

Áramkörök gyártási kihozatalának és jellemzőinek optimalizálása toleranciaközponosítás segítségével

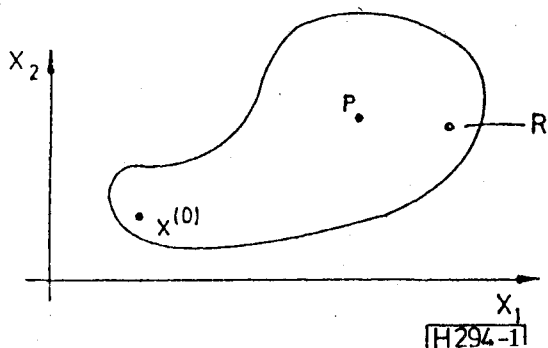
E. LÜDER
 Universität Stuttgart



Összefoglalás:

A cikk egy statisztikus eljárást mutat be, melynek során egy, a kapcsolásokat reprezentáló ponthalmazt állítunk elő, amelyet Monte-Carlo analízis segítségével a megengedett tartomány optimumába mozdítunk el. A szükséges áramköranalízisek száma néhány pont ismételt felhasználásával csökkenthető. Lokális optimumok a ponthalmaz felfűjásával kerülhetnek el. Két példa mutatja a módszer használhatóságát. Optimalizálendő paraméterek az ellenállásokon és kondenzátorokon kívül MOS tranzisztorok csatornaméretei lehetnek.

Az előadás áramkörök gyártási kihozatalának és valamely jellemzőjének együttes javítására szolgáló statisztikus eljárást mutat be. Az eljárás során egy Gauss-eloszlású ponthalmazt állítunk elő, amelyben az egyes pontok egy adott kapcsolás paramétervektorát reprezentálják. Monte-Carlo analízis segítségével a ponthalmazt az optimumba, az ún. toleranciaközpontba mozdítjuk el. A megengedett tartománynak (R) nem kell konvexnek lennie, s a tartomány határait sem kell ismernünk. A szükséges áramköranalízisek száma néhány kiválasztott pont ismételt felhasználásával csökkenthető. Lokális optimumok a ponthalmazt célszerű „felfűjásával” gyakran kikerülhetnek. Két példa, amelyben egyidejűleg max. 14 paraméter optimalizálendő, mutatja a módszer használhatóságát: a futási idő 40%-os csökkenése, valamint a kihozatal 2%-ról 90%-ra való növekedése. A változtatható paraméterek: MOS tranzisztorok csatornahossza és -szélessége, továbbá ellenállások és kondenzátorok értéke.



1. ábra. Az R megengedett tartomány és a P toleranciaközpont

* Fordította: dr. Gefferth László,
 Elhangzott a 1987. máj. 6—7-én tartott VDE konferencián.

ERNST LÜDER

A Stuttgarti Műszaki Egyetem Villamosmérnöki karán végezte tanulmányait. Disszertációjának tárgya és képezése az elméleti híradástechnika területe. 1968—71 között a Bell Telephone Laboratories, Holmdel (USA) munkatársa volt, ahol a vékonyrétegtechnika alkalmazott miniatürizált kapcsolások szintézisével foglalkozott. 1971 óta e-

gyetemi tanár a Stuttgarti Egyetemen és igazgatója a Hálózatvezetési és Rendszerméleti Intézetnek, amelyben egy vékony- és is vastagrétegtechnikaival foglalkozó laboratórium működik.

Munkaterülete:

- elektromos kapcsolások tervezése és optimalizálása,
- vékonyréteg technika-jú kapcsolási elemek készítése.

1. Bevezetés

Egy adott kapcsolás kihozatalnövelésének és jellemzőjavításának problémáját az 1. ábrán mutatjuk be két paraméter esetére. Paraméter lehet elektromos építőelem értéke vagy integrált áramköröknél tranzisztor-méret, úgymint csatornahossz és -szélesség. Azon áramkörök paraméterei, amelyek jellemzői az előírásokat teljesítik, az R megengedett tartomány belsejében helyezkednek el. Ezek azonban R széléhez nagyon közel is lehetnek — ahogy az az 1. ábrában x ($^\circ$) esetében látható — mivel tervezéskor általában nem vagyunk tekintettel az R tartományon belüli elhelyezkedésre. A paramétereknek eltolása R azon pontjára, amely a szélektől legtávolabb van — amelyet toleranciaközpontnak nevezünk — növeli a gyártási kihozatal, mivel most a paraméterek jobban szórhatnak.

A kihozatal:

$$Y = \frac{N_z}{N}, \quad (1)$$

ahol N_z az elfogadható áramkörök,

N az összes előállított áramkör száma.

A paramétereknek a névleges érték körüli szórása gyakran Gauss-eloszlással írható le. Az n -dimenziós esetben az $\mathbf{x}^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ paramétervektorral megadott áramkör valószínűség-sűrűség függvénye

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \det V}} \exp[-0,5(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})^T V^{-1}(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})] \quad (2)$$

A várható érték:

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{x} \cdot p(\mathbf{x}) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (3)$$

A kovariancia mátrix:

$$V = S \cdot K \cdot S \quad (4)$$

amelynek elemei a kovarianciák.

A (4) egyenlet mátrixai a szórás mátrix:

$$S = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & & \sigma_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

és a korrelációmátrix:

$$K = \begin{bmatrix} 1 & K_{12} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & 1 & \dots & K_{2n} \\ \cdot & & \dots & \\ K_{n1} & K_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

A σ_i értékek az egyes elemek szórása, míg K_{ik} a korrelációs együttható. Nyilvánvalóan érvényes, hogy

$$V_{ik} = \sigma_i \cdot \sigma_k \cdot K_{ik} \quad (7)$$

Kétdimenziós esetben kapjuk, hogy

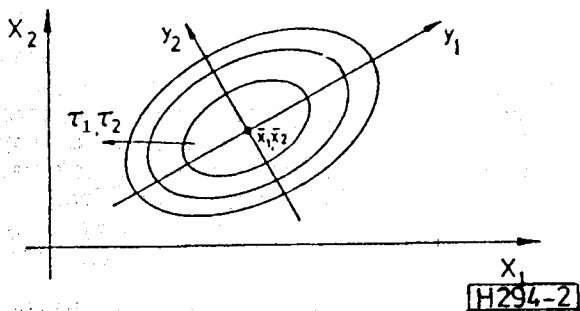
$$p(x) = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{\det V}} \times \quad (8)$$

$$\times \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{(x_1 - \bar{x}_1)^2}{\sigma_1^2} - 2 \cdot K_{12} \frac{(x_1 - \bar{x}_1)(x_2 - \bar{x}_2)}{\sigma_1 \cdot \sigma_2} + \frac{(x_2 - \bar{x}_2)^2}{\sigma_2^2} \right) \right]$$

A konstans valószínűség görbéi az alábbi egyenlettel leírt ellipszisek:

$$\frac{(x_1 - \bar{x}_1)^2}{\sigma_1^2} - 2 \cdot K_{12} \frac{(x_1 - \bar{x}_1)(x_2 - \bar{x}_2)}{\sigma_1 \cdot \sigma_2} + \frac{(x_2 - \bar{x}_2)^2}{\sigma_2^2} = \text{const} \quad (9)$$

amelyeket a 2. ábrán láthatunk. Minél nagyobb σ_i , annál hosszabbak az ellipszis fő tengelyei. A



2. ábra. Kétdimenziós Gauss-eloszlás azonos valószínűségű szintvonalai

(9) egyenlet az ortogonális sajátértékmátrix segítségével az

$$\frac{y_1^2}{\lambda_1} + \frac{y_2^2}{\lambda_2} = 1 \quad (10)$$

ellipszis egyenletbe transzformálható, ahol y_1, y_2 az új koordináták, $\sqrt{\lambda_1}$ és $\sqrt{\lambda_2}$ az ellipszis fő tengelyei (2. ábra). A V kovariancia mátrix a transzformáció után fődiagonális formájú lett, ahol is a V_{ii} elemek az ellipszis fő tengelyei:

$$\sqrt{\lambda_i} = \sigma_i \quad (11)$$

$n > 2$ esetben ellipszoidok vagy hiper-ellipszoidok adódnak. Az ellipszoidok tengelyei párhuzamosak a koordinátatengelyekkel, ha a K_{ik} korrelációs együtthatók nullával egyenlők. A kihozatal-növelés azzal a feladattal írható le, hogy a lehető legnagyobb térfogatú ellipszoidot illesszük az R tartományba. Az ellipszoid középpontja, vagy a valószínűség sűrűség \bar{x} várható értéke — lásd (8) egyenlet — az optimalizált kapcsolás elemeinek névleges értéke lesz. A kiinduló $x^{(0)}$ névleges értéket az \bar{x} pontba kell eltolni. A V -beli K_{ik} korrelációs együtthatók a fő tengelyek irányát határozzák meg; K_{ik} adja meg az i -edik és k -adik paraméter gyártási szórása közötti korrelációt. A feladatot tehát oly módon pontosíthatjuk, hogy az ellipszoidot a megadott korrelációs együtthatókkal úgy kell R -be illeszteni, hogy térfogata a legnagyobb legyen.

Ez a cél determinisztikus [2—4] vagy statisztikus [1], [5], [9] módszerekkel érhető el. Mi egy statisztikus eljárást alkalmazunk, mert ekkor nem követelmény, hogy a megengedett tartomány konvex legyen. A módszerek rendszerint elkerülik az R tartomány alakjának kiszámítását, tekintettel arra, hogy ez nagyobb dimenziók esetén túlságosan komplikált.

2. A keresési algoritmus

A kiindulási névleges értékek körül egy Gauss-eloszlású pontthalmazt generálunk, ahol minden egyes pont egy kapcsolás paraméter-vektorának felel meg. Minden egyes pontot ellenőrizünk, vajon a kapcsolás teljesíti-e az előírásokat. A programnak ez a része igényli a legtöbb gépidőt, mivel integrált áramkörök esetében egy áramköranalízist — például a SPICE programmal — kell végeznünk. Azokból a pontokból, amelyek a megengedett tartományba esnek, a középpontot, vagy súlypontot, számolhatjuk:

$$\bar{x} = \frac{1}{N_z} \sum_{j=1}^{N_z} x^{(j)} \quad (12)$$

ahol $x^{(j)}$ az N_z db a követelményeket teljesítő, jó paramétervektor. Az \bar{x} pontra kiszámítjuk a V kovarianciamátrixot — lásd (4) egyenlet — a σ_k szórások négyzetének:

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{N_z - 1} \cdot \sum_{j=1}^{N_z} (x_k^{(j)} - \bar{x}_k)^2 \quad (13)$$

$k = 1, 2, \dots, n$ (a dimenziók száma)

és a kovarianciák segítségével [7]:

$$v_{ik} = \frac{1}{N_z - 1} \cdot \sum_{j=1}^{N_z} (x_i^{(j)} - \bar{x}_i)(x_k^{(j)} - \bar{x}_k) \quad (14)$$

$i \neq k; i, k = 1, 2, \dots, n$

A (13) és (14) egyenletben

$$\mathbf{x}^{(j)T} = (x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, \dots, x_n^{(j)})^T \quad (15)$$

az N_z db jó kapcsolat $x_k^{(j)}$ komponenseinek $x^{(j)}$ paramétervektora;

a (12) egyenlet \bar{x}_k középértékének k -adik eleme.

A következő lépésben \bar{x} körül egy újabb, Gauss-eloszlású ponthalmazt állítunk elő, amely azonban nem a gyártási pontatlanságokat képezi le, hanem amely a legnagyobb térfogatú, \bar{x} középpontú ellipszoidot R -be illeszti [5–6]. Ily módon R -ről információt nyerünk, amely később, a toleranciaközpont irányába teendő lépésnél értékesíthető. Ehhez a (2) egyenlet V mátrixát fődiagonális formára transzformáljuk, amely a (8) egyenlet szerint

a következő új koordinátákra vezet:

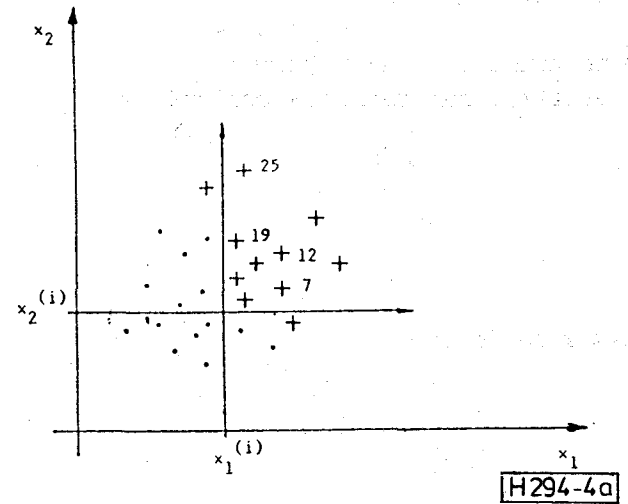
$$y^{(j)} = T^T \cdot (x^{(j)} - \bar{x}) \quad (16)$$

A diagonális mátrix:

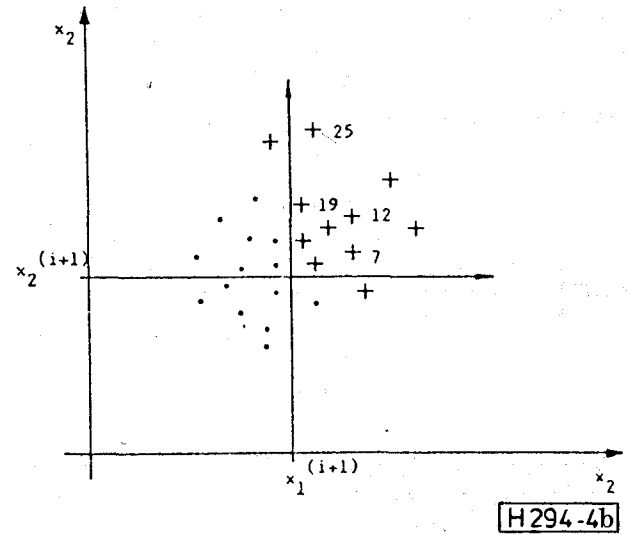
$$D = T^{-1} \cdot V \cdot T \quad (17)$$

ahol T a transzformációs mátrix. D fődiagonálisában a λ_i elemek az ellipszis $\sqrt{\lambda_i}$ főtengelyei.

Most állítjuk elő az új Gauss-eloszlású ponthalmazt az x origójú y koordinátákban. E ponthalmaz σ_i értékei a következő megfontolásokkal nyerhetők. Az y koordináták minden i irányban a legkülső jó pontot, $y_{i, \max}$ -ot, meghatározzuk. Ezek után előírjuk, hogy a jó pontok q valószínűséggel



4. a. ábra. Ponthalmaz az $x_1^{(i)}, x_2^{(i)}$ középértékek körül az i -edik iterációban



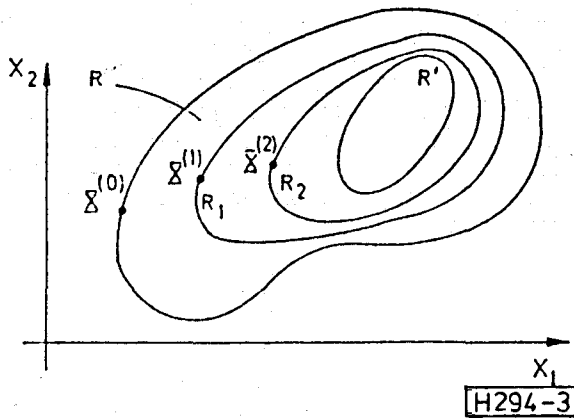
4. b. ábra. Ponthalmaz az $x_1^{(i+1)}, x_2^{(i+1)}$ középértékek körül az $i+1$ -edik iterációban 7, 12, 19 sorozat alkalmazásával

helyezkedjenek el az y_i tengelyen. Ez azt jelenti, hogy

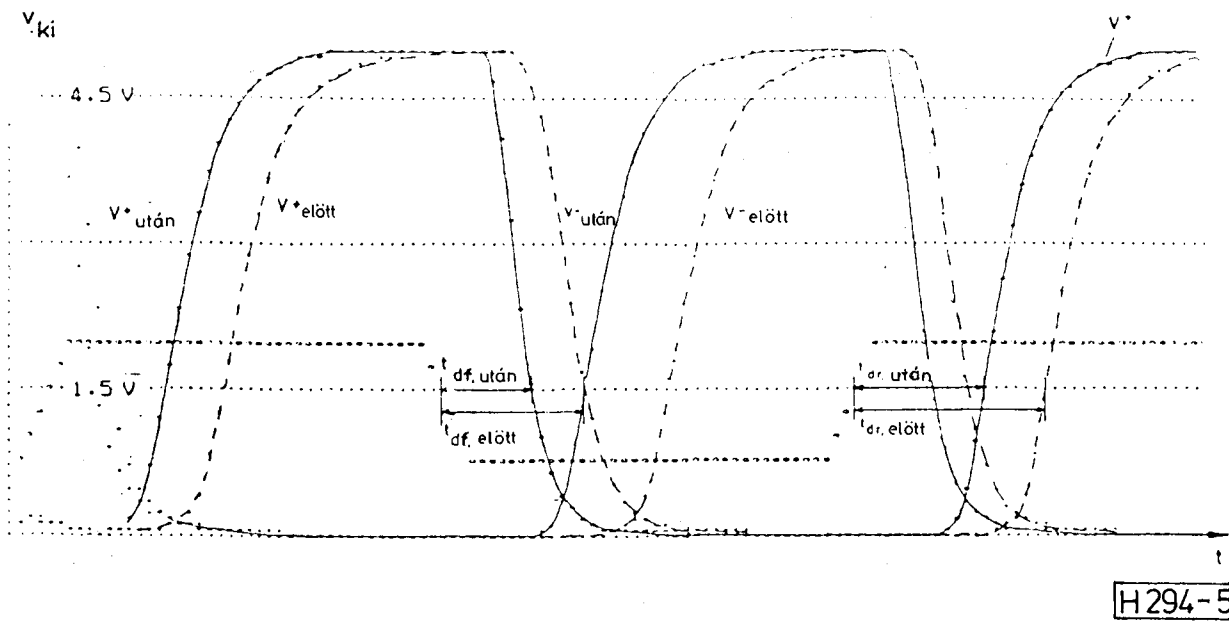
$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{i, \text{new}}}} \int_{-y_{i, \max}}^{+y_{i, \max}} \exp[-1/2(y_i/\sigma_{i, \text{new}})^2] dy_i = q \quad (18)$$

ahonnan is $\delta_{i, \text{new}}$ számítható. Numerikus tapasztalataink szerint a $q=0,4$ egy jó érték. A $\delta_{i, \text{new}}$ szórását egy, dimenziótól függő tényezővel megszorozzuk [6]. Ezzel vesszük figyelembe azt a tényt, hogy növekvő dimenzióval csökken annak valószínűsége, hogy ponthalmaz egy adott hipergömbben pontokat tartalmaz. E hatást kiegyensúlyozandó $\delta_{i, \text{new}}$ értékét növekvő n -re csökkentjük.

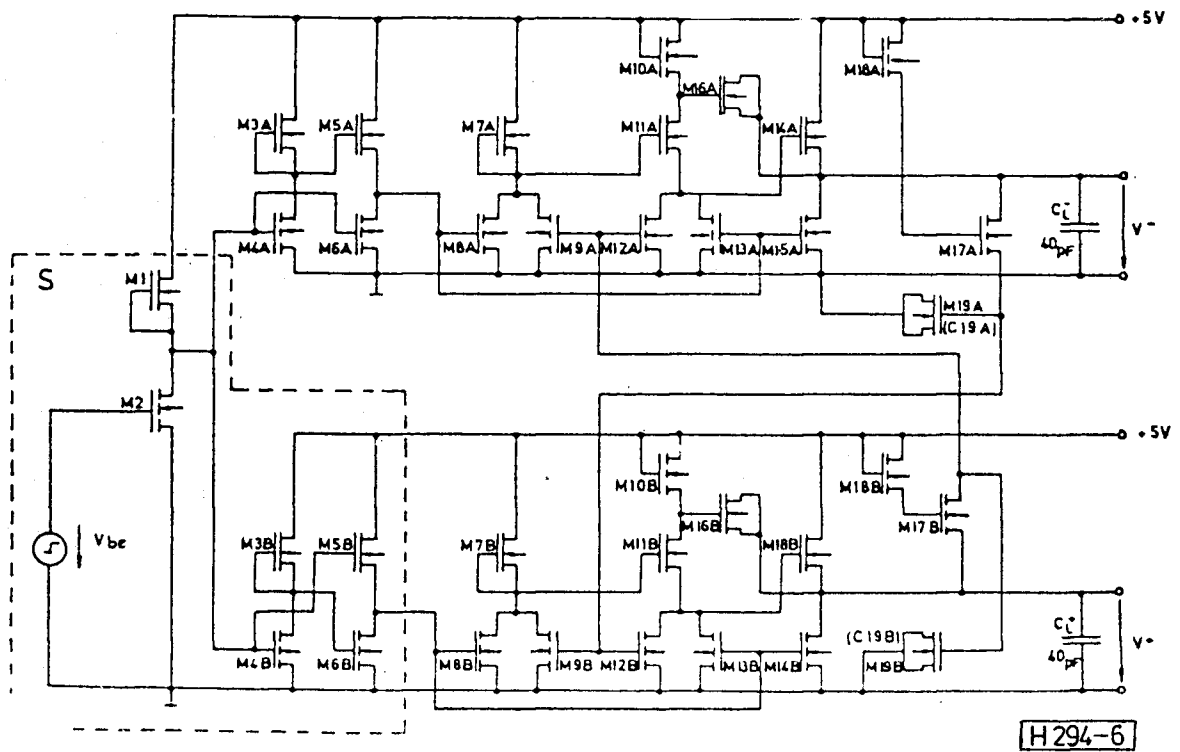
Az \bar{x} körüli új ponthalmaz az \bar{x}_{new} új középértékre, mint a jó pontok súlypontjára vezet. Az eljárást addig folytatjuk, míg [6]:



3. ábra. Toleranciaközpontosítás áramkörök tulajdonságainak javítására



5. ábra. A 6. ábra kapcsolásának feszültségmenete (időosztás: 2ns a vízszintes tengely két pontja között)



6. ábra. Óra- és ellenütemű meghajtó fokozat. Az invertálástól eltekintve a felső rész (A indexek) és az alsó rész (B indexek) azonos. A szövegben ezért az indexeket elhagytuk. Az S részarámkört szaggatott vonal keretezi

és

$$\left| \frac{x_i, \text{new} - x_i}{y_i, \text{max}} \right| \leq 5\% \quad (19)$$

$$\left| \frac{\sigma_i, \text{new} - \sigma_i}{y_i, \text{max}} \right| \leq 5\% \quad (20)$$

egyenlőtlenségeket minden dimenzióra el nem ér-

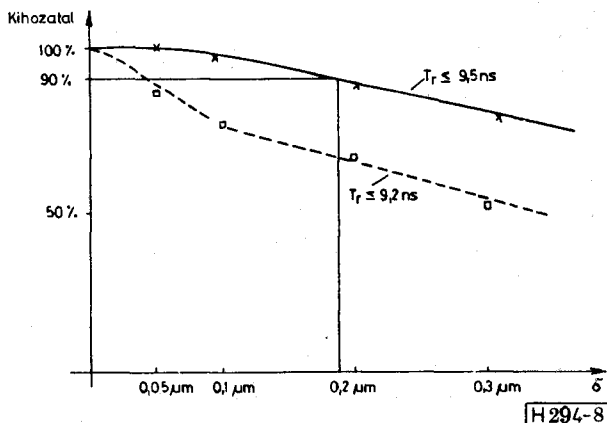
jük. Az utolsó \bar{x}_{new} érték a toleranciaközpont. Az ellipszoid szolgál tehát az R tartomány ismeretlen — nem szükség szerűen konvex — alakjának közelítésére. Az utolsó lépésben a gyártási pontatlanságokat leképező ponthalmazt állítjuk elő. Az (1) egyenletből nyerhető a kihozatal, amely a halmaz δ_i értékeitől függ. Meghatározhatók azonban azon

értékek is, amelyek egy adott kihozatal eléréséhez szükségesek. Egy kapcsolás tulajdonságai — amint azt az 1. pontban ismertettük — a követelmények fokozatos szigorításával javíthatók.

3. A gépidő csökkentése és a módszer javítása

Az eljárás legidőigényesebb része az áramköranalízis, különösen a tranziensanalízis. A vizsgált pontok számát ezért lehetőleg alacsonyan kell tartani. Egy további probléma — az iterációnkénti csekély javulás — akkor áll elő, ha a szórások az R megengedett tartomány egy szűk részében kicsik. Ez esetben a Gauss-eloszlású ponthalmaz R -nek csak kis részét fedi le. Ezt megfelelő intézkedésekkel el kell kerülnünk. Ezen kívül meg kell akadályozni, hogy az eljárás egy lokális optimum miatt befejeződjön.

Az áramköranalízisek száma a véletlengenerátor azon tulajdonságának kihasználásával csökkenthető, mely szerint a véletlen számok meghatározott és reprodukálható módon követik egymást. Azonos kezdeti feltételekkel mindig ugyanazon ponthalmazt állítjuk elő. A súlypont körüli teret ilyen ponthalmazzal tapogatjuk le. Meghatározzuk azt a síknegyedlet — nagyobb dimenzió esetén tér-ill. hiper-negyedlet — amelyben a legtöbb jó pont fekszik. A 4.a ábrákon a jó pontokat '+', a rosszakat '.' jel jelöli. A jó pontokat a véletlenszám-generátor egy meghatározott sorrendben, pl. mint a 7, 12, 19, ... pontokat, állította elő. A jó pontok középpontja az $i+1$ -edik súlypontra vezet. Az ezen súlypont körül előállított ponthalmazból csak a 7, 12, 19, ... pontokból végzünk áramköranalízist, mert nagy valószínűséggel ezek újra jó pontok lesznek. Ez az eljárás nagyon hatásosan



8. ábra. A kihozatal a MOSFET tranzisztor méretszórásának függvényében. A kihozatal $Tr < 9.5$ ns-re (folytonos vonal), valamint $Tr < 9.2$ ns-re (szaggatott vonal) határozottuk meg

működik, s a gépidőt egy kb. háromszoros, az eddigi legjobb esetben egy ötszörös faktorral csökkentette.

Lassú előrehaladás és lokális optimum a szórások két-háromszoros növelésével kerülhető el, így egy nagyobb térfogatot tapogatunk le. Végül, mint új súlypontot, meghatározzuk a legjobb tulajdonságokkal rendelkező pontot. A szórásoknak ez a „felfújása” és a középérték ugrásszerű változtatása szintén nagyon hatásos, különösen a lokális optimumok elkerülésében.

Egy további lehetőség az áramköranalízisek megspórolására az, hogy a ponthalmazbeli pontok helyett a ponthalmazbeli jó pontok számát írjuk elő. Így csak annyi véletlen pontot generálunk, míg a kívánt számú jó pontot elérjük. Numerikus tapasztalataink szerint a dimenziók számának kétszerese, mint a jó pontok száma, hatásosnak bizonyult.

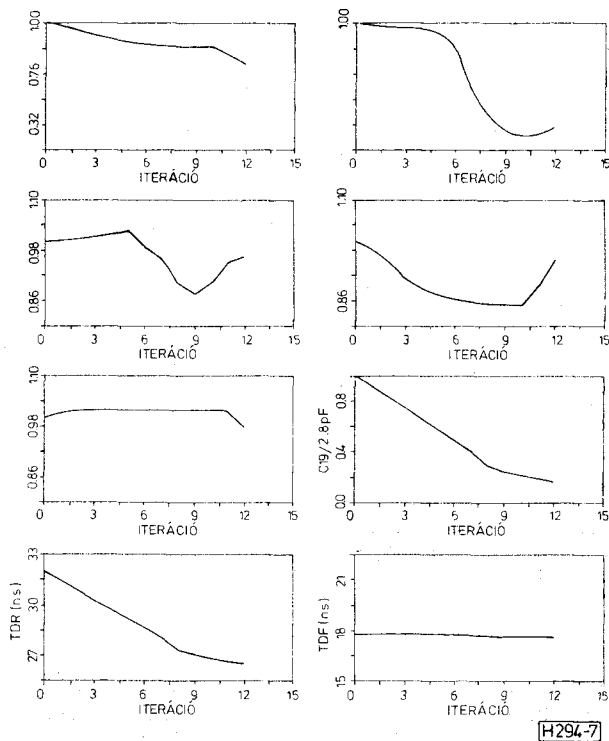
1. táblázat

paraméter	optimalizálás előtti érték	optimalizálás utáni érték (struktúra változatlan)	optimalizálás utáni érték (megváltoztatott struktúra)
w (M1) [μm]	3,0	7,1 (+4,1)	7,1 (+4,1)
w (M2) [μm]	30,0	25,0 (-5,0)	25,0 (-5,0)
w (M3) [μm]	3,0	10,3 (+7,3)	10,3 (+7,3)
w (M4) [μm]	10,0	3,2 (-6,8)	3,2 (-6,8)
w (M5) [μm]	12,0	17,2 (+5,2)	17,2 (+5,2)
w (M6) [μm]	8,0	15,7 (+7,7)	15,7 (+7,7)
w (M9) [μm]	25,0	20,1 (-4,9)	22,6 (-2,4)
w (M12) [μm]	50,0	25,5 (-24,5)	51,5 (+1,5)
w (M14) [μm]	490,0	472,0 (-18,0)	498,0 (+8,0)
w (M15) [μm]	1025,0	980,0 (-45,0)	1150,0 (+125)
w (M17) [μm]	24,5	23,9 (-0,6)	—
w (M18) [μm]	4,5	4,5 (±0,0)	—
C19 [pF]	2,8	0,5 (-2,3)	—

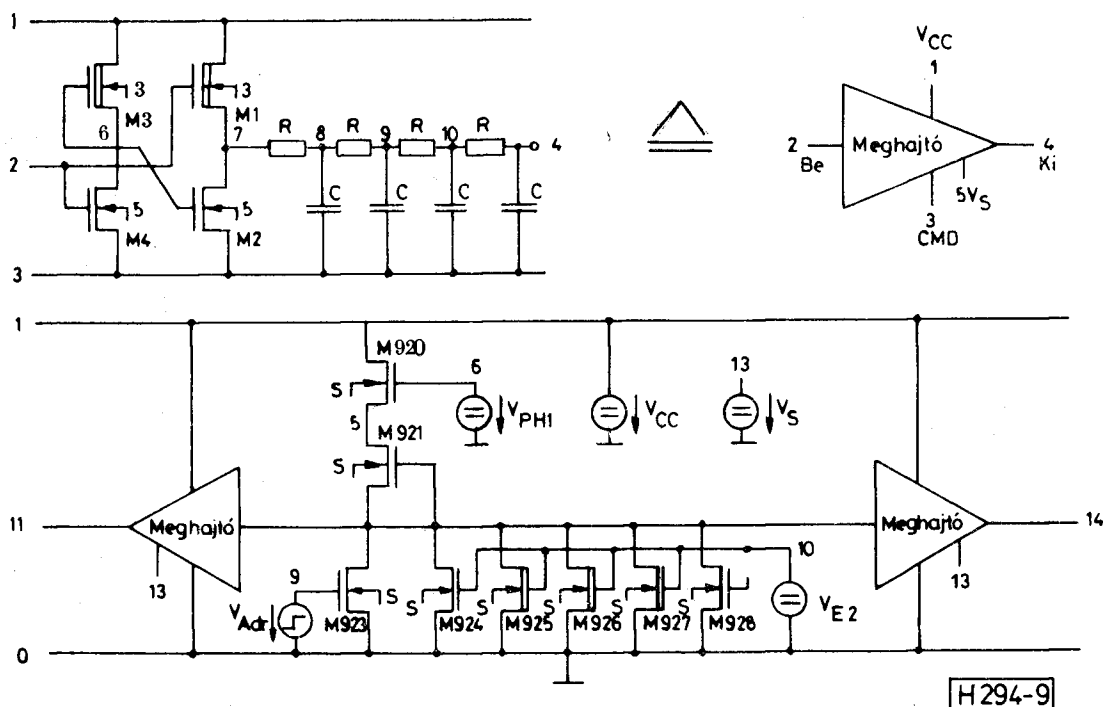
Késleltetési idők, V^- és V^+ pontokon lévő feszültségek és maximális áramok.

t..	[ns]	38,4	26,0 (-12,4)	25,6 (-12,8)
t..	[ns]	28,3	17,6 (-10,7)	17,5 (-10,8)
v....	[V]	0,23	0,40 (+0,17)	0,40 (+0,17)
i...	[mA]	12,5	12,6 (+0,1)	12,7 (+0,2)

Paraméterértékek, késleltetések, feszültségek a V^- és V^+ pontoknál, maximális tápáram a 6. ábra áramkörénél w(Mi) az Mi MOS tranzisztor szélessége.



7. ábra. A kapcsolás paramétereinek és tulajdonságainak változása az iterációs lépések során



9. ábra. NMOS-sor-dekóder kapcsolási rajza: A „Driver” részkapcsolás ellenállásai és kondenzátói képezik a kimeneti fokozat terhelését

2. táblázat

Paraméterek	Értékek optimalizálás előtt	Értékek optimalizálás után
l (M1 meghajtó) [μm]	3,50	4,00 (+0,50)
w (M1 meghajtó) [μm]	45,00	43,60 (-1,40)
l (M2 meghajtó) [μm]	2,25	2,50 (+0,25)
w (M2 meghajtó) [μm]	25,00	23,40 (-1,60)
l (M3 meghajtó) [μm]	4,00	4,60 (+0,60)
w (M3 meghajtó) [μm]	7,00	8,60 (+1,60)
l (M4 meghajtó) [μm]	2,25	2,70 (+0,45)
w (M4 meghajtó) [μm]	10,00	5,30 (-4,70)
l (M920) [μm]	3,50	3,90 (+0,40)
w (M920) [μm]	22,00	21,50 (-0,50)
l (M921) [μm]	2,50	2,50 ($\pm 0,00$)
w (M921) [μm]	11,00	20,30 (+9,30)
l (M923)* [μm]	2,25	5,20 (+2,95)
w (M923)* [μm]	17,00	16,30 (-0,70)

* Az M923, M924, M925, M926, M927 és M928 tranzisztorok az optimalizálás folyamán azonosak

Késleltetési idő

Tr [ns] 10,16 9,05 (-1,11)

A 9. ábra kapcsolásának elemértékei és késleltetési ideje optimalizálás előtt és után. A késleltetési időátlagértéke 9,05 ns, ezen érték körül a gyártási kihozatal $T_r < 9,5$ ns mellett 90%. A szórás $\sigma = 0,18 \mu\text{m}$ (8. ábra).

4. Példák

Első példaként a 6. ábra óra- és ellenütemű meghajtó fokozat 5. ábrán mutatott kimenőfeszültségét optimalizáljuk. A lefutó él késleltetése 28.3 ns-ről 17.5 ns-ra, a felfutó él pedig 38.4 ns-ről 26 ns-ra csökken. Tizenhárom paraméter, az NMOS tranzisztorok 12 csatorna szélessége és egy kapacitás változott meg. A 7. ábra mutatja a paraméterek változását az iterációk során. A paraméterek hirtelen változását a ponthalmaz „felfújása” és a középértékek ugrása eredményezi. Ezen intézkedések nélkül az optimalizálás egy

lokális minimumban befejeződött volna. A paraméterek értékét az optimalizálás előtt és után az I. táblázat mutatja.

A második példa egy tároló sor-dekódere (9. ábra). A késleltetési idő 10 ns-ről 9.5 ns-ra csökkent, miközben a kihozatal 2%-ról 90%-ra nőtt. A 14 paraméter szórása $\sigma = 0.18 \mu\text{m}$ volt. A kihozatalt a szórás függvényében a 8. ábra mutatja. A II. táblázatban található a 14 paraméter, nevezetesen a CMOS tranzisztorok csatornahosszának és -szélességének értékei optimalizálás előtt és után.

- [1] Antreich, K. J. Kolitz, R. K. Design Centering by Yield Prediction IEEE, Trans. on Circ. and Systems, Vol. CAS-29, 1982, S. 88—95
- [2] Bandler, J. W. Abdel-Malek, H. Optimal Centering, Tolerancing and Yield Determination via Updated Approximation and Cuts IEEE, Trans. on Circ. and Systems, Vol. CAS-25, 1978, S. 853—871
- [3] Director, S. W. Hachtel, G. D.: The Simplicial Approximation Approach to Design Centering and Tolerance Assignment IEEE, Trans. on Circ. and Systems, Vol. CAS-24, 1977, S. 363—372
- [4] Director, S. W. Hachtel, G. D.: Computationally Efficient Yield Estimation Based on Simplicial Approximation IEEE, Trans. on Circ. and Systems Vol. CAS-25, 1978, S. 121—130.
- [5] Kjellström, G. Taxen, L.: Stochastic Optimization in System Design IEEE, Trans. on Circ. and Systems Vol. CAS-28, 1981, S. 702—715
- [6] Kreutzer, H.: Ein Verfahren zur Erhöhung der Ausbeute und zur Verbesserung der Eigenschaften von Schaltungen Dissertation, Universität Stuttgart, 1983
- [7] Kreyszig, E.: Statistische Methoden und ihre Anwendungen Vandenhoeck a Ruprecht, Göttingen 1982
- [8] Papoulis, A.: Probability, Random Variables and Stochastic Processes Mc Graw Hill, New York, 1984
- [9] Soim, R. S. Spence, R.: Manufacturing Yield Optimization by Statistical Exploration CADMECCS Conference, 1979, S. 154—158.