

FIR szűrők együttes amplitúdó- és fázisapproximációja

LEEB FERENC - DR. HENK TAMÁS

Távközlési Kutató Intézet

Összefoglalás

A cikkben együttes amplitúdó- és fázisapproximációt ismertetünk FIR szűrők tervezésére. A módszer két részből áll: az áteresztősávi amplitúdó és fázis együttes interpolációjából és a zárósávi amplitúdó interpolációjából. A két részt a Remez-algoritmus köti össze.

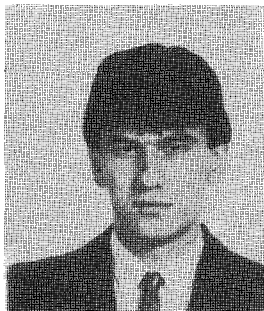
Az interpolációs polinomok rekurziós formulákkal állíthatók elő. Az együttes approximáció eredményeként adódó szűrők tulajdonságait összehasonlíthatjuk az egzakt lineárfázisú és a minimálfázisú szűrők tulajdonságaival.

Bevezetés

E cikkben együttes amplitúdó- és fázisapproximációs módszert ismertetünk FIR szűrők tervezésére, amely az áteresztősávban lineáris fázist valósít meg. A módszer átmenetet jelent az egzakt lineárfázisú szűrők és a minimálfázisú szűrők tervezése között. Az irodalomból számos olyan módszert ismerünk, amelyekkel hatékonyan tervezhetők egzakt lineárfázisú és minimálfázisú FIR szűrők [1-5]. Az egzakt lineárfázisú szűrők hossza és késleltetése azonban nagy, a minimálfázisú szűrőknek pedig nagy a fázistorzítása. Mindebből arra következtethetünk, hogy a két típus két szélső megoldást képvisel. Az egzakt lineárfázisú szűrőtervezéskor az egész frekvenciatartományban megköveteljük a lineáris fázismentet, a minimálfázisú szűrőtervezés pedig egyáltalán nem foglalkozik a fázis közelítésével.

Olyan szűrőket tervezünk, amelyek tulajdonságai az egzakt lineárfázisú és minimálfázisú szűrők tulajdonságai között helyezkednek el, így az általunk tervezett szűrőket a másik két szűrőcsoport átviteli zérusainak mozgatásával származtatjuk. Az 1. ábrán egy egzakt lineárfázisú aluláteresztő FIR szűrő lehetséges zérus-elrendezését látjuk, ahol az áteresztősávi zérusok négyes szimmetriában helyezkednek el. Új szűrőket úgy származtathatunk, hogy feladjuk a zérusok szimmetriáját és a lineáris fázist csak az áteresztő sávban közelítjük. A minimálfázisú hálózatból indulva (2. ábra) új szűrőket az egységkörön kívül elhelyezett új zérusok beiktatásával kapunk lehetővé téve a fázis kiegyenlítését.

A maximálisan lapos approximációt választva az átviteli függvény explicit formában megadható koncentrált, elosztott paraméterű és digitális szűrőkre [6-8]. Egyenletes közelítés esetére iterációs módszereket publikáltak [9-11].



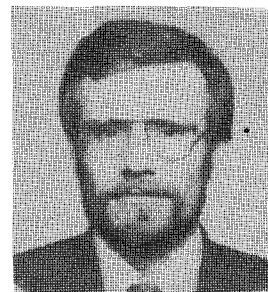
LEEB FERENC

1986-ban végzett a BME Villamosmérnöki Karán. 1986-tól 1989-ig az MTA tudományos ösztöndíjasa, kijelölt kutatóhelye a TKI volt.

1989-től a TKI-ban tudományos munkatárs.

1988-ban, majd 1989-től a Bochumi Egyetemen (NSZK) vendégkutató. Kutatási területe: lineáris hálózatelmélet, digitális jelfeldolgozás.

Jelenleg kandidátusi értekezésén dolgozik.



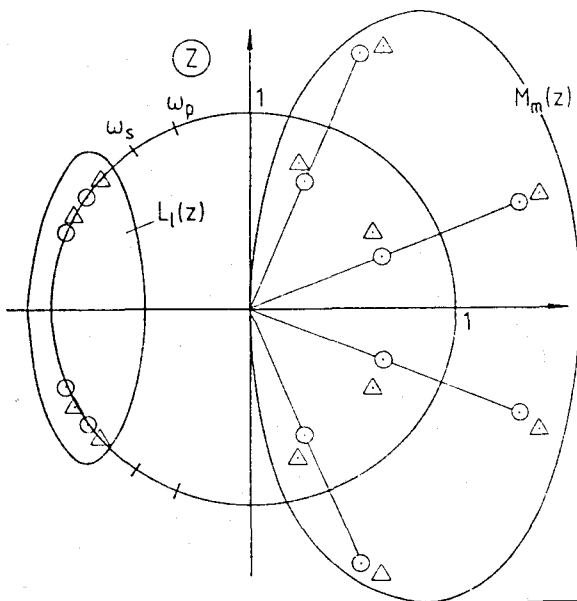
DR. HENK TAMÁS

1973-ban végzett a BME Villamosmérnöki Karán. Azóta a TKI-ban dolgozik, jelenleg tudományos főosztályvezetőként.

A TKI-ban az adatátviteli modemszalád, számítógéppel segített tervezésében és az Intercsat SCPC úrtávközlő berendezés kidolgozásában vett részt. Kutatási területei: lineáris és nemlineáris hálózatelmélet, adatátvitel, digitális jelfeldolgozás.

1977-79-ben a Dublini Egyetemen (Írország) volt vendégkutató.

1980-ban kapta egyetemi doktorátusát a BME-en és 1985 óta a műszaki tudomány kandidátusa.



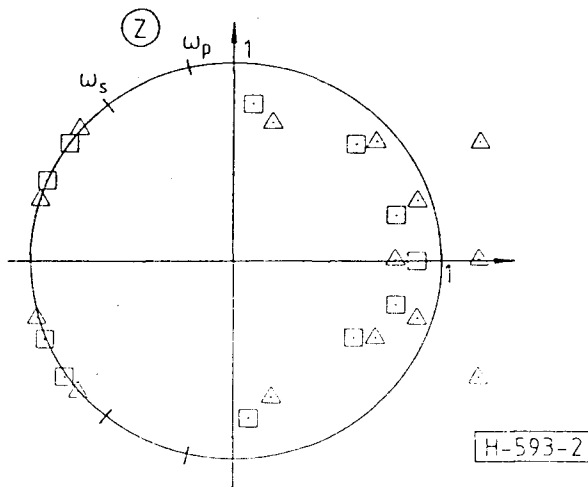
1. ábra. Közel lineárfázisú szűrő származtatása egzakt lineárfázisú szűrőből

○ - egzakt lineárfázisú szűrő zérusai

△ - közel lineárfázisú szűrő zérusai

H-593-1

Beérkezett: 1990. II. 27. (□)



2. ábra. Közel lineárfázisú szűrő származtatása minimálfázisú szűrőből

□ - minimálfázisú szűrő zérusai
 Δ - közel lineárfázisú szűrő zérusai

Tervezési stratégia

A FIR szűrők átviteli függvénye p-tartományban

$$H(p) = \frac{N(p)}{(1+p)^N} \quad (1)$$

alakban fogalmazható meg. Az $N(p)$ polinomot

$$N(p) = M_m(p) \cdot L_l(p), \quad m + 2l = N \quad (2)$$

alakban írhatjuk fel, ahol $M_m(p)$ m-ed fokú polinom, amely az áteresztősávi zérusokat foglalja magában, míg $L_l(p)$ 2l-edfokú polinom, amely a zárósávi zérusokat tartalmazza.

A FIR szűrők együttes amplitúdó- és fázisapproximációja hasonlóan a [12]-ben található együttes approximációs módszerekhez külön áteresztősávi és külön zárósávi approximációs eljárásból épül fel.

A feladat $M_m(p)$ generálása, amely az adott amplitúdó- és fáziselőírásokat valósítja meg áteresztősávban, miközben $L_l(p)$ -t ismertnek tekintjük az áteresztősávi approximáció szempontjából ül. $L_l(p)$ meghatározása, amely az adott amplitúdó előírásokat interpolálja zárósávban és ebben az esetben $M_m(p)$ -t ismertnek tekintjük. Ezeket a lépéseket iteratíván ismételjük.

A fenti interpolációs eljárásokat a Padé-approximáción [13] alapuló lineáris problémaként foglaltuk meg, amely széleskörűen használt a hálózatelméletben. Az interpolációs polinomok meghatározása rekurzív úton történik és a rekurzióban szereplő együtthatókat is rekurziós formulákkal határozzák meg.

Ezek az interpolációs eljárások Remez-ciklusba foglalhatók, [14], amely lehetővé teszi az egyenletes ingadozású amplitúdó karakterisztika kialakítását.

A tervezési eljárás interpolációs algoritmusait a komplex p-tartományban foglaltuk meg, így szükséges az előírások előtorzítása a bilineáris transzformációnak megfelelően, míg a tervezés végén szintén a

bilineáris transzformációval kaphatjuk meg a FIR szűrő z-tartománybeli transzferfüggvényét. A közvetlenül z-tartományban kidolgozott algoritmusok [15]-ben és az algoritmusok bizonyítása a [16] található meg.

Áteresztősávi approximáció

A tömörebb kezelés érdekében bevezetjük az $F(p)/G(p)$ racionális törtfüggvényt, amely az amplitúdó- és fáziselőírásokat hordozza. A feladat $M_m(p)$ meghatározása, amely az előírt amplitúdó- és fáziselő-

írásokat valósítja meg az adott frekvenciákon rögzített $L_l(p)$ mellett (3. ábra).

Az $M_m(p)$ polinomok meghatározása lineáris egyenlettel fogalmazható meg,

$$\frac{M_m(p) \cdot L_l(p)}{(1+p)^N} = \frac{F(p)}{G(p)} + W_n(p) \cdot \frac{L_l(p)}{(1+p)^N} \cdot p^q \cdot \prod_{i=1}^n (p^2 + v_i^2) \quad (3)$$

ahol $L_l(p)$ rögzített, $W_n(p)$ tetszőleges hibafüggvény pólusok nélkül az előírt ξ_i és $\xi = 0$ frekvenciákon, n és q az előírt frekvenciák számára utal és a (3)-ban szereplő m, n és q között az

$$m + 1 = 2n + q$$

kötés áll fenn. A q értéke 1 és 0 lehet m páros ill. páratlan értékére, q=1-nek csak aluláteresztő esetben van értelme.

A (3) egyenlet rendezésével az

$$M_m(p) = \frac{F(p) \cdot (1+p)^n}{G(p) \cdot L_l(p)} + W_n(p) \cdot p^q \cdot \prod_{i=1}^n (p^2 + v_i^2) \quad (5)$$

alakú lineáris problémára jutunk. Az $M_m(p)$ polinomra vonatkozó rekurziós összefüggés a [12] 6-1 táblázat alapján

$$M_{m+2}(p) = M_m(p) + (\lambda_n + \mu_n p) \cdot p^q \cdot \prod_{i=1}^n (p^2 + v_i^2), \quad n = \left\lfloor \frac{m+1}{2} \right\rfloor \quad (6)$$

alakban írható, míg a rekurzióban szereplő λ_n, μ_n rekurziós együtthatók és a $W_n(p)$ hibafüggvény szintén rekurzív úton származtatható. Vezessük be a

$$\begin{aligned} W_n(p) &= U_n(p) + p \cdot V_n(p), \\ U_n(p) &= Ev[W_n(p)], \\ V_n(p) &= Od[W_n(p)] \end{aligned} \quad (7)$$

jelöléseket, ahol $Ev [P_n(p)]$ ill. $Od [P_n(p)]$ a $P(p)$ polinom páros ill. páratlan részét jelöli. A (7) felhasználásával a λ_n, μ_n rekurziós együtthatókra és a $W_n(p)$ hibafüggvényre az alábbi összefüggések származtathatóak:

$$\lambda_n = -U_n(p)|_{p=j\nu_{n+1}}, \mu_n = -V_n(p)|_{p=j\nu_{n+1}}, n \geq 0 \quad (8)$$

$$W_n(p) = \frac{W_{n-1}(p) + \lambda_{n-1} + \mu_{n-1} \cdot p}{p^2 + \nu_n^2} \quad (9)$$

$$U_n(p) = \frac{U_{n-1}(p) + \lambda_{n-1} \cdot p}{p^2 + \nu_n^2} \quad (10)$$

$$V_n(p) = \frac{V_{n-1}(p) + \mu_{n-1}}{p^2 + \nu_n^2} \quad (11)$$

A rekurzió során az $M_m(p)$ polinom fokszáma 2-vel növekszik, így különböző kezdőfüggvények adódnak páros ill. páratlan fokszámú polinomok esetén.

Páros esetre az $M_m(p)$ és $W_n(p)$ kezdőfüggvényei

$$M_o(p) = \lambda_{-1},$$

$$W_o(p) = \frac{\lambda_{-1}}{p} \frac{F(p) \cdot (1+p)^N}{pL_l(p) \cdot G(p)} \quad (12)$$

ahol

$$\lambda_{-1} = \frac{F(p) \cdot (1+p)^N}{G(p) \cdot L_l(p)} \Big|_{p=0} \quad (13)$$

míg páratlan esetben a kezdőfüggvények

$$M_1(p) = \lambda_o + \mu_o \cdot p,$$

$$W_o(p) = -\frac{F(p)(1+p)^N}{G(p)L_l(p)} \quad (14)$$

Zárósávi approximáció

Ebben az esetben a feladat az $L_l(p)$ polinom generálása, amely az ismert $M_m(p)$ polinommal együtt az előírt amplitúdóértékeket interpolálja az adott zárósávi frekvenciasávon. Pontosabban a tervezésnél a szabad paraméter a zárósávi csillapítás, ugyanis az áteresztőtartomány, a zárótartomány sávszélfrekvenciája, továbbá az áteresztősávi ingadozás rögzített. Az $L_l(p)$ polinom 2l-edfokú páros polinom, így a feladatot rögtön lineáris formában fogalmazzuk meg.

$$L_e(p) = a_e(-1)^i \sqrt{\frac{(1+p^2)^N \cdot \tilde{F}(p)}{\tilde{M}_m(p) \cdot \tilde{G}(p)}} + Z_e(p) \prod_{i=1}^l (p^2 + \omega_i^2) \quad (15)$$

ahol $F(p)/G(p)$ az előírást hordozza, $M_m(p)$ a zárósávi interpoláció szempontjából ismert polinom, a \sim jelölés a $P(p) = P(p) \cdot P(-p)$ jelölésre szolgál, az $(1+p^2)^N$ valójában a $(1+p)^N$, $Z_l(p)$ tetszőleges páros hibafüggvény pólusok nélkül az ω_i frekvenciákon és $(-1)^i$ az-előírás váltakozó előjelét valósítja meg a

3. ábrának megfelelően. A zárósávi előírás váltakozó előjele biztosítja, hogy a zárósávi zérusok a $j\omega$ tengelyre kerüljenek. A (15) egyenlet $L_l(p)$ polinomja is rekurzív úton származtatható, az

$$L_{k+1}(p) = (p^2 + \xi_k)L_k(p) - \frac{a_k}{a_{k-1}}(p^2 + \omega_{k+1}^2)L_{k-1}(p) \quad (16)$$

egyenletnek megfelelően. A (16) polinomrekurzió a_k, ξ_k rekurziós együtthatói valamint a $Z_k(p)$ hibafüggvény a következő rekurzív összefüggésekkel származtatható:

$$a_{k+1} = a_k(\xi_k - \omega_{k+1}^2), 0 \leq k \leq l-1 \quad (17)$$

$$\xi_k = \frac{a_k}{a_{k-1}} \frac{Z_{k-1}(j\omega_{k+2})}{Z_k(j\omega_{k+2})} + \omega_{k+2}^2, 0 \leq k \leq l-1$$

$$Z_k(j\omega_i) = \frac{(\xi_{k-1} - \omega_i^2) \cdot Z_{k-1}(j\omega_i) - \frac{a_{k-1}}{a_{k-2}} Z_{k-2}(j\omega_i)}{\omega_{k+1}^2 - \omega_i^2}, \quad (18)$$

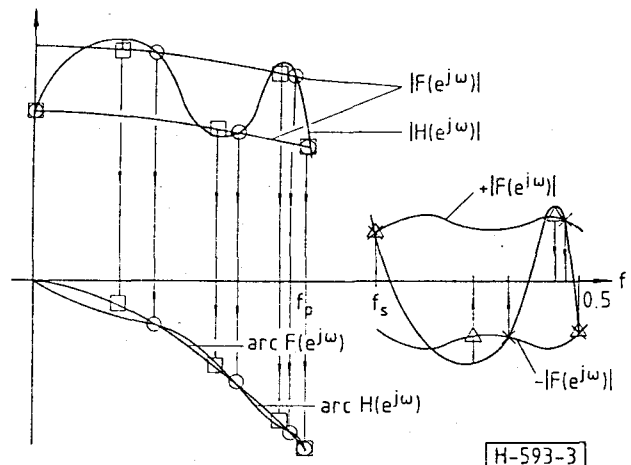
$$1 \leq k \leq l-1, \quad k = 2 \leq i \leq l+1 \quad (19)$$

$$L_{-1}(p) = 0, \quad L_o(p) = 1 \quad (20)$$

$$Z_{-1}(j\omega_i) = -(-1)^i \cdot \sqrt{\frac{(1-j\omega_i^2)^N \cdot \tilde{F}(j\omega_i)}{\tilde{M}_m(j\omega_i) \cdot \tilde{G}(j\omega_i)}} \quad (21)$$

$$Z_o(j\omega_i) = \frac{1 + a_o \cdot Z_1(j\omega_i)}{\omega_1^2 - \omega_i^2} \quad (22)$$

$$a_{-1} = 1, \quad a_o = -\sqrt{\frac{\tilde{M}_m(j\omega_1) \cdot \tilde{G}(j\omega_1)}{(1-j\omega_1^2)^N - \tilde{F}(j\omega_1)}} \quad (23)$$



3. ábra. A Remez-algoritmus alkalmazása
 O - interpolációs pontok az áteresztősávban
 X - interpolációs pontok a zárósávban
 □ - új interpolációs pontok az áteresztősávban
 Δ - új interpolációs pontok a zárósávban

Az áteresztő- és zárósávi approximáció kombinálása

A tervezés áteresztősávi approximációval indul, ahol $L_1(p)$ a referencia egzakt lineáris vagy minimálfázisú szűrő zérusait tartalmazza. A kezdő amplitúdó interpolációs pontokat az előírt toleranciasémán felváltva vesszük fel, mégpedig azokon a frekvenciákon, ahol a referenciaszűrő amplitúdómenetének szélső értékei vannak és a kezdő fázis interpolációs pontokat magán a báziskarakterisztikán vesszük fel, mégpedig ugyanazokon az áteresztősávi frekvenciákon, ahol az amplitúdóelőírásokat választottuk. (3. ábra).

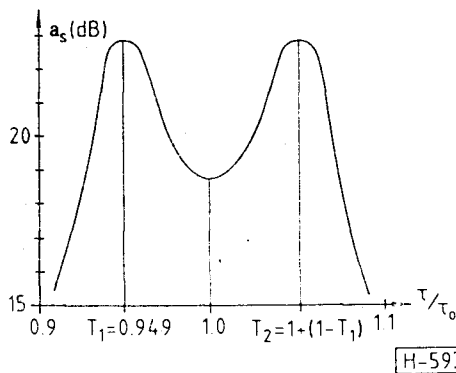
Az áteresztősávi interpoláció után a zárósávi interpolációs pontokat az előírt toleranciasémán vesszük azokon a frekvenciákon, ahol az eltérés a legnagyobb az előírás és az első interpoláció között (3. ábra).

A zárósávi approximáció után az új áteresztősávi interpolációs pontokat az amplitúdóelőírás és az interpoláció eredményeként előálló $H(p)$ amplitúdómenetének legnagyobb eltéréseinél választjuk, míg a fázis előírásokat ehhez választjuk, hasonlóan mint az első áteresztősávi interpolációnál (3. ábra).

Az interpolációs eljárásokat felváltva alkalmazva érjük el az egyenletes ingadozású amplitúdókarakterisztikákat. A Remez-algoritmus felváltva használja a két interpolációs eljárást és az új interpolációs pontokat mindig az előírás és eredmény legnagyobb eltéréseinél választjuk. A végső eredmény egyenletes ingadozású amplitúdókarakterisztikákat és egyenlőtlen ingadozású fáziskarakterisztikát biztosít.

A szelektivitás növelése fázistorzítással

Az áteresztősávi interpoláció az adott frekvenciákon egyszerre valósít meg amplitúdó- és fáziselőírásokat, így valójában mindkét karakterisztikát azonos sáv szélességgel valósítjuk meg. Azonban a fáziskarakterisztikát elegendő keskenyebb sávban approximálni, ugyanis a jel spektruma általában a sáv szélénél kisebb [6]. A különböző sáv szélességű approximáció az előzőekben ismertetett algoritmusok segítségével a következő fázistorzítás felhasználásával valósítható meg [6]:



4. ábra. Összefüggés a zárócsillapítás és a késleltetés között

$$\varphi_t(\omega) = -\omega\tau \left[1 + \left(\frac{|\omega|}{\omega_t} \right)^t \right], \quad \omega_a \leq \omega_t \leq \omega_z \quad (24)$$

ahol τ a közelítendő késleltetés, $\varphi_t(\omega)$ a torzított fáziselőírás és ω_t , t a torzítási paraméterek, amelyeket kísérletileg határoztunk meg a megengedett fázistorzítás figyelembevételével. Így a zárósávi csillapítás jelentős növekedését érhetjük el.

Tervezési példák

Tervezési példákon keresztül vizsgáljuk az együttes approximációval tervezett aluláteresztő FIR szűrő tulajdonságait és összehasonlító vizsgálatot végzünk a minimálfázisú, közel lineárfázisú és az egzakt lineárfázisú FIR szűrők között.

Az 1. tervezési példával vizsgáljuk az egzakt lineárfázisú szűrőből kiindulva tervezett közel lineáris fázisú FIR szűrők tulajdonságait, míg a 2. tervezési példában egy minimálfázisú szűrőből származtatjuk a közel lineárfázisú szűrőt.

Tervezési példa 1.

A mintapéldában különböző késleltetésű közel lineárfázisú szűrőket tervezünk, amelyek késleltetését a referencia $N=16$ -odfokú egzakt lineárfázisú szűrő $\tau_0 = T \cdot N/2$ késleltetése körül változtattuk. A szűrők áteresztősávja $[0.0; 0.4]$, zárósávja pedig $[0.45; 0.5]$.

Az áteresztősávi ingadozás minden esetben ugyanaz és a 4. ábra mutatja a zárósávi csillapítást az előírt késleltetés függvényében. A közel lineárfázisú szűrők tervezésénél nem használtuk az előző fejezetben ismertetett fázistorzítást.

Tekintsük a

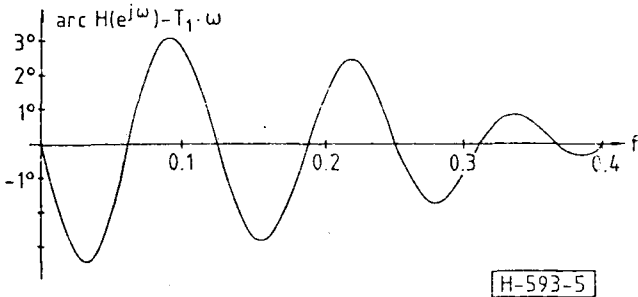
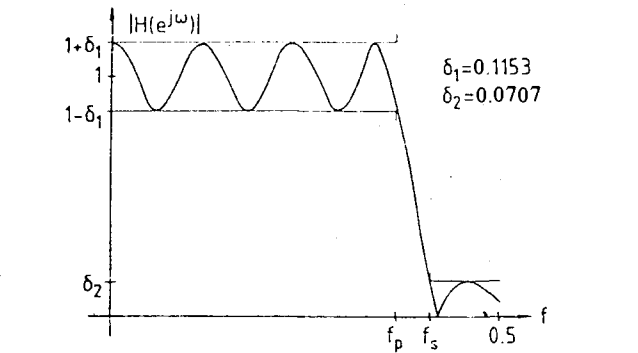
$$H_-(p) = \frac{N(p)}{(1+p)^N} \quad (25)$$

transzferfüggvényt, amely a $(\tau_0 - \Delta\tau)$ késleltetést approximálja, ebben az esetben a

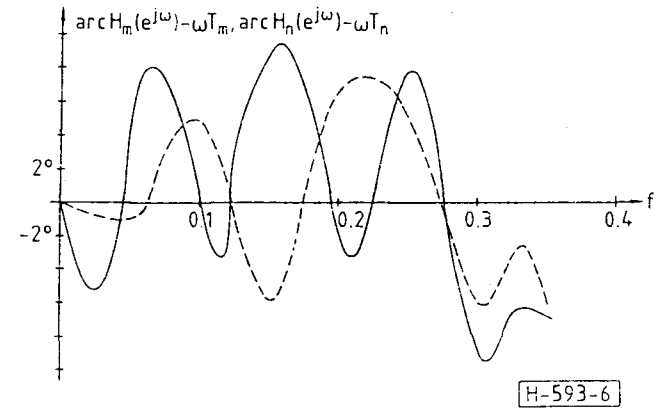
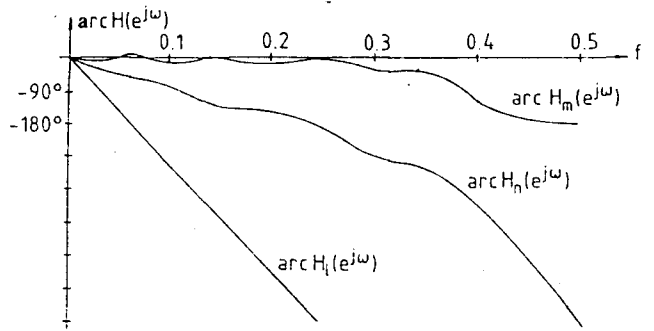
$$H_+(p) = \frac{N(-p)}{(1+p)^N} \quad (26)$$

transzferfüggvény ugyanolyan amplitúdókarakterisztikával rendelkezik és fáziskarakterisztikájának a $(\tau_0 + \Delta\tau)$ -tól való eltérése éppen ellentétes, mint $H_-(p)$ fáziskarakterisztikájának $(\tau_0 - \Delta\tau)$ -tól. Tekintve az új eljárással tervezett, a $(\tau_0 + \Delta\tau)$ ill. $(\tau_0 - \Delta\tau)$ késleltetést közelítő közel lineárfázisú FIR szűrőt a két transzferfüggvény ugyanolyan tulajdonságot mutat, mint $H_+(p)$ ill. $H_-(p)$ azonos kezdeti feltételekből indítva a két approximációt. Így a 4. ábrán látható zárócsillapítás-késleltetés grafikonja szimmetrikus τ_0 körül.

A legnagyobb zárócsillapításhoz tartozó $\tau_t = 0,949$ τ_0 késleltetésű közel lineárfázisú szűrő fázishibakarakterisztikája az 5. ábrán látható.



5. ábra. 1. mintapélda
Közel lineárfázisú szűrő $T_1 = 0,949 \tau_0$ késleltetéssel
a) Amplitúdókarakterisztika
b) Fáziskarakterisztika



6. ábra. 2. mintapélda
Összehasonlítás a minimálfázisú, a közel lineárfázisú és az
egzakt lineárfázisú aluláteresztő FIR szűrők között
a) Fáziskarakteristikák
b) Fázishiba-karakteristikák,
(folytonos görbe: minimálfázisú szűrő,
szaggatott görbe: közel lineárfázisú szűrő)

I. táblázat.

A 2. mintapélda szűrőinek összehasonlítása

Szűrő	Minimál-fázisú	Közel lineárfázisú	Egzakt lineárfázisú
Fokszám	11	14	16
Ingadozás az áteresztősávban	0.10679 (1.862dB)	0.10567 (1.842dB)	0.1153 (2.012dB)
Ingadozás a zárósávban	0.09983 (20.01dB)	0.09826 (20.15dB)	0.1153 (18.76dB)
Késleltetés	0.264	2.31	8.0
Futásidő ingadozás	2.6333	1.4918	0.0
Fázisingadozás	18.6°	13.8°	0.0°

Tervezési példa 2.

A mintapéldában összehasonlítjuk egy ugyanarra az amplitúdóelőírásokra tervezett egzakt lineárfázisú, közel lineárfázisú és minimálfázisú szűrők tulajdonságait. A közel lineárfázisú szűrő esetén alkalmaztuk a fázistorzítást, amelynél a torzítási paraméterek $f_t = 0.45$ és

$t = 14$. A közel lineárfázisú szűrő tervezéséhez 8 iterációra volt szükség és 36,3 sec CPU időre IBM 4331 gépen.

Az I. táblázat összehasonlítást mutat a minimálfázisú, a közel lineárfázisú és az egzakt lineárfázisú szűrők között. A minimálfázisú szűrőnél a késleltetést úgy értelmezzük, hogy az ez által a késleltetés által meghatározott lineárfázistól a szűrő valóságos fázismentene ugyanolyan mértékben térjen el mind pozitív mind negatív irányban ugyanabban a frekvenciasávban, amelyben a közel lineárfázisú szűrőnél a fázist közelítettük.

A szűrő fáziskarakteristikáit és a fázishiba-karakteristikákat a 6. ábra mutatja.

Összegezés

Az előzőekben új tervezési eljárást adtunk FIR szűrők együttes amplitúdó- és fázisapproximációjára. A tervezési eljárás külön áteresztő és külön zárósávi interpolációból épül fel, az interpolációs polinomok számítása rekurzív úton történik, továbbá a rekurziós együtthetők is rekurzíven származtatjuk.

Az interpolációs algoritmusokat a Remez-algoritmusba ágyazva valósítjuk meg az iteratív tervezést, oly

módon, hogy az algoritmusokat felváltva alkalmazzuk és az új interpolációs pontokat az előírás és az előző interpolációs eredményként kapott $H(j\omega)$ legnagyobb eltéréseinél választjuk.

Mintapéldák segítségével vizsgáltuk a közel lineárfázisú szűrők tulajdonságait és megadtuk az azonos amplitúdókarakterisztikával, de ellentétes fázismentel rendelkező szűrők közötti összefüggést.

Összehasonlítottuk egy mintapéldán keresztül a minimálfázisú, a közel lineárfázisú és az egzakt lineárfázisú aluláteresztő FIR szűrőket. A tervezett közel lineárfázisú szűrő kisebb fokszámú és késleltetésű, mint az egzakt lineárfázisú szűrő viszonylag csekély fázistorzítás árán.

IRODÁLOM

- [1] *J. M. McClellan, T. W. Parks*: „A unified approach to the design of optimum FIR linear phase digital filters”, *IEEE Tr. Circuit Theory*, CT-20, pp. 697-701, Nov., 1973.
- [2] *J. M. McClellan, T. W. Parks, L. R. Rabiner*: „A computer program for designing optimum FIR linear phase digital filters”, *IEEE Tr. Audio and Electroacoustics*, AU-21, pp. 506-526, Dec., 1973.
- [3] *H. W. Schüssler, O. Herman*: „Design of nonrecursive digital filters with minimum phase”, *Electronics Letters*, 6., pp. 329-330, May 28, 1980.
- [4] *T. Aoyama, Hi Ueda*: „A practical procedure for designing FIR filters with optimum magnitude and minimum phase”, *Proc. of Int. Symposium of Circuits and Systems /Tokio/*, pp. 24-25, 1979.
- [5] *M. Feldmann*: „Direct synthesis of minimum phase transversal filters”, *Proc. of Int. Symposium on Circuits and Systems /Tokio/*, pp. 15-18, 1979.
- [6] *J. D. Rhodes*: *Theory of Electrical Filters*, Wiley, 1976.
- [7] *H. Baher*: *Synthesis of Electrical Networks*, Wiley, 1984.
- [8] *S. O. Scanlan, H. Baher*: „Filters with maximally flat amplitude and controlled delay responses”, *IEEE Tr. Circuits and Syst.*, CAS-23, pp. 270-278, May, 1976.
- [9] *L. G. Cuthbert*: „Optimizing non-recursive digital filters to nonlinear phase characteristics”, *The Radio and Electronic Engineer*, 44., pp. 645-651, Nov., 1974.
- [10] *A. G. J. Holt, J. Attikiouzel, R. Bennett*: „Iterative technique for designing non-recursive digital filter nonlinear phase characteristics”, *The Radio and Electronic Engineer*, 46., pp. 589-592, Dec., 1976.
- [11] *K. Steiglitz*: „Design of FIR digital phase networks”, *IEEE Tr. Acoust., Speech, Signal Processing*, ASSP-29, pp. 171-176, April, 1981.
- [12] *T. Henk*: „Szűrőapproximáció interpolációs eljárásokkal, Kandidátusi értekezés. MTA, 1984.”
- [13] *K. L. Su*: „Time-domain synthesis of linear networks”, *Prentice-Hall*, 1970.
- [14] *G. C. Temes, J. A. C. Bingham*: „Iterative Chebyshev approximation technique for network synthesis” *IEEE Tr. Circuit Theory*, CT-14, pp. 31-37, March, 1967.
- [15] *F. Leeb, T. Henk*: „Simultaneous amplitude and phase approximation for FIR filters”, *Proc. ISCAS '88, Espoo, Finland*, pp. 61-64.
- [16] *F. Leeb, T. Henk*: „Simultaneous amplitude and phase approximation for FIR filters”, *Int. Journal on Circuit Theory and Appl.*, Vol. 17, 1989, pp. 363-374.