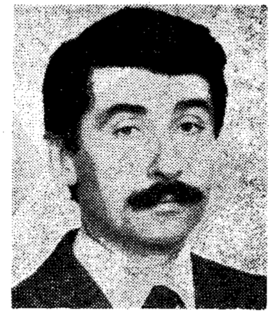
Hullámdigitális szűrők diszkrét optimalizálása

DR. GEFFERTH LÁSZLÓ
BME Híradástechnikai Elektronika Intézet



ÖSSZEFOGLALÁS

A hullámdigitális szűrő diszkrét optimalizálására az egydimenziós keresési eljárást alkalmaztuk. Tetszőleges paraméterekből kiindulva — az egyetlen követelmény az, hogy az áramkör kielégítse a specifikációt — az eljárás olyan diszkrét értékeket határoz meg, amellyel az áramkör bizonyos értelemben a leggazdaságosabb. Az optimalizálás célfüggvénye a paraméterek CSD (canonical signed digit) kódú reprezentációjában a nem nulla bitek száma és a szóhossz. A példa mutatja a módszer hatásosságát. A módszer általános ós bármilyen digitális szűrőre alkalmazható.

DR. GEFFERTH LÁSZLÓ

1968-ban szerezte meg villamosmérnöki oklevelét a Budapesti Műszaki Egyetemen, majd ugyanitt lett dr. techn. 1977-ben. 1969 óta a Budapesti Műszaki Egyetemen dolgozik, a Híradástechnikai Elektronika Intézet adjunktusa. Kutatási szakterülete a számítógépes tervezés, ezen belül a gazdaságos áramkörök tervezésének hálózatelméleti kérdései: hibalokalizálás és tolerancia-központosítás. 1979—80-ban Londonban az Imperial College-ban toleranciaközpontosítással 1984—85-ben Humboldt-ösztöndíjasként az NSZK-ban, Bochumban hibalokalizálással és hullámdigitális szűrők diszkrét optimalizálásával foglalkozott. 1977-ben a hibalokalizálásról, 1982-ben a toleranciaközpontosításról írt cikkéért Pollák—Virág díjat kapott. A Híradástechnikai Tudományos Egyesület tagja, a Külügyi Bizottság munkájában vesz részt.

1. Bevezetés

A digitális szűrők elméletének tisztázása után a figyelem — mint az analóg szűrők esetében is — a gazdaságos szűrők tervezése felé irányul.

Analóg esetben az áramkört toleranciaközpontosítással, azaz a toleranciák növelésével és a névleges értékek helyes megválasztásával tehetjük gazdaságosabbá. A toleranciák növekedése olcsóbb elemet, a névleges értékek helyes megválasztása a kihozatal növekedését, a szükséges hangolások számának csökkenését vagy akár elhagyását eredményezhetik, ezáltal téve olcsóbbá az áramkört. Megjegyzendő, hogy a toleranciaközpontosítás eredménye egyszerűbb struktúra is lehet.

Digitális esetben az elemek szórásáról, hangolásáról nem beszélhetünk, így egy áramkör gazdaságosabbá tételére a struktúra helyes megválasztása látszik az egyetlen járható útnak.

Van azonban egy másik út is. Ha a szorzást nem egy teljes szorzással hajtjuk végre, hanem — tekintettel arra, hogy bináris számrendszerben dolgozunk — visszavezetjük eltolásokra és összeadásokra, akkor minél rövidebb egy szám, annál kevesebb eltolásra, és minél kevesebb nem nulla elemet tartalmaz, annál kevesebb összeadásra van szükség. Tehát eltolás-összeadás aritmetikát alkalmazva már nemcsak struktúrális változás az egyetlen járható út, hanem a névleges értékek helyes megválasztása is.

Felismerték, hogy a nem nulla elemek száma eleve csökkenthető, ha —1-et is megengedünk a számábrázolásban. Ezt nevezzük CSD (canonical signed digit) kódnak.

A továbbiakban a CSD kódú névleges értékek optimalizálásáról lesz szó.

2. A feladat megfogalmazása

Az optimalizálás jelen esetben nem egy, a specifikációt nem teljesítő szűrő módosítása annak érdekében, hogy a módosított szűrő a specifikációt valamilyen módon teljesítse. A feladat a specifikáció teljesítése a lehető leggazdaságosabb szűrő felhasználásával. Kiindulási áramkörként — mint látni fogjuk — a specifikációt teljesítő szűrő előnyösen alkalmazható.

A globális optimum megtalálása csak nagyon egyszerű esetekben lehetséges. Induljunk ki a legrövidebb (a legolcsóbb) szóhosszból. Szisztematikusan növelve a szóhosszt, s adott szóhosszon belül az összes lehetséges elemértéket kirpóbálva, az első variáció, amely teljesíti a specifikációt, egyben a globális optimum is [1]. A módszer biztosan eredményre vezet, hiszen csak gépidő kérdése, hogy mikor éri el a megoldást. Látható, hogy a módszer kis elemszámoknál alkalmazható igazán, nagyobb elemszámoknál a keresési tartományt le kell szűkíteni az elfogadható gépidő érdekében, amivel viszont éppen a globális optimum megtalálásának 100%-os biztonsága vész el.

Az utóbbi időben a diszkrét optimalizálás megoldására statisztikus módszerekről is hallani lehet [2].

A pontosított célkitűzés tehát: keresendő egy adott strukturának a specifikációt teljesítő olyan elemértékkészlete, amely a legkisebb eszközráfordítással realizálható. Mivel a szorzást eltolásra és összegzésre vezetjük vissza, és az összegző eszközigénye a domináns, ezért az összegzők számát minimalizáljuk, miközben a szóhosszat is igyekszünk minimumon tartani.

Legyen az x_i koefficiensek értéktartománya $0 \leq x_i \leq 1$, az alkalmazott CSD kódú számábrázolás:

$$a_0, a_1, a_2 \dots a_i \dots a_n$$

Beérkezett: 1986. V. 5. (□)

ahol

a_0 0, 1 (az egészrész),

a_i 0, -1, 1; helyiértéke $\left(\frac{1}{2}\right)^i$,

n az alkalmazott szóhossz.

Az optimalizálás célja a

$$\sum_{j=i}^{N} \left\{ \sum_{i=1}^{nj} |a_i| - 1 \right\}, \quad N \text{ a koefficiensek száma}$$

kifejezés minimalizálása, úgy, hogy

$$S_{ak} \leq F_k \leq S_{fk} \quad k=1, 2, \ldots K$$

ahol S_{ak}, S_{fk} a k-adik frekvencián a specifikáció alsó ill. felső értéke, F_k a hálózatfüggvény értéke a k-adik frekvencián.

A feladat — megfogalmazása szerint — ugyanaz, mint a toleranciaközpontosítás feladata, nevezetesen a leggazdaságosabb áramkör megtervezése. Ezért kézenfekvő, hogy a feladat megoldására a toleranciaközpontosítási módszereket — megfelelő átalakítással, ill. újrafogalmazással — alkalmazni próbáljuk.

Az R_A megengedett tartomány egy adott struktúrához tartozó elemek értékének olyan készlete az N dimenziós paramétertérben, hogy e tartomány bármely pontja által meghatározott hálózatfüggvény teljesíti a specifikációt. Az optimumot e megengedett tartományban fogjuk keresni. Vegyük észre, hogy nem alkalmaztuk a diszkrét szót, tehát bármely pont a tartományon belül jó kiindulási pont lehet további kereséshez. A kiinduló kapcsolásnak tehát elég teljesítenie a specifikációt, de nem kell túlteljesítenie; analóg értékek is szóbajöhetnek, nem kell diszkrét pontról indítani a keresést.

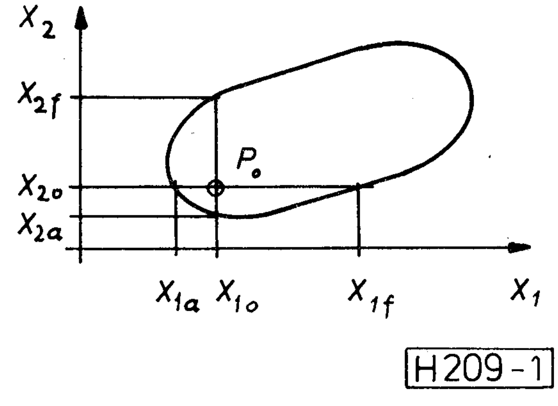
3. A diszkrét optimalizálás elve

A módszer alapgondolata [3, 4, 5] a következő: A megengedett tartomány egy tetszőleges pontjából kiindulva — alkalmanként a szűrő egyetlen elemét (szorzóegyütthatóját) változtatva — keressük a tartomány azon pontját, amelyhez tartozó elemértékkészlet a legkevesebb összeadót tartalmazza. Egyrészt csak olyan pontokat vizsgálunk, amelyek belül vannak a megengedett tartományon, másrészt csak oda érdemes elmozdulni, ahol az eszközigény kisebb.

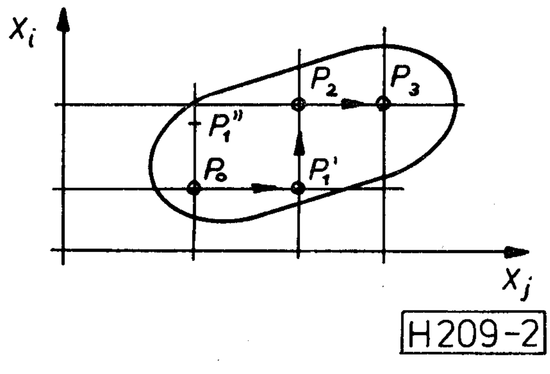
A kiinduló pontot pl. a referens szűrő digitális ekvivalensének meghatározásával kaphatjuk meg.

Minden egyes elem értékét külön-külön változtatva — miközben a többi változatlan — megkeressük azokat az elemértékeket, amelyeknél a specifikáció még éppen teljesül, vagyis a megengedett tartomány azon pontjait, amelyeket a kiindulási ponton a tengelyekkel párhuzamosan lefektetett egyenes a tartomány határán kijelöl (1. ábra). Az 1. ábrán P_o jelöli a kezdőpontot, x_{ia} az alsó, x_{if} a felső határértékeket. Kiszámítási módjukat a 4. pont fejti ki.

Minden elemre külön-külön meghatározzuk a fent definiált határpontok között a vonalmenti legjobb értéket (lásd 5. pont).



1. ábra. Az egyes elemek megengedett értékeinek meghatározása

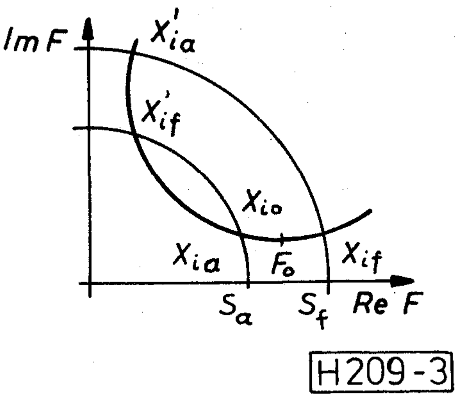


2. ábra. A diszkrét optimalizálási módszer illusztrálása kétdimenziós esetben

A vonalmenti optimumok közül a legjobbat kiválasztva — tételezzük fel átmenetileg, hogy csak egyetlen legjobb van — ezen elem értékét a vonalmenti optimumra változtatjuk meg, azaz a megengedett tartomány egy jobb pontjára mozdulunk el. Ezen új pontban újra meghatározzuk a vonalmenti optimumokat, kiválasztjuk a legjobbat, az elem értékét megváltoztatjuk stb. Az eljárást addig ismételjük ameddig javítani tudunk a kiinduló értéken. A módszer elvét a 2. ábra mutatja. P_o a kezdőpont, P_1' és P_1" a két vonalmenti legjobb érték, amelyek közül P_1' a jobbik. A következő pont így P_1' lesz, majd P_2, végül P_3. Oldjuk fel megszorításunkat, miszerint a vonalmenti legjobb értékek közül egyértelműen kiválasztható a legjobb. Diszkrét értékekről lévén szó több azonos „jóságú" érték is lehet a vonalmenti legjobb értékek között. Az algoritmust úgy módosítjuk, hogy ezen egyenértékű legjobb értékeket tároljuk, és ezután nem egyenes úton, hanem fastruktúra szerűen folytatjuk a keresést az összes lehetséges úton. A megengedett tartománynak ugyanarra a pontjára juthatunk különböző utakon is.

4. Bilinearitás

Az a tény, hogy az F hálózatfüggvény bilineáris függvénye a szorzóegyütthatóknak [6], kihasználható az egydimenziós (vagy vonalmenti) leg-



3. ábra. A bilinearitás kihasználása a paraméterek megengedett értékeinek kiszámolására

jobb pont meghatározásához. A bilinearitásból következik: ha egyetlen együttható értéke megváltozik az áramkörben, akkor a hálózatfüggvény értéke egy kör mentén mozdul el a komplex F síkon [7]. Tekintsük a 3. ábrát! Tételezzük fel, hogy csak egyetlen frekvencián, a k-adikon van előírás, S_{ak} az alsó, S_{fk} a felső specifikáció, amelyek az abszolút értékre — a csillapításból visszaszámolva — vonatkoznak. Ezen értékek az F komplex hálózatfüggvénysíkon origóközpontú körként ábrázolhatók. Az x_i áramköri paraméterhez tartozó x_i elemkör x_{io} pontjához a kiinduló áramkör F_o hálózatfüggvénye tartozik. Fel vannak tüntetve továbbá a fentebb leírt x_{ia} és x_{if} pontok is. Látható azonban, hogy az x_i elemkörnek létezhet még egy szakasza, ahol a hálózatfüggvény szintén teljesíti a specifikációt: az $x_i'{}_a$ és $x_i'{}_f$ közötti körív. Ha ezen szakaszon az elemértékek realizálhatóak, akkor a keresést itt is érdemes folytatni. Több frekvencia esetén az $\{x_{ia}; x_{if}\}$ tartományok közös részét vesszük.

5. A vonalmenti legjobb pont kiszámítása

Az $\{X_{ia}; X_{if}\}$ intervallum ismeretében a vonalmenti legjobb pont megkeresése a feladat. Legjobb az a pont, vagyis az az érték, amelynek CSD kódú reprezentációjában a legkevesebb a nem nulla bit, valamint szóhossza a lehető legrövidebb. A keresési tartomány {0; 1}. Más értékek könnyen ide transzformáihatók, pl. a {−1; 0} tartomány előjel-1 cserével stb. Nagyobb tartományra nincs szükség, mert akkor az 1 érték a tartomány része, s nem kell tovább keresni. A következő algoritmus kiszámítja a kívánt értéket. A {0; 1} tartomány határértékeiből indulunk ki. Ez a nulla szóhossz, hiszen ilyenkor nincs is szorzás. A tartományt felezéssel szűkítjük, míg valamelyik határpont a megadott tartományba nem esik. A felezés szóhossznövekedést jelent.

1. lépés: A kezdeti értékek beállítása: $L:=0$; $U:=1$ (0 szóhossz).
2. lépés: A felező pont számítása: $X:=(L+U)/2$ (szóhossznövekedés).
3. lépés: Az X érték CSD reprezentációjának kiszámítása.
4. lépés: Ha $X<X_{ia}$, akkor $L:=X$ és vissza a 2. lépésre. Egyébként továbblépés.
5. lépés: Ha $X>X_{if}$, akkor $U:=X$ és vissza a 2. lépésre. Egyébként továbblépés.
6. lépés: A legjobb pontot megtaláltuk.

6. Példa

Az ismertetett módszert hullámdigitális létraszűrőkre [8, 9] alkalmaztuk. Egy ötödfokú aluláteresztő szűrő a diszkrét optimalizálás tárgya. A kezdeti és végértékek az 1. táblázatban találhatók. A fel nem tüntetett értékek nullák vagy egyesek.

1. táblázat

Koéfficiens-értékek optimalizálás előtt és után

Sorszám	Kezdeti érték	Végső érték	Végső (CSD) érték
1	0.347	0.25	0.01
4	0.1225	0.125	0.001
6	—0.49	—0.5	0.—1
7	0.109	0.09375	0.0010—1
10	0.385	0.375	0.10—1
11	0.385	0.375	0.10—1
12	0.25	0.25	0.01
14	0.1901	0.1875	0.0101
17	0.24	0.25	0.01
18	0.0665	0.125	0.001
20	0.285	0.25	0.01

7. Konklúzió

Egy tolerancia központosítási algoritmust — az egydimenziós keresést — módosítottuk diszkrét optimalizálás céljára. Kiindulásként az áramköri paraméterek olyan — nem szükségszerűen diszkrét halmazára van szükség, hogy az áramkör teljesítse a specifikációt. A diszkrét optimalizálás eredményeként kapott értékek CSD kódú reprezentációjában a nemzéró bitek száma minimális, valamint a szükséges szóhossz is a legrövidebb. Egy adott intervallumon belüli legjobb pont kiszámítására algoritmust adtunk meg. A bemutatott példa illusztrálja a módszer hatásosságát. Végül megjegyezzük, hogy a módszer nemcsak hullámdigitális létraszűrőkre, hanem általánosan is alkalmazható.

8. Köszönetnyilvánítás

Köszönetemet fejezem ki Alfred Fettweis professzornak, aki a témára irányította a figyelmemet, valamint értékes tanácsokkal látott el. Ezt a munkát az Alexander von Humboldt Alapítvány támogatta ösztöndíj formájában, amelyért ezúton is köszönetet mondok.

IRODALOM

[1] *L. Gazsi—S. N. Güllüoglu:* Discrete optimization of coefficients in CSD code. Mediterranean Electrotechnical Conference, Athens, Greeee, May 1983.

[2] *G. Spahlinger:* Algorithmen und Schaltungen mit verringerter Zahl an Additionen bei der linearen Signalverarbeitung, Kleinheubacher Berichte, Band No. 29, 1986, FTZ Darmstadt, S. 9—14.

[3] *E. M. Butler:* Large change sensitivities for statistical design. The Bell System Techn. Journal, Vol. 50, No. 4, April 1971, pp. 1209—1224.

[4] *L. Gefferth:* Tolerance design of hybrid ABC circuits for time delay. Proc. of the Workshop on Circuit Theory and Applications, Warszawa, 1984, pp. 60—63.

[5] *R. Jain—J. Vandewalle—H. J. DeMan:* Efficient and accurate multiparameter analysis of linear digital filters using a multivariable feedback representation. IEEE Tr. on Circuits and Systems, Vol. CAS-32, No. 3, March 1985, pp. 225—235.

[6] *A. Fettweis:* On the connection between multiplier wordlength limitation and roundoff noise in digital filters. IEEE Tr. on Circuit Theory Vol. CT-19, Sept. 1972, pp. 486—491.

[7] *Gefferth László:* A nagyváltozású érzékenység és alkalmazása. Híradástechnika, XXVI. évf., 6. sz., 1975., 169—176. o.

[8] *A. Fettweis:* Wave digital filters: Theory and practice. IEEE Tr. on Circuits and Systems (under publication).

[9] *Gsváth László:* Hullámdigitális szűrők struktúrája, zaja és érzékenysége. Híradástechnika, XXXII. évf., 1981., 12. szám, 44—450. o.