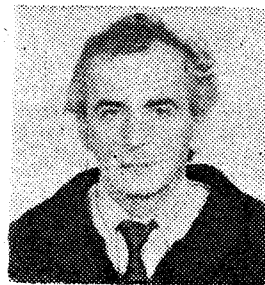


# Analóg rezonátorok, harmonikus jelcsomagok detektálása

DR. SIMON GYULA

BME Híradástechnikai Elektronika Intézet



## ÖSSZEFOGLALÁS

Energiadetektorok kvadraturaszorzós elrendezésén kívül veszteségmentes másodfokú rezonátorokkal is kialakíthatók. A tranziens rendszerfüggvények vizsgálatából nyilvánvaló, hogy ilyen megoldások nagyfrekvenciás alkalmazásokhoz előnyösek. Felmerül a páratlan transzformáció alkalmazásának lehetősége. Ezt a veszteségek és instabilitások elvi vizsgálata követi és megadjuk a detektálási tulajdonságokra gyakorolt hatásukat is.

## I. Bevezetés

Elektronikus rendszerekben gyakran előfordul feladat, hogy periodikus ismétlődéssel döntenünk kell: egy-egy  $t_a$  ablakidőtartamon belül valamely ismert ortogonális frekvenciasorból mely komponens vagy komponensek voltak aktuálisan jelen (pl. többszintű frekvenciabillentyűzött rendszerek, telefontechnikai jelzésátvitel). A döntést előkészítő detektáláshoz olyan áramköröket használhatunk fel, melyeknek minden ablakidő kezdetén jól definiált az állapotuk (kezdeti energiájuk pl. nulla értékű), így az aktuális időtartam előtti eseményektől eltekinthetünk. A vizsgált szakasz végén döntünk. Így — kétoldalról behatárolva — érdektelen, hogy vizsgált jelünket az ablakidőtartamra korlátozzuk (ilyenkor áramköreinkről feltesszük, hogy Fourier-integrálokat értékelnek ki), vagy periodikusan kiterjesztettnek vesszük (Fourier-sorfejtés).

A harmonikus jelcsomag mindenképp kapuzott veszteségmentes jelet tartalmaz, így detektálásához kapuzott veszteségmentes harmonikus súlyfüggvényű illesztett szűrőbankra van szükség. Ezen az alapon az  $\omega_0$  frekvenciájú, az ablakidőbe egész számú periodusával beleférő

$$u_{be} = S \cdot \sin(\omega_0 t) + C \cdot \cos(\omega_0 t) \quad (1)$$

bemeneti jel detektálására alkalmas szűrő transzfer függvénye

$$F(p) = K \frac{-\omega_0^2 S + p\omega_0 C}{p^2 + \omega_0^2} \quad (2)$$

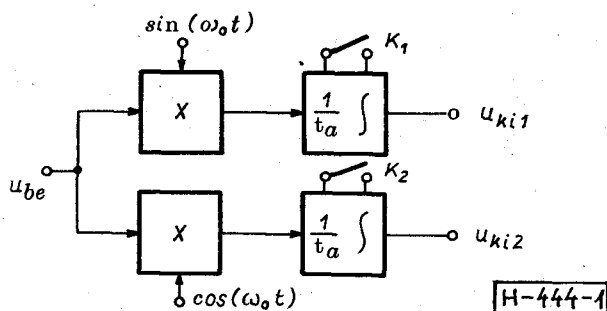
A gyakorlatban a jel fázisa sokszor nem ismert, ezért minden frekvenciához tartozóan az ortogonális összetevőkre külön-külön meghatározást kell elvégezzünk.

Ismert az ún. kvadraturajeles szorzós energia-detektor elrendezés (1. ábra). A feldolgozási ciklus előtt a  $K_1$  és  $K_2$  kapcsolók zárásával energiament-

DR. SIMON  
GYULA

1984-ben a Budapesti Műszaki Egyetem Villamosmérnöki Kar Gyengeáramú Szakon szerzett okleveles villamosmérnöki diplomát. A BME Híradástechnikai Elektronika Intézetében oktat. 1971-ben írt egyetemi doktori

értekezése műveleti erősítővel kapcsolatos kérdéseket (jelváltozási sebesség, zaj) tárgyalt. Publikációi analóg és mintavételes áramkörökkel, jelefeldolgozással és a kutatófejlesztő munkákhoz kapcsolódóan komplex rendszerekkel foglalkoznak. 1972-ben és 1979-ben kapott Pollák-Virág díjat.



1. ábra. Kvadraturaszorzós energiadetektor

tesített integrátorok a kapcsolók nyitott állapotában  $t_a = k2\pi/\omega_0$  ideig ( $k$  egész) integrálják a szorzatjeleket. A feldolgozás végén

$$U_{ki1} = u_{ki1}(t_a) = \frac{S}{2} \quad (3)$$

illetve

$$U_{ki2} = u_{ki2}(t_a) = \frac{C}{2} \quad (4)$$

értékű lesz a kimeneti jel.

A későbbi összehasonlíthatóság kedvéért határozzuk meg, a feldolgozási cikluson belül hogyan alakul külön-külön a két kimenet időfüggvénye:

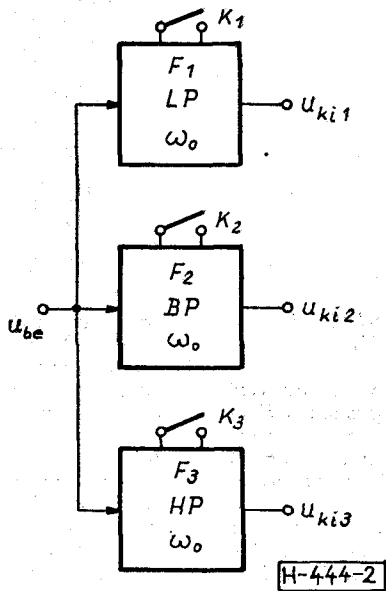
$$u_{ki1}(t) = \frac{S}{2} \left[ -\frac{1}{k4\pi} \sin(2\omega_0 t) + \frac{t}{t_a} \right] - \frac{C}{2} \frac{1}{k4\pi} \cos(2\omega_0 t) \quad (5)$$

$$u_{ki2}(t) = \frac{C}{2} \left[ -\frac{1}{k4\pi} \sin(2\omega_0 t) + \frac{t}{t_a} \right] - \frac{S}{2} \frac{1}{k4\pi} \cos(2\omega_0 t) \quad (6)$$

Látható, hogy a kimeneteken a kvadraturakomponensekkel arányos, időben lineárisan növekedő jelösszetevők vannak.

A másik lehetőség rezonátorok alkalmazása. [1] állapotváltozós aktív RC szűrős energiadetek-

Beérkezett: 1988. II. 14. (□)



2. ábra. Általános elrendezés modellje

tor differenciálegyenletét, kapcsolását és áramköri jelalakok fényképeit mutatja be. Ilyen megoldások kisfrekvenciás alkalmazásokra használhatók. A továbbiakban a rezonátor elvű detektorok általános tulajdonságait vizsgáljuk meg [3]. A megfontolások és eredmények nagyon hasonlóak a DPT meghatározásánál kapottakhoz [4].

A 2. ábrán veszteségmentes másodfokú aluláteresztő (LP), sáváteresztő (BP) és felüláteresztő (HP) szűrőt tüntettünk fel, ezek mindegyikének hangolási frekvenciája  $\omega_0$ . A periodikusan működtetett  $K_1$ ,  $K_2$  és  $K_3$  kapcsolók minden feldolgozási ciklus elejére energiamentesítik az egységeket. A szűrők (rezonátorok) ezután  $t_a$  ideig a bemeneti jel gerjesztésével működnek; az eredmények a feldolgozási szakasz végén értékelhetők ki. A különböző frekvenciákra elkészített ilyen egységek kimeneti jelei alapján hozunk döntést és energiamentesítés után újabb feldolgozás kezdődhet.

## 2. Tranziens rendszerfüggvények

Az előző fejezetben említett szűrők a feldolgozási időtartam alatt tisztán tranziens üzemmódban működnek, a kimeneti válaszjel csak konstans gerjesztés esetén lesz egyetlen frekvenciás harmonikus jel, de ez is a rezonátor hangolási (saját-) frekvenciájának megfelelő frekvenciájú. A kimeneti válaszok általánosan a bemeneti jel és az idő függvényei lesznek. Ily módon vegyes — idő- és frekvenciatartománybeli — leírási módszerre van szükségünk, ezért a tranziens rendszerfüggvényeket [2] határozzuk meg. A lineáris rendszer miatt a superpozíció tétel érvényes.

Legyen a bemeneti feszültség egy komponense harmonikus:

$$u_{be} = S \cdot \sin(\omega_1 t) + C \cdot \cos(\omega_1 t) \quad (7)$$

A 2. ábrán szereplő szűrőelrendezések átviteli függvényei és súlyfüggvényei:

$$F_1(p) = \frac{\omega_0^2}{p^2 + \omega_0^2}; \quad h_1(t) = \omega_0 \sin(\omega_0 t) \quad (8)$$

$$F_2(p) = \frac{\omega_0 p}{p^2 + \omega_0^2}; \quad h_2(t) = \omega_0 \cos(\omega_0 t) \quad (9)$$

$$F_3(p) = \frac{p^2}{p^2 + \omega_0^2} = i - F_1(p);$$

$$h_3(t) = \delta(0) - \omega_0 \sin(\omega_0 t) \quad (10)$$

ahol  $\delta(0)$  a Dirac-függvény.

Konvolúcióval vagy inverz Laplace-transzformációval kiszámíthatók a (7) alakú gerjesztés hatására létrejövő kimeneti jelek:

$$u_{ki1} = \frac{2}{\eta} \sin\left(\frac{\omega_1 - \omega_0}{2} t\right) \times$$

$$\times \left[ S \cos\left(\frac{\omega_0 + \omega_1}{2} t\right) - \frac{\omega_0}{\omega_1} C \sin\left(\frac{\omega_0 + \omega_1}{2} t\right) \right] +$$

$$+ S \frac{\omega_1}{\omega_0 + \omega_1} \sin(\omega_1 t), \quad (11)$$

$$u_{ki2} = \frac{2}{\eta} \sin\left(\frac{\omega_1 - \omega_0}{2} t\right) \times$$

$$\times \left[ S \sin\left(\frac{\omega_0 + \omega_1}{2} t\right) + C \cos\left(\frac{\omega_0 + \omega_1}{2} t\right) \right] +$$

$$+ C \frac{\omega_1}{\omega_0 + \omega_1} \sin(\omega_0 t), \quad (12)$$

$$u_{ki3} = u_{be} - u_{ki1} = -\frac{2}{\eta} \sin\left(\frac{\omega_1 - \omega_0}{2} t\right) \times$$

$$\times \left[ S \cos\left(\frac{\omega_0 + \omega_1}{2} t\right) - \frac{\omega_0}{\omega_1} C \sin\left(\frac{\omega_0 + \omega_1}{2} t\right) \right]$$

$$+ S \frac{\omega_0}{\omega_0 + \omega_1} \sin(\omega_1 t) + C \cos(\omega_1 t). \quad (13)$$

Itt bevezettük a relatív elhangolást:

$$\eta = \frac{\omega_1}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_1}. \quad (14)$$

Látható, hogy a kimeneti jelek a gerjesztés szintjétől ( $S$  és  $C$ ), a gerjesztőjel frekvenciájától ( $\omega_1$ ), a hangolási frekvenciától ( $\omega_0$ ) és az időtől egyaránt függnek.

Sok gyakorlati esetben a közeli (szomszéd) frekvenciákra  $\omega_1 \approx \omega_0$  és így  $\eta \approx 2(\omega_1 - \omega_0)/\omega_0$  és  $|\eta| \ll 1$ , így a burkoló egyenletében szereplő  $\eta$  miatt annak amplitúdója fordítottan arányos az  $|\omega_1 - \omega_0|$  frekvenciakülönbséggel (ha eltekintünk a bemeneti komponenseket közvetlenül tartalmazó tagoktól a (11), (12) és (13) egyenletekben).

Ha a bemeneti frekvencia megegyezik a hangolási frekvenciával ( $\omega_1 = \omega_0$ ), akkor a Bernoulli-L'Hospital szabály alkalmazásával:

$$u_{ki1} = 0,5 \omega_0 t [-S \cos(\omega_0 t) + C \sin(\omega_0 t)] + 0,5 S \sin(\omega_0 t) \quad (15)$$

$$u_{ki2} = 0,5 \omega_0 t [S \sin(\omega_0 t) + C \cos(\omega_0 t)] + 0,5 C \cos(\omega_0 t) \quad (16)$$

$$u_{ki3} = 0,5 \omega_0 t [S \cos(\omega_0 t) - C \sin(\omega_0 t)] + 0,5 S \sin(\omega_0 t) + C \cos(\omega_0 t) \quad (17)$$

Vezessük be a  $k = t_a \omega_0 / 2\pi$  és  $(k+n) = t_a \omega_1 / 2\pi$  jelöléseket, ahol  $k$  az ablakidőbeli  $\omega_0$ , míg  $(k+n)$  az ablakidőbeli  $\omega_1$  frekvenciájú jelperiódusok száma ( $n$  és  $k$  egész).

Legyen  $U_{ki1} = u_{ki1}(t_a)$ ;  $U_{ki2} = u_{ki2}(t_a)$  és  $U_{ki3} = u_{ki3}(t_a)$ .  $\omega_0$  frekvenciájú gerjesztésnél a (15), (16) és (17) egyenletek alapján  $U_{ki1} = -\pi k S$ ;  $U_{ki2} = \pi k C$  és  $U_{ki3} = n k S + C$ , így fázishelyzettől függetlenül kiszámolható a gerjesztő jel amplitudója:

$$\sqrt{S^2 + C^2} = \frac{1}{nk} \sqrt{U_{ki1}^2 + U_{ki2}^2}. \quad (18)$$

Ha a vizsgált rezonátoraink gerjesztőjének frekvenciája  $\omega_1 = \omega_0(k+n)/k$  ( $n \neq 0$ ), akkor  $U_{ki1} = U_{ki2} = 0$  és  $U_{ki3} = C$  lesz a végeredmény. A burkoló csúcsa jó közelítéssel  $k/|n|$ -szerese lesz a bemeneti  $\omega_1$  frekvenciás jel csúcserőértékének. A rezonanciának megfelelő burkoló csúcserőértéke a feldolgozás végére a bemeneti csúcserőérték  $k\pi$ -szerese lesz. A burkoló változását pl. gyors átlagérték-egyenirányítóval követve, az egyes rezonátorok kimenetét az ablakidő végén figyelve dönteni tudunk arról, hogy melyik frekvencia volt jelen a feldolgozott időrésben.

A 3. ábra a burkolókat mutatja rezonancia ( $n=0$ ); az első szomszédos Fourier-feltételnek megfelelő frekvenciák ( $|n|=1$ ), a második szomszédos ( $|n|=2$ ) illetve két lehetséges frekvencia között középen lévő ( $|n|=0,5$ ) esetére,  $k\pi \gg 1$  feltétel mellett.

A szűrőbankot tehát úgy kell felépíteni, hogy a várt frekvenciaértékekre valósítsunk meg pl. LP és BP transzfer függvényű egységeket (pontos kiértékelés lehetséges), illetve LP vagy BP vagy HP szűrőt, melynek a burkolóját értékeljük ki (közelítő kiértékelés). A szűrők megvalósítására a 2. ábra blokk-sémájától eltérően nem párhuzamos bemenetű párokat érdemes a pontos kiértékeléshez működtetnünk, hanem egy bemenetű, két kimenetű elrendezéseket.

Ha eredményeinket összevetjük a kvadratura-szorzos elrendezésre kapottakkal (pl. az (5) és (6) valamint a (15), (16) és (17) egyenleteket), akkor nyilvánvaló a rezonátoros megoldás előnye a közelítő, burkoló alapján történő kiértékelés lehetősége miatt. A kvadratura-szorzos megoldásnál ugyanis mindenképpen szükség van mindkét kimeneti jel előállítására. Így különösen többfrekvenciás, gyors rendszereknél lehet nagyon ked-

vező a javasolt rezonátoros elrendezések alkalmazása, mert jelentősen egyszerűsíti az áramkörök megvalósítását. A burkoló érzékelése természetesen akkor egyszerű, ha a szűrőbank valamennyi érintett rezonátorához tartozó  $k$  értéke jóval nagyobb egynél.

A fenti eredmények feltételezték, hogy valamennyi észlelendő frekvenciaérték egész számú periódusával fórt bele az ablakba. A bemeneti jel frekvenciaváltozásának, a rezonátorok elhangolásának, vagy zavaró jelek hatásának vizsgálatához az általános ( $\omega_1 \neq \omega_0$ ) (11), (12) és (13) egyenleteket kell kiértékeljünk.

### 3. Páratlan transzformációs függvények

Anélkül, hogy visszamennénk a kezdet kezdetére, ezen függvények alkalmazhatóságát két tény segítségével bizonyítjuk.

I. Akkor is ortogonális kvadratúra-rendszert kapunk, ha olyan frekvenciasort veszünk, mely a  $2\pi/t_a$  elemi frekvenciaraszternek nem  $k$ -szorosaiából ( $k=0, 1, 2, \dots$ ), hanem  $k' = (2k+1)/2$  szereseiből áll (az ablakba mindig valahány egész és egy fél periódus fér bele). Ennél a felbontásnál elmarad az egyenkomponens, mely a Fourier-felbontástól „kilóg”. A  $(k'+n)$  jellemzőjű frekvenciákra ( $n$  egész) (11)-ben (12)-ben és (13)-ban az ablakidő végén a  $\sin[(\omega_1 - \omega_0)/2 \cdot t]$  értéke, így közelítőleg a burkoló is nulla lesz.

II. Az ennek megfelelő rezonátorok is egyszerűen mérzethetők; a pontos megoldásban rezonancián  $\sin \pi = 0$  miatt helyes végeredmény adódik [(15), (16) és (17) egyenletek]; (18)-ban  $k$  helyére  $k'$ -t kell helyettesíteni.

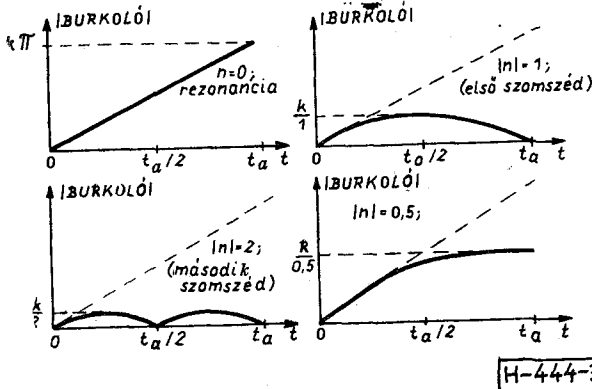
A periodikus kiterjesztést most úgy kell értelmezzünk, hogy minden feldolgozási ciklusidőhöz tartozó — szünet beiktatása nélkül elképzelt — függvényt annak  $(-1)$ -szerese követ (valamely szakasz  $S$  és  $C$  értékei a következő szakaszban  $(-1)$ -szeresek). Ez a sorfejtés a klasszikus Fourier-transzformációtól különböző, ortogonális harmonikus felbontást eredményez.

### 4. A veszteségek hatása

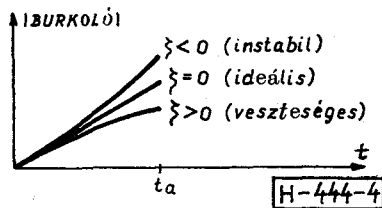
A szűrőbankok alapegységei passzív és aktív kivitelben is elképzeltethetők. Míg a passzív megoldások egyértelműen veszteségesek, az aktív megoldásokban „negatív veszteség” (veszteség túlkompenzálás) is elképzeltethető. Utóbbi állandósult állapotot is megengedve minden határon túl növekvő függvényt jelentene, áramkörünk idővariáns jellege miatt (energiamentesítés után véges feldolgozási periódus) a működés még ilyenkor is lehetséges.

A veszteség vagy túlkompenzálás hatása úgy vehető figyelembe, hogy a (8), (9) és (10) transzfer függvényeinek nevezőjét  $2\zeta(p/\omega_0)$  lineáris taggal egészítjük ki ( $\zeta > 0$  esetén veszteséges,  $\zeta < 0$  esetén gerjedő a rendszer).

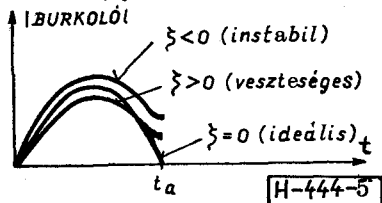
Az ennek megfelelő súlyfüggvények  $\omega_0^1 = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$  és  $a = -\zeta \omega_0$  jelölésekkel:



3. ábra. Burkoló időfüggvények



4. ábra. A veszteség hatása a burkolóra rezonancián



5. ábra. A veszteség hatása a burkolóra  $|n|=1$  esetén

$$h_1^1(t) = \frac{\omega_0^1}{1 - \zeta^2} \sin(\omega_0^1 t) \exp(\sigma t), \quad (19)$$

$$h_2^1(t) = \frac{\omega_0^1}{1 - \zeta^2} \left[ \cos(\omega_0^1 t) - \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin(\omega_0^1 t) \right] \times \exp(\sigma t), \quad (20)$$

$$h_3^1(t) = \delta(0) - \left\{ \frac{\omega_0^1}{1 - \zeta^2} \sin(\omega_0^1 t) + \frac{2\zeta\omega_0^1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \times \left[ \cos(\omega_0^1 t) - \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin(\omega_0^1 t) \right] \right\} \exp(\sigma t). \quad (21)$$

Két lényeges különbség jelentkezik a veszteségmentes esethez képest:  $\omega_0$  helyett  $\omega_0^1$  szerepel és  $\exp(\delta t) = 1$  együtthatófüggvények jelennek meg.

Ennek megfelelően az  $\omega_1 = \omega_0^1$  bemeneti jel-frekvenciára érvényes burkolófüggvények a lineáris növekedéshez képest — a (15), (16) és (17) egyenletek szerint — az  $\exp(\delta t)$  függvénynek megfelelően módosulnak.

Az eltérés becslésére tekintsünk el  $h_1^1$  és  $h_2^1$  függvényében a konstans  $\omega_0^1$ -től való eltérésétől és

a konvolúciós integrálban számoljunk az  $\exp(\delta t) \approx 1 - \delta t = 1 - \zeta \cdot \omega_0^1 t$  időfüggvény lehető legnagyobb hibát képviselő értékével ( $t = t_a$ ). Így a hiba felső becslése  $-\zeta \cdot \omega_0^1 \cdot t_a = -k \cdot \zeta \cdot 2\pi$  lesz, ennek kell az egységhez képest abszolút értékében kicsinek lennie. A 4. ábrán a veszteségnek a rezonancia-burkolóra gyakorolt hatását szemléltetjük.

Hasonló eredményre juthatunk a szomszédos frekvenciákon történő viselkedés vizsgálatánál. Itt egyszerűbben boldogulunk azzal a szemlélettel, hogy a stacionárius kimeneti jel és a csillapodó sajátrezgés lebegéséből jön létre a kimeneti jel burkolója. A sajátrezgés csillapodásából adódó szinhiba relatív értékben ugyancsak kb.  $-k\zeta 2\pi$  lesz. A rezonanciánál fellépő maximális értékhez képest maradó relatív hiba ennél kedvezőbb, mért a konstansok  $|n|$  nagyobb értékeinél egyre kisebbek. Az 5. ábra példaképpen  $|n|=1$  esetére szemlélteti a burkolókat. A 4. és az 5. ábra összevetéséből látható, hogy kismértékben veszteséges, vagy instabil áramkörökkel is helyes döntést hozhatunk.

Rezonátoros energiadetektorként lineáris oszcillátorkapcsolásban működő (veszteségeiben kompenzált) RC és LC szűrők használhatók (néhány Hz-től néhány száz tíz MHz a lehetséges frekvenciatartomány).

## KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A John Wiley & Sons cég hozzájárult ahhoz, hogy a [3]-ban publikáltakat is fel lehessen használni jelen cikk elkészítéséhez.

## IRODALOM

- [1] H. Harmuth: Transmission of information by orthogonal functions. 2. Printing Corrected. Springer Verlag, 1970, 79—81.
- [2] A. Papoulis: Signal analysis. McGraw-Hill, 1977, 113—116.
- [3] Gy. Simon: Detection of harmonic burst signals. Int. Journal of Circuit Theory and Applications. 13/3, 1985 július, 195—201.
- [4] Dr. Simon Gyula: A rezonátor elv általánosítása és harmonikus jelcsomagok detektálása kapcsolt kapacitású áramkörökkel. Híradástechnika, XXXVIII. évf., 1987/6., 265—267.