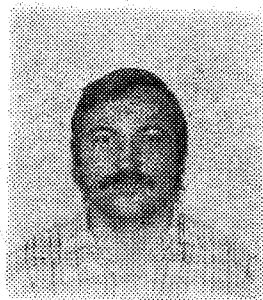


# Nagysebességű FFT jelanalízis

ZSOLDOS GÁBOR  
Távközlési Kutató Intézet



## ÖSSZEFOGLALÁS

A cikk egy 4 MHz sávszélességű, FFT elven működő spektrumanalizátor tervezési példáján mutatja be a spektrumábrázolás kérdéskörét. Tárgyalja az FFT algoritmusok adott felhasználáshoz szükséges főbb tulajdonságait. Vizsgálja az időbeli korlátozottság hatásait, majd bemutatja a megtervezett hardware felépítését, végül kitér a továbbfejlesztés lehetőségeire is.

## Alapelv és gyakorlati felhasználás

Analóg jelek frekvenciafüggvényében történő ábrázolása sok esetben lényegesen több információt ad, mint az időfüggvény vizsgálata; például egy egyszerű szinuszos jel tisztaságát (zaj-mentességét) az időfüggvény vizuális kiértékelésével csak durva esetben tudjuk megbecsülni. Ha a jelre szuperponált zaj (amplitúdó- vagy fázis-zaj) legalább 40 dB-el kisebb a jelnél, akkor gyakorlatilag nem látszik az oszcilloszkópon, a spektrumképen viszont logaritmikus ábrázolásban kb. 80–100 dB-ig mérhető. Más jellegű, összetett jelek vizsgálatának kizárólag a frekvenciafüggvényében van értelme, ilyen például a frekvencia tartományban multiplexeit hangfrekvenciás csatornákból álló közismert néven FDM jel, melyet szóles körben használnak postai és egyéb kábeles és mikrohullámú távközlési hálózatokban.

A jelen cikk témája tulajdonképpen egy FDM video jelek vizsgálatára alkalmas hardware fejlesztése. Sokcsatornás FDM jelek vizsgálatára (a multiplexelés rendszerének megállapítására, csatorna-foglaltság eldöntésére) széles körben alkalmaznak spektrum analizátorokat. A hagyományos analizátor alapvetően egy superheterodin vevő, melynek vételi sávja — a képernyő vízszintes eltérítésének megfelelően — a vizsgált frekvenciasávon végigsöpör. Ezen analizátorok analóg áramkörei (szólessávú erősítők, szűrők és eltérítő áramkörök) pontatlansága, frekvenciafüggése és nemlinearitása az amplitúdó és frekvencia pontos mérését lényegesen korlátozza. Ezért a spektrum analizátorok pontosságának fokozása érdekében egyes rőszáramköröket újabban digitális áramkörökkel valósítanak meg. A frekvencia pontossága szempontjából különösen fontos a fűrészgenerátor-VCO áramkörök kiváltása egy megfelelően vezérelt szintózerre. Ez általában komoly sebesség problémákat vet fel, mivel a szintózerrel lehetőleg rövid idő alatt sok lépésben kell hangolni.

## ZSOLDOS GÁBOR

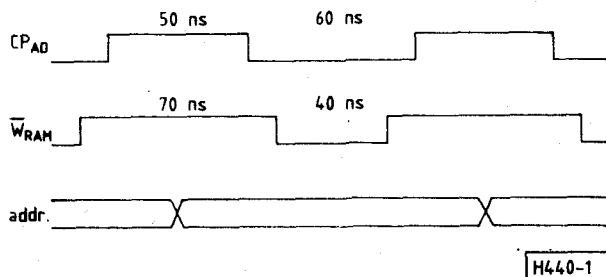
Zsoldos Gábor 1978-ban szerzett diplomát a Budapesti Műszaki Egyetem Villamosmérnöki karán, mikrohullámú ágazaton. Diplomamunkájában mikrohullámú FET-ek leírásával és felhasználásával foglalkozott. Első munkahelyén, a Távközlési Kutató Intézetben rövid ideig mikrohullámú

áramkör fejlesztésben vett részt, majd körülbelül két évig 70 MHz-es KF áramköröket (erősítők, demodulátorok) tervezett. 1981-től 85-ig a Posta Helyközi Távközlési Igazgatóságon távkábel mérésekkel és fenntartással foglalkozott (két évig üzemvezetőként), majd visszatért a TKI-ba, ahol azóta FDM lebontó berendezések erősítő, modulátor, szintózer és tápegység áramköreit fejlesztte.

A cikkben leírt spektrum analizátor elve alapvetően különbözik a fent leírtaktól; az analóg bemenő jelet digitálisra konvertáljuk, majd egy mikroprocesszor segítségével az időfüggvényt képviselő minta sorozaton Fourier transzformációt hajtunk végre, és az így kapott — a spektrumképet képviselő — számsorozatot ábrázoljuk. Ennél a megvalósításnál a frekvenciamérés pontosságát a mintavételezés eleve biztosítja, az amplitúdó mérés pontosságát az A/D konverter határozza meg.

## Fourier transzformációs algoritmusok

J. W. Cooley és J. W. Tukey 1965-ben megjelent „klasszikus” cikke [1] óta igen nagy számban jelentek meg DFT (diszkrét időfüggvényből kiinduló Fourier transzformáció) számoló gyors algoritmusok, melyeket összefoglaló néven FFT-nek (Fast Fourier Transform) nevezünk. Az FFT felhasználása azóta széles körben elterjedt. A felhasználások egy része számítógéphez, másik része pedig valamilyen cél-hardware-hez, leggyakrabban mikroprocesszorhoz kötődik. Az utóbbiak széleskörű elterjedésének nagy lendületet adott a texas Instruments TMS 320 jelfeldolgozó (DSP)



1. ábra

Beérkezett: 1988. II. 8. (□)

processzor családjának megjelenése. Fzen processzorok legjelentősebb előnye, hogy egy 16\*16 bites hardware szorzó áramkört tartalmaznak, ami egyetlen órajel ciklus (200 ns) alatt végrehajt egy szorzást, ezen kívül a többi utasítás is meglehetősen gyors, az 1/0 műveletek kivételével egy ciklusosak. A legtöbb felhasználás „real-time” feldolgozást alkalmaz, azaz a mintavételezés alatt az előző minta-sorozatból számolják a DFT sorozatot. Fbben az esetben a számolási idő és a mintavételi frekvencia — és így a feldolgozott analóg jel határfrekvenciája — között szoros összefüggés van:

$$f_{\max} = \frac{1}{2\Delta t} = \frac{N}{2T_F}$$

ahol:

$f_{\max}$  — az analóg jel határfrekvenciája

$\Delta t$  — a mintavétel periódusideje

$N$  — a transzformáció pontszáma

$T_F$  — a mintagyűjtés ideje (ablakidő)

A fenti képletből úgy tűnik, hogy  $N$  növelésével az elérhető sáv szélesség növekszik, a valóságban a számítási idő erősen függ  $N$ -től, ezért nagy  $N$  esetén kisebb  $f_{\max}$  érhető el. Így a sáv szélesség nem növelhető túlságosan nagyra. Gyakorlatilag az elérhető határfrekvencia néhányszor tíz kHz, de ezt is csak nem túl nagy pontszámú FFT esetén, és bonyolult algoritmusok segítségével, esetleg több processzorral lehet realizálni. Egy másik módszer a mintavétel ablakát mintánként csúsztatja az időtengely mentén, és a DFT sorozat számolásánál csak az egyetlen új mintát veszi figyelembe. Ez a módszer kvázistacionárius jelek feldolgozására alkalmas, és elnevezése: MFT (Momentan Fourier Transform) [2]. MFT esetén az elvégzendő műveletek száma alacsonyabb, mint FFT-nél, de szükség van egy előző DFT sorozat meglétére, ami egy kezdetben elvégzett FFT-ből is származhat. A kezdeti FFT elhagyása esetén bekapcsolás után a spektrum kép több lépésben, viszonylag lassan alakul ki. A számolás ideje adott eszköz esetén az alkalmazott FFT algoritmustól függ, aminek becslése jó közelítéssel lehetséges az egyes algoritmusokhoz szükséges műveletszámok alapján. Az elterjedtebb algoritmusokra ilyen összehasonlítás található [3] és [4] cikkekben. Az [5]-ben leírt kísérletileg megvalósított FFT számító algoritmusok TMS32010 hardware-n mért futási idő eredményei a következők:

Példa program	Hossz	Futási idő, ms
radix-2 FFT 1BF	1024	69,4
radix-4 FFT 1BF	1024	45,3
radix-4 FFT 3BF	1024	42,3
radix-8 FFT 2BF	512	16
PFA1	504	17,4
PFA2	504	15,6

Az első példa program a „klasszikus” Cooley-Tukey FFT algoritmus. A 2-es, 4-es, 8-as alapú algoritmusok egyre többszörösebben kihasználják az eljárásban lévő szimmetriákat. Általában a táblázatban lefelé haladva a végrehajtási idők ugyan egyre csökkennek, de a programok bonyolultsága és hossza erősen növekszik, ezért a megfelelő algoritmus kiválasztása kompromisszum

alapján történhet. Céljainkra a második programot választottuk, amely még viszonylag egyszerű, és futási ideje elég alacsony: 45,3 ms. A BF jelölés az angol butterfly (pillangó) szó rövidítése, ami az algoritmusok magyarázó rajzán látható alakzatokra utal. PFA jelentése: Prime Factor Algorithm (A transzformáció pontszáma nem kettő hatványa).

A számítási idő nem csak az FFT végrehajtási idejét tartalmazza, hanem mintánként egy előzetes szorzást az ablak függvény megfelelő értékével, és mintánként egy négyzetre emelést az FFT eredmény sorozatán, így az össz műveleti idő kb. 50 ms. A négyzetre emeléssel a jel négyzetes középértékét állítjuk elő, mivel a fázis-információra az ábrázoláshoz nincs szükség.

### Kis ablakszélességű FFT

Feladatunk előírt  $f_{\max}$  határfrekvenciával rendelkező sávkorlátozott analóg jel spektrumképének előállítására. A határfrekvencia a mintavételi tétel alapján a  $\Delta t$  mintavételi periódusidőt meghatározza. Másrészt a frekvencia felbontás közvetlenül kapcsolatban van az FFT algoritmus  $N$  pontszámával. Ezekből a vizsgált mintasorozat összegyűjtésének  $T_F$  ideje (ablakidő) adódik:

$$T_F = N\Delta t = \frac{N}{2f_{\max}}$$

Fsetünkben az ablakszélesség a nagy mintavételi sebesség miatt meglehetősen alacsony értékű, ezért „real-time” FFT vagy MFT alkalmazása nem jöhet szóba, ugyanis ilyen rövid idő alatt az 1024 pontos FFT biztosan nem számítható (legfeljebb valamilyen FCL cél-számológéppel, ami rendkívül költséges lenne). Ezért a mintagyűjtés és a számítás ideje szétválik; a mintagyűjtés ideje esetünkben 100  $\mu$ s nagyságrendű, a számításé kb. 50 ms, ahogy az előzőekben láthattuk.

A mintagyűjtések közötti „szünetidő” sokszorosa az ablakidőnek, a viszony kb. 450-szeres. Felmerül a kérdés, hogy mennyire ad kiértékelhető eredményt az eljárás, mennyire tekinthető stacionáriusnak ill. kvázistacionáriusnak egy FDM video jel ilyen idő-bontásban. Fennek exakt megválaszolása helyett egyrészt utalunk a hagyományos spektrum analízátor bevezetőben leírt működési elvére, amely szintén rövid idejű mintát vesz a spektrum egy-egy részéből, így a két eljárás hasonlósága alapján hasonló eredményt várhatunk. Másrészt viszont a mintavételek között olyan nagy az időrés, hogy az eljárásra alkalmazhatjuk az időben korlátozott jelek analízisének jól kidolgozott elméletét [6], [7].

Időben korlátozott jel alatt ebben az esetben egy időben folyamatos jel (ill. a jelből vett mintasorozat) egy meghatározott részének kiemelésével nyert jelet értjük. Ha egyszerűen kiemelünk egy szakaszt, ez matematikailag az eredeti függvény és egy „derékszögű ablak függvény”  $[1(t+T/2) - 1(t-T/2)]$  szorzatának felel meg, ami a frekvenciatartományban a két függvény konvolúcióját eredményezi. Mivel az ablak függvény Fourier

transzformáltja  $(\sin x)/x$  jellegű, az eredeti vizsgált időfüggvény spektrumképe torzul, nem egyezik meg a Fourier transzformálttal. Például egy egyszerű szinuszos jelet vizsgálva, a spektrumkép egy vonal helyett egy  $(\sin x)/x$  alakú hullám lesz a spektrumvonal „kiszélesedik”. Fizikailag a torzítást azzal magyarázhatjuk, hogy a kiemelt időfüggvény szélein ugrások keletkeznek. Ebből már érezhető, hogy a derékszögű ablak függvény nem optimális, célszerű lenne a jelet az ablak széleihez közeledve csökkenteni. Ennek legegyszerűbb módja a „háromszög ablak” alkalmazása. A fent említett [6] és [7] irodalmak sok ablak függvény definícióját megadják, és részletesen tárgyalják ezek hatását a spektrumképre. A derékszögű és háromszög ablak, valamint a realizálásra kiválasztott „Hann ablak” tulajdonságait a következő táblázat mutatja be:

ablak-függvény	max. m. nyaláb dB	m. nyaláb csökkenés dB/okt.	3 dB-s sávzsélesség	max. ampl. hiba dB
derékszögű	-13	6	$0.89\Delta f$	3.92
háromszög	-27	12	$1.28\Delta f$	1.82
Hann	-32	18	$1.44\Delta f$	1.42

Az ablakfüggvények Fourier transzformáltjai a derékszögű ablak transzformáltjához hasonlóak, de a melléknyalábok kisebbek és gyorsabban eltűnnek. A spektrumkép tisztaságára gyakorolt jótékony hatás ára a szelektivitás enyhe romlása; a felbontóképesség csökken (ld. 3 dB-s sávzsélesség, ahol:  $\Delta f = 1/T_F$ , a DFT összetevők távolsága).

Az amplitúdó mérés hibája a DFT összetevők és a vizsgált jel frekvenciájának viszonyától függ, akkor maximális, ha a jelfrekvencia két összetevő között középen helyezkedik el.

A Hann ablak definíciós függvénye:  $w(n) = 0,5 - 0,5\cos(2\pi n/N)$ ,  $n = 0, 1, \dots, N-1$  amit nem szükséges külön eltárolni, mert felhasználhatjuk az FFT algoritmushoz eltárolt adatsorozatot.

#### A hardware tervezésének alapjai

A sokcsatornás FDM jelek vizsgálata több MHz sávzsélességet igényel. Fejlesztésünk első változatában a vizsgált sáv felső határa 4 MHz. Ez a sávzsélesség alkalmassá teszi az eszközt egyéb videosávú jelek, például kép-jelek analizálására is. A függőleges felbontás az A/D konverter korlátozott bit-felbontása, és számítási pontosságvesztés miatt nem túl nagy, de az elérhető kb. 120 képpont felbontás az adott célra elegendő. A 4 MHz sávzsélességű analóg jel mintavételezéséhez a Shannon tétel alapján minimum 8 MHz mintavételi frekvencia szükséges. A mintavételi frekvencia felénél nagyobb frekvenciájú komponensek kiszűrésére szolgáló úgynevezett anti-aliasing szűrő LC kialakítású; C09 25 69 Caer aluláteresztő szűrő, aminek adatai:  $\alpha_p = 0,28$  dB,  $\Omega_s = 1,072$  és  $\alpha_s = 58$  dB. A zárócsillapítás 8 bites felbontás esetén 10 dB túlvezérelhetőséget enged meg, ugyanis a 8 bitnek megfelelő 256 szintlépcső 48 dB dinamika tartományt jelent lineáris ábrázolás esetén. Mivel a szűrő meredeksége nem végtelen, a

fünt említett 8 MHz-nél nagyobb mintavételi frekvenciát kell alkalmazni, a választott érték: 9,091 MHz; így  $\Delta t = 110$  ns. A megfelelő spektrális felbontás elérése érdekében a lehető legnagyobb pontszámú transzformációt kell választanunk, esetünkben:  $N = 1024$ , amiből már adódik az ablakszélesség:  $T_F = 1024 \cdot 110$  ns = 112,64  $\mu$ s. A spektrumvonalak távolsága  $\Delta f = 1/T_F = 8,878$  kHz, a legnagyobb nem redundáns spektrális összetevő:  $f_m = (N/2 - 1)\Delta f = 4,537$  MHz.

#### A hardware leírása

A hardware felépítésében egységességre törekedtünk, ezért az ECL részek MECL 10 K kompatibilisek, a többi rész pedig TTL kompatibilis (LS ill. S). Az anti-aliasing aluláteresztő szűrőt követő A/D konverter két tokból álló (MC 10317, MC 10318) párhuzamos működésű ún. „flash” konverter, amely egyetlen órajellel elvégzi a konverziót. Maximális órajele (mintavételi frekvenciája): 15 MHz. Az A/D konverter, és az ezt követő ECL RAM mintagyűjtés alatti időzítését az első ábra mutatja.

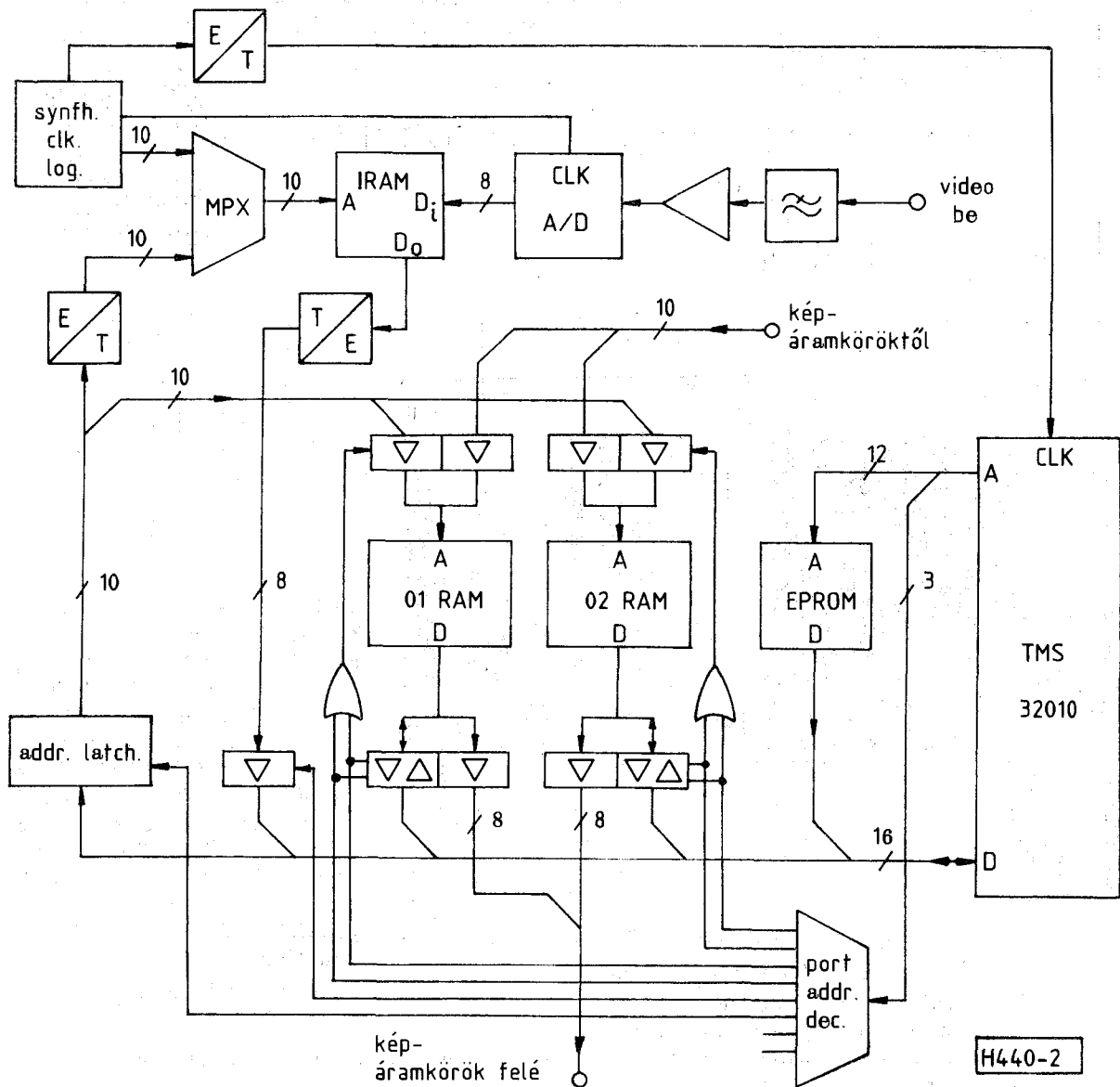
Ezt az időzítést a szükséges fel- és lefutási melegek és pontosság elérése érdekében egy ECL szintézer és logikai áramkör állítja elő, ami a processzor órajelét is adja (25 MHz).

Az FFT spektrum analizátor hardware egyszerűsített blokkvázlata a képmegjelenítő áramkörök és az adatáramlást vezérlő vezetékek nélkül a második ábrán látható.

A két kimeneti RAM közül (01, 02) az egyiket végzi a DSP processzor az FFT-t, a másiktól állítja elő a képfeldolgozó processzor a spektrumképet, ciklusonként felváltva a RAM-okat.

A működés megértéséhez szükséges a processzor vázlatos ismertetése: A hardware fő jellemzője az ún. módosított Harvard-architektúra. A Harvard-architektúra azt jelenti, hogy a program-, és az adat-memória szétválik, ami lehetővé teszi az utasítás behívás és végrehajtás átlapolódását. A TMS 32010 esetén a módosítás abból áll, hogy a processzoron belüli adat-, és program-busz kapcsolatban van egymással, ami az adatforgalmat rugalmasabbá teszi. Az adat ki-, bevitelre, valamint a program utasításainak bevitelére ugyanaz a 16 bites busz szolgál. A program-memória címzése 12 bites cím-busz segítségével történik, az I/O műveletek irányítására szolgáló port-címeket a processzor a cím-busz „alsó” 3 vezetéken adja ki.

Ezek után az FFT hardware működése vázlatosan: A vizsgálandó video jelet szűrés és erősítés után az A/D konverterre vezetjük, ami a jeltől mintavételezett digitális adatsorozatot állít elő, melyet az „IRAM” jelölésű gyors RAM-ban tárolunk. Ezt a RAM-ot a fent leírt mintagyűjtés alatt a szintézer-óragerátor (ECL) áramkör címszi meg, az FFT kiszámítása folyamán pedig a jelfeldolgozó processzor. A processzor a bemeneti és kimeneti RAM-okat, valamint a RAM-ok címszéséhez szükséges átmeneti tárolót (addr. latch) portként kezeli, a lehetséges 8 portból 6-ot használunk fel.



2, ábra

### Továbbfejlesztési lehetőségek

A vázolt hardware a szintézer-időztítő áramkör változtatásával nagyobb sáv szélességű video jelek feldolgozására is alkalmas, ami a fejlesztés távolabbi célkitűzése. Ehhez az ábrázolás sebességének megtartására, a software gyorsítása szükséges, aminek egy hatásos megoldása a program belső ciklusainak „kiterítése”, ezzel 30–50 %-os sebesség növekedés is elérhető.

Másik lehetséges továbbfejlesztés lehet az ún. zoom-FFT alkalmazása, ennek célja, hogy a teljes analizált frekvenciasáv egy részét (pl. 1/10 részt) „kinagyítsuk”, azaz a felbontást megnöveljük. Ennek lehetséges megvalósítási módját [6] és [9] irodalmak tárgyalják.

### IRODALOM

[1] J. W. Cooley, J. W. Tukey: „An Algorithm for Machine Computation of Complex Fourier Series” Math. Comput. vol. 19, 1965.

[2] Dudás József: Momentán Fourier transzformáció. Egyetemi doktori értekezés, 1986.

[3] Pierre Duhamel: „Implementation of Split-Radix FFT Algorithms for Complex, Real, and Real-Symmetric Data” IEEE Trans. ASSP-34, No. 2.

[4] H. V. Sorensen, D. L. Jones, M. T. Heideman, C. S. Burrus: „Real-Valued FFT Algorithms” IEEE Trans. ASSP-35, No. 6.

[5] C. S. Burrus, T. W. Parks: „DFT/FFT and Convolution Algorithms” A Wiley Interscience Publication.

[6] Norbert Hesselmann: Digitális jelfeldolgozás. Műszaki Könyvkiadó, 1985.

[7] K. M. M. Prabhu, H. Renganathan: „Optimum Binary Windows for DFT-s” IEEE Trans. ASSP-34, No. i.

[8] TMS32010 User's Guide, part number: SPRU001A.

[9] Brüel & Kjaer: „Digital Signal Analysis Using Digital Filters and FFT Techniques”, 1981.