

Klasszikus térelmélet a mikroelektronika oktatásában

DR. VESZELY GYULA—DR. ZOMBORY LÁSZLÓ
BME Elméleti Villamosságtan Tanszék

ÖSSZEFOGLALÁS

Az elektromágneses elvek oktatására a mikroelektronikai problémák termékenyítőleg hathatnak. A klasszikus térelmélet szempontjából áttekintjük a félvezető eszközök alapegyenleteit. Néhány példát mutatunk be a félvezető eszközök területéről, amelyek feladataként szolgálhatnak a térelmélet oktatásában.

Bevezetés

A mikroelektronikai struktúrákban, félvezető eszközökben, monolit és hibrid IC-kben fellépő jelenségek alapvetően elektromágneses természetűek. Ennek dacára az oktatásban a félvezetőfizikai nézőpont túlsúlyozódik, az elektrodinamikai elvek pedig gyakorlatilag teljesen elhanyagolódnak.

A szerzők véleménye szerint az elektromágneses elvek oktatására a mikroelektronikai feladatok — mind az elektromágneses háttér bevezetése, mind az elektromágneses elvekre példaként szolgáló valódi félvezető struktúrák vizsgálata — termékenyítőleg hatnak.

Az alábbiakban a szerzők mindkét vonalat megkísérlik bemutatni. Először a félvezető alapegyenletekkel kapcsolatos térelméleti fogalmakat vizsgálják, majd különböző példákat mutatnak be.

1. A félvezető alapegyenletek levezetése a Maxwell egyenletekből [1] [2] [3]

Megmutatjuk, hogy az alapegyenletek a Maxwell egyenletekből levezethetők. Azokat az eredményeket, amelyeket ilyen módon nyerünk *klasszikusnak* a többbit *kvázi-klasszikusnak* nevezzük.

1.1 A Maxwell egyenletek

A Maxwell egyenletek SI rendszerbeli szokásos formáját használjuk

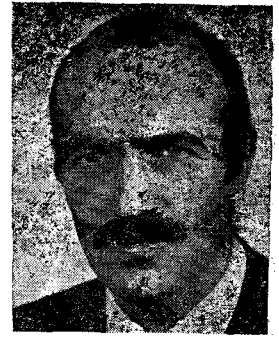
$$(1) \quad \text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$(2) \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$(3) \quad \text{div } \mathbf{D} = \rho$$

$$(4) \quad \text{div } \mathbf{B} = 0$$

Beérkezett. 1986. 1. 2. (H)



DR. VESZELY GYULA

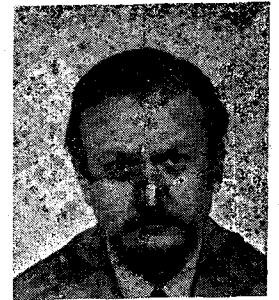
A BME Elméleti Villamosságtan Tanszékének docense. 1962-ben a BME Híradástechnika szakán villamosmérnöki, 1967-ben mikrohullámú szakmérnöki oklevelet szerzett. 1977-ben elnyerte a műszaki tudományok kandidátusa elmet. Az URSI Magyar Nemzeti Bizottságnak tagja.

Számos közlemény és konferenciaelőadás szerzője. Fő kutatási területei: félvezető technológiák és eszközök számítógépes modellezése, üveg-szálak elektromágneses elmélete.

DR. ZOMBORY LÁSZLÓ

A BME Elméleti Villamosságtan Tanszékének docense, 1965-ben végzett a BME Villamosmérnöki Kar Híradástechnika szakán. 1969-ben Sub auspiciis kintüntetéssel doktorált. 1974-ben védte meg kandidátusi értekezését. Hosszabb ideig dolgozott a SZUTA A. F. Ioffe Műszaki Fizikai Intézetében, a Polytechnic Institute of New Yorkban és a Stanford Universityn. A HTE BME Villamoskari Csoportjának titkára, az URSI Magyar Nemzeti Bizottságának tagja.

Fő kutatási területei: terek hálózati modelljei, félvezető



eszközök technológiájának és működésének térelméleti modellezése. Egy szakkönyv, számos szakkikk és konferenciaelőadás szerzője, ill. társszerzője.

A kiegészítő egyenletek különböző formájúak lehetnek. Közepes frekvenciákig elfogadható a térmennyiségek közötti egyidejű kölcsönhatás, azaz

$$(5a,b) \quad \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

Az elektromos áramsűrűséggel később foglalkozunk. A mikroelektronikai struktúrákban ϵ és μ szakaszonként konstansnak tekinthető.

1.2. A Poisson egyenlet

A félvezető struktúrák belső tulajdonságainak leírására a Maxwell egyenleteket a Poisson egyenlettel szokás helyettesíteni. Meglehetősen elterjedt félreértés, hogy a Poisson egyenlet csak kis frekvenciáig használható.

Könnyen igazolhatjuk, hogy ez nem így van, ha következetesen vezetjük le ezt az egyenletet.

$$(4)\text{-ből a}$$

$$(6)$$

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$$

egyenlet következik, ahol \mathbf{A} a vektor potenciál. Felhasználva (2)-t és bevezetve a φ skalár potenciált nyerjük

$$(7) \quad \mathbf{E} = -\text{grad } \varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

míg (4)-ből

$$(8) \quad -sA\varphi - \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \text{div } \mathbf{A} = \rho$$

(8) a Poisson egyenletet adja, ha

$$(9) \quad \text{div } \mathbf{A} = 0$$

érvényes. Ez azt jelenti, hogy *Coulomb-mértéket* választottunk. Ilyenkor (8)-ből

$$(10) \quad \Delta \varphi(t) = -\frac{\rho(t)}{\varepsilon},$$

ahol az időfüggést is feltűntettük.

Ezen az úton (10) érvényessége belátható és a mérték fogalma is bevezethető.

Természetesen a közelítésnek valahol máshol kell megjelennie. Vezessük le a vektorpotenciálra vonatkozó egyenletet. \mathbf{A}

$$(11) \quad \mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot } \mathbf{A}$$

kifejezést (1)-be helyettesítve

$$(12) \quad \frac{1}{\mu} \text{rot rot } \mathbf{A} = \mathbf{J} - \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \text{grad } \varphi - \varepsilon \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t},$$

majd ismét alkalmazva a (9) Coulomb mértékét

$$(13) \quad \Delta \mathbf{A} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mu \mathbf{J} + \varepsilon \mu \frac{\partial}{\partial t} \text{grad } \varphi$$

Az áramsűrűség két részre bontható, transzverzális (divergencia-mentes) részre és longitudinális (rotáció-mentes) részre

$$(14) \quad \mathbf{J} = \mathbf{J}_t + \mathbf{J}_l = \text{rot } \Gamma - \text{grad } \psi$$

És nyilvánvalóan — (9)-nek megfelelően —

$$(15) \quad \Delta \mathbf{A} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mu \mathbf{J}_t$$

továbbá

$$(16) \quad \mu \text{grad } \psi + \varepsilon \mu \frac{\partial}{\partial t} \text{grad } \varphi = 0,$$

vagyis

$$(17) \quad \psi = -\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial t} + f(t)$$

Most követhetjük az elhanyagolásokat. Általában feltételezzük, hogy $\mathbf{J}_t \cong 0$, ami megfelel $|\mathbf{J}_t| \ll |\mathbf{J}_l|$ -nek. Ebben az esetben $\mathbf{A} = 0$ partikuláris megoldása (15)-nek és a vektor potenciált elhanyagolják az elektromos térerősség kiszámítására szolgáló (7) egyenletben.

Nyilvánvaló, hogy az ilyen elhanyagolás jogossága csak esetről esetre bizonyítható. Mindenesetre a (7) egyenlet alapján egyszerű becslést végezhetünk. A második tag időbeli deriváltat tartalmaz és így elhanyagolható, ha a potenciálok időbeli változása nem túl gyors. Ez ismét összhangban van a szokásos gyakorlattal, amely a mágneses tér hatásait, mint másodrendű effektusokat elhanyagolja.

Egy dimenzióban az egész kérdés irreleváns. Az örvénymentesség $\mathbf{J}_z = 0$ -t jelent, aminek következtében $\mathbf{A}_z = 0$ egzaktul fennáll és a Poisson egyenleten alapuló számítás korrekt, kivéve persze magát az egydimenziós közelítést.

1.3 Aifolytonossági egyenlet

Mit mondhatunk az áramsűrűség longitudinális részéről? Divergenciájának az alábbi tulajdonsága van (1. a (17) egyenletet).

$$\text{div } \mathbf{J}_l = -\Delta \psi = \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \Delta \varphi = -\frac{\partial \rho}{\partial t},$$

vagyis a folytonossági egyenletet a longitudinális áramsűrűség önállóan elégíti ki. $\mathbf{J} = \mathbf{J}_l$ feltételezéssel a

$$(18) \quad \text{div } \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

klasszikus eredmény: a teljes áramsűrűségekre vonatkozó folytonossági egyenlet.

Felhasználva a töltéssűrűség

$$(19) \quad \rho = q(p - n + N)$$

kifejezését

és feltételezve az adalékkoncentráció állandóságát

$$\frac{\partial N}{\partial t} = 0$$

(18) formálisan két egyenletre bontható

$$(20a) \quad \text{div } \mathbf{J}_n - q \frac{\partial p}{\partial t} = R$$

$$(20b) \quad \text{div } \mathbf{J}_p + q \frac{\partial p}{\partial t} = -R$$

Nyilvánvaló, hogy (20)-nak csak akkor van értelme, ha R -nek fizikai tartalmat tudunk adni. Ez azt jelenti, hogy (20) klasszikus eredmény — legalábbis ha (19)-et klasszikusnak tekinthetjük — de R részletes kifejezése csak kvázi-klasszikus módon nyerhető.

1.4 Az áramsűrűségek és a mozgó hordozó koncentrációk kifejezése

Jóval nehezebb kifejtetni az áramsűrűségek kifejezését. Az egyszerű

$$(21) \quad \mathbf{J} = a \mathbf{E} + \mathbf{J}_l$$

kifejezés csak általános útbaigazítást ad, hogy találjuk meg a korrekt kifejezést klasszikus úton.

1. táblázat
A HT gyártmányú elosztóhálózati elemek
általános műszaki adatai

Normálándó	Normáló tényező szimbólum	Normáló tényező értéke
r φ n, p, N	l U_c α	$\max(r_1 - r_2)$ kT/q $\max(N)$

Elektronfizikai alapon megérthető, hogy α -nak arányosnak kell lennie a mozgó töltéshordozó koncentrációval és az arányossági tényezőt *mozgékony-ságnak* hívják. Sajnos a mozgékony-ság tulajdonságairól és a különböző mennyiségektől való függéséről nem tudunk túl sokat mondani.

$A=0$ feltételezéssel kifejezhetők az áramsűrűségek

$$(22a) \quad \mathbf{J}_n = qn\mu_n (-\text{grad } \varphi)$$

$$(22b) \quad \mathbf{J}_p = qp\mu_p (-\text{grad } \varphi)$$

Ezek az ún. *drift áramsűrűségek* elektrodinamikai eredetűek.

Rámutathatunk, hogy áram folyhat az $E \equiv 0$ esetben is. Ezt (21)-ben az egyenlőre ismeretlen \mathbf{J}_i reprezentálja. Ha valaki némi nem egyensúlyi termodinamikai ismerettel rendelkezik, akkor rávezethető a felismerésre: minden áramnak egy intenzív mennyiség gradiensétől kell függenie. Elhanyagolva a hőmérséklet, nyomás stb. gradiensét az egyetlen megmaradt lehetőség az inhomogén hordozó koncentráció gradiense.

Így bevezethetjük a *diffúziós áramsűrűségeket*

$$(23a) \quad \mathbf{J}_n = qD_n \text{grad } n$$

$$(23b) \quad \mathbf{J}_p = -qD_p \text{grad } p$$

Fel kell azonban ismernünk: ezek a kifejezések *nem klasszikusak*.

Ez akkor is kiderül, ha a hordozó koncentrációkat a potenciálok függvényeként óhajtuk kifejezni. Cél-szerű az árammentes esetből elindulni. (22)-t (23)-al kombinálva

$$(24a) \quad q(-\mu_n n \text{grad } \varphi + D_n \text{grad } n) = 0,$$

$$(24b) \quad q(-\mu_p p \text{grad } \varphi - D_p \text{grad } p) = 0.$$

Ezekből az egyenletekből

$$(25a) \quad n = A e^{\frac{\mu_n}{D_n} \varphi},$$

$$(25b) \quad p = B e^{\frac{-\mu_p}{D_p} \varphi}.$$

A szokásos $\mu_n/D_n = \mu_p/D_p = q/kT$ közelítéssel (amelynek igazolása az elektromágneses térelmélet keretein kívül esik)

$$(26a) \quad n = n_t e^{\frac{q}{kT}(\varphi - \varphi_n)}$$

$$(26b) \quad p = n_t e^{\frac{q}{kT}(\varphi_p - \varphi)},$$

ahol n_t , φ_n és φ_p formálisan mint konstansok jelennek meg.

Ha φ_n -t és φ_p -t változónak tekintjük, az áramsűrűségek

$$(27) \quad \mathbf{J}_n = -q\mu_n n \text{grad } \varphi_n = q\mu_n n_t \frac{kT}{q} e^{\frac{q}{kT}\varphi} \text{grad } e^{\frac{q}{kT}\varphi_n}$$

$$(28) \quad \mathbf{J}_p = -q\mu_p p \text{grad } \varphi_p = -q\mu_p n_t \frac{kT}{q} e^{\frac{-q}{kT}\varphi} \text{grad } e^{\frac{q}{kT}\varphi_p}$$

Ez a pont alkalmas az egyensúly fogalmának bevezetésére. Képezzük az

$$(29) \quad np = n_t^2 e^{\frac{q}{kT}(\varphi_p - \varphi_n)}$$

szorzatot. Ha $pn = n_t^2$ a félvezető *egyensúlyi* állapotban van. Ekkor $\varphi_p = \varphi_n = \varphi_F$, ahol φ_F a Fermi-szint. E tulajdonság alapján nevezünk φ_p -t és φ_n -t kvázi Fermi-szintnek a nemegyensúlyi esetben.

Az egyensúly fogalma a klasszikus kereteken kívül esik.

A hordozó koncentrációkkal kapcsolatos másik kérdés a *semlegesség*.

A semlegesség $q=0$ -t jelent, azaz (19) szerint

$$(30) \quad p - n + N = 0$$

Ez egy másik olyan pont, ahol sok félreértés jelent meg az irodalomban. A probléma az alábbi: a (30) alapján kiadódik egy potenciál, de ez nem harmonikus, azaz nem teszi zérussá (10) bal oldalát.

Ez a szituáció (30) következetlen levezetésének eredménye. (30) itt heurisztikusan jelent meg, holott a valóságban a (10) egyenlet skálázásának a következménye. Az 1. táblázat skála faktorait alkalmazva (10) normalizált alakja [5]

$$(31) \quad \lambda^2 A \varphi = n - p + N,$$

ahol

$$(32) \quad \lambda^2 = \frac{ekT}{l^2 q^2 \alpha}$$

Ha $\lambda^2 \rightarrow 0$, akkor (31) szinguláris perturbációja lép fel. $\alpha \gg 1$ esetén λ^2 nagyon kicsi lehet.

Egy numerikus példa

$$l = 2,5 \mu\text{m}$$

$$\alpha = 10^{20} \text{ cm}^{-3}$$

$$\text{Si-ra } \lambda^2 \cong 4 \cdot 10^{-10}$$

Bármely pontban, ahol az adalékprofil és így a potenciál is lassan változik a megoldás az alábbi alakban kereshető

$$(33) \quad \varphi = \sum_{i=0}^{\infty} \varphi_i \lambda^i$$

ahol φ_0 a $\lambda=0$ -hoz tartozó megoldás, azaz

$$(34) \quad n_0 - p_0 - N = 0,$$

a semlegesség nagyon jó közelítéssel érvényes. Másrészt ha a profil és a potenciál gyorsan változik

(pl. p—n átmenet), akkor a potenciált az alábbi alakban kell keresnünk

$$(35) \quad \varphi = \sum_{i=0}^{\infty} \left[\varphi_i + \tilde{\varphi}_i \left(\frac{t}{\lambda} \right) \right] \lambda^i; \tilde{\varphi}_0 \equiv 0,$$

ahol t a belső rétegtől mért távolság. Ez a megoldás a réteg körül gyors változást ad. Itt a kvázi semlegesség feltételezése és így a nulladrendű megoldással történő közelítés nem érvényes. A részletek sok számítását kívánják és eredmény csak számítógéppel nyerhető.

Egy fontos eredmény adódott: míg az *egyensúly* fogalma nem, addig a *semlegesség* fogalma klasszikus elektrodinamikai fogalom.

2. Elemi elektromágneses példák

Felleges lenne részletezni mindazokat a feladatokat a félvezető eszközök elméletében, amelyeket a tér-elmélet alapelveinek a segítségével oldanak meg. Ezek közül a legfontosabbak pl. a MOS kapacitás, az át-szűrődés és telítés a MOS tranzisztorok működésében vagy a tömbellenállás. Ezek közül néhány szép analitikus példa, másokat illusztratív példaként lehet használni numerikus módszerek bemutatására.

Az alábbiakban a tér-elmélet néhány kevésbé ismert alkalmazását mutatjuk be a mikroelektronika területén.

1. Kapacitás számítás VLSIC-re [6]. A működési sebesség erősen függ az elektróda és szigetelő kapacitásoktól.

2. Az összekötések modellezése monolit és hibrid IC-kben. Az összekötések sokvezetős távvezeték-rendszert alkotnak. Akár távvezetékkel (a gyakorlatban RC vonalak rendszerével), akár koncentrált paraméterű RC hálózattal modellezhetők. Az utóbbi esetben cél a kapacitások számítása, az R és C mátrixok koncentrált paraméterű közelítése és a legnagyobb időállandó becslése. [7]—[10]

Hasonló eszközök használhatók mikroáramkörök viszonylag nagy kontaktusai hatásának számítására. [11]

3. Konform leképezés.

Alkalmazás réteg és kontaktus ellenállás számítására [7].

Összetett geometriájú MOS tranzisztorok [12]
Bipoláris tranzisztorok — bázis ellenállás és fel-
éledési idő.

4. Aktív nemlineáris elemek kapacitás számítása. Szimmetrikus és nonszimmetrikus kapacitás mátrixok.

IRODALOM

- [1] Engl, W. L.—Dirks, H. K.—Meinerzhagen, B.: Device modeling. Proc IEEE 71, 10—33
- [2] Fichtner, W.—Rose, D. J.—Bank, R. E.: Semi-conductor device simulation. IEEE Trans. ED-30 9, 1018—1030
- [3] Fichtner, W.: Semiconductor equations, capacitance matrices and numerical simulations. in Berger, M. S. (ed) J. C. Maxwell, the Sesquicentennial Symposium. Elsevir Sci. Publisher, Amsterdam, 1984. pp. 167—186
- [4] Selberherr, S.: Analysis and Simulation of Semiconductor Devices. Springer Verlag, Wien, New York, 1984
- [6] Barna, A.: VHSIC Technologies and Tradeoffs. Wiley-Interscience, N. Y. etc. 1981
- [7] Ripka, G. (ed): Thick film integrated circuits. Műszaki K. Budapest, 1985
- [8] ElMassy, M. I.: Capacitance calculations in MOSFET VLSI. IEEE El. Dev. Lett., EDL-3,1, 6—7
- [9] Sakurai, T.—Tamasu, K.: Simple formulas for two and three dimensional capacitances. IEEE Trans ED-30, 2, 183—189
- [10] Greeneich, E. W.: An analytical model for the gate capacitance of small geometry MOS structures. IEEE Trans. ED-30, 12, 1838—1839
- [11] Berger, H. H.: Models for contacts to planar devices. Solid-State Electronics, 15, 145—158
- [11] Zombory, L.: Conformal mapping technique at semiconductor device modeling. Proc. 6th MICROCOLL Budapest, 1578. II-3/14
- [13] Veszely, Gy.: A simple base resistance model at low injection ibid II-3/16