forgásparaboloid tengelyétől eltávolodva változik.

zik. Szerencsére a defókuszálódás igen pontos számítására nincsen szükség. Elegendő a tükör főnyalábjának az alakjából kiindulni. Példaképpen vegyünk egy $\varnothing 4\text{m}$ átmérőjű forgásparaboloid antennát. Ennek lényeges paraméterei:

Antennanyereség	$G_l = 48 \text{ dB}$
Főnyalábszélesség (3dB-es pontok távolsága)	$2 \times 0,5^\circ$

Az előző fejezetben rögzített táblázat alapján az átlagos defókuszálódást $\vartheta = 45^\circ$ átlagbeesési szög esetén úgy foghatjuk fel, mintha a bejövő hullámfront az X illetve X' tengely helyett attól a forgásparaboloid antenna „nyugalmi” helyzetében a táblázatban feltüntetett szögben eltérő irányban érkezne a forgásparaboloid antenna felületére. Ez úgy adás, mint vételi irányban érvényes.

A konkrét példánk esetében

$\beta = 10\text{-}3$ esetén a romlás már észlelhető

$\beta = 10\text{-}2$ esetén a nyereség csökkenése már 3 dB-nél nagyobb értékű

$\beta = 10\text{-}1$ esetén a nyereség csökkenése 10 dB-nél jóval nagyobb lehet.

A példából jól látható, hogy a többi antenna esetében a viszonyokat a főnyaláb alakjának az ismeretében jól meg lehet becsülni.

Tanulság:

Az űrhajók és az űrrepülőgépek sebességét nagyságrendekkel meghaladó érték esetén számítások szerint már észrevehető a mozgó koordináta-rendszer hatása. Így a jövőben számítanunk kell a relativisztikus elvből következő hatásokkal.

Irodalom

- [1] Novobácky Károly:
Relativitás elmélete.
Tankönyvkiadó 1950. Budapest
- [2] Albert Einstein:
Über die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie.
Vieweg und Dohn Braunschweig 1921.
- [3] Albert Einstein:
Les fondements de la théorie de la relativité générale.
Librerie scientifique Hermann 1933.
- [4] Novobácky Károly:
Elektrodinamika.
Tankönyvkiadó 1950. Budapest
- [5] Dr. Simonyi Károly:
Theoretische Elektrotechnik.
VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften.
Berlin 1979.
- [6] Csepeli Miklós–Dr. Selmeczi Kálmán–
Tóthné Szemes Marianne:
Műszaki Fizika I. (Főisk. jegyzet)
Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1983.
- [7] Richard P. Feynmann–Robert B. Leighton–
Matthew Sands: Mai fizika.
Massachusetts, USA
Műszaki Könyvkiadó. Budapest. 1970
- [8] Joachim Frisius:
Vom Aether zum Raum-Zeit Kontinuum.
Eine Einführung in die spezielle Relativitätstheorie
für Physiker und Elektrotechniker.
Kézirat. Berlin 1994.
- [9] Joachim Frisius:
Von Coulomb bis Einstein.
Die entwicklung der Maxwellschen Gleichungen.
Verlag Harri Deutsch 1998.

Hírek

A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Távközlési és Média Informatikai Tanszéke március 22-23-án nemzetközi konferenciát rendezett. A kétnapos konferencia központi témája a domainek közötti internetkapcsolat minősége és szimulációja volt. A konferenciát Halász Edit és Vidács Attila rendezték. A világ minden részéről jöttek előadók, akik színvonalas előadásaikban igyekeztek meghatározni a követelményeket és a minőségjavítás módszereit.

A felkészült előadók vizsgálták az irányítás és hálózattervezés kérdéseit, a forgalomméretezést, a minőségi előírásokat és azok ellenőrzését, mérését. A két éve indult konferenciasorozat ezen második alkalma igazolta, hogy érdemes speciális területek megvitatására összejevetelt szervezni. Számos fiatal jelent meg új gondolatokkal, de nem félték attól sem, hogy régen bevált módszereket korszerűsítve felhasználjanak.

Ez a szakmai műhely mindenki számára tanulságos volt és a résztvevők egymástól tanulva és egymást kiegészítve alakították ki a helyszínen is új eljárásokat. A sikerre jellemző, hogy jövőre ismét megrendezik Európában ezt a konferenciát.