

Generálparaméteres digitális szűrők tervezése

HARKÁNYI GÁBOR
Mikroelektronikai Vállalat



ÖSSZEFOGLALÁS

A cikk egy olyan módszert mutat be, melynek segítségével egyenletes ingadozású áteresztősávval és tetszőleges zárósávval rendelkező rekurzív digitális szűrők tervezhetők. Az elmélet bemutatása mellett elemzi a gyakorlati alkalmazás során felmerült problémákat, majd az eljárás használhatóságát a FORTRAN IV nyelvű programmal készített mintapéldákon keresztül érzékelteti.

Bevezetés

A monolit integrált, valamint a hibridáramkörök gyártástechnológiájának rohamos fejlődése egyre inkább lehetővé teszi nagy bonyolultságú és nagy megbízhatóságú rendszerek létrehozását. Az utóbbi tulajdonságot jelentősen fokozzák a hibridtechnika új irányzatai (multichip, multilayer technika).

A két technológia „összeházasításával” készült áramkörökkel így egyre inkább lehetőségünk nyílik a hagyományos analóg feldolgozási módszerek kiváltására a sok szempontból kedvezőbb tulajdonságú digitális módszerekkel (természetesen csak a technológia által korlátozott sebességhatárig). Ez napjainkban főleg a jelfeldolgozásra, ezen belül is elsősorban a különféle szűrési feladatokra igaz; bár a digitális jelfeldolgozás elméleti alapjai már régóta jól kidolgozottak tekinthetők, csak az utóbbi idők technológiai fejlődése tette lehetővé az algoritmusok megfelelő sebességű (real-time) és gazdaságos realizálását.

Ezek a tendenciák indokolják és egyre sürgetőbbé teszik olyan számítógépes tervezőrendszerek kifejlesztését, melyek segítségével gyorsan és megbízhatóan el lehet végezni a kívánt típusú digitális jelfeldolgozó (pl. szűrő) szintézisét, illetve analízisét.

Ezen cikk — az elméleti alapok tárgyalása után — egy olyan programot mutat be, melynek segítségével a frekvenciatartományban általánosan megadott specifikációjú digitális szűrőket tervezhetünk.

Az elmélet áttekintése

A lineáris, diszkrét idejű szűrési feladatok alapegyenletét a következőképpen írhatjuk fel:

$$y(nT) = \sum_{i=0}^N a_i x[(n-i)T] - \sum_{i=1}^M b_i y[(n-i)T]. \quad (1)$$

Ebből jól látható, hogy az n -edik időpillanat kimeneti értéke N darab előző bemeneti és M darab korábbi kimeneti minta lineáris kombinációja. Az $\{a_i\}$, $\{b_i\}$ halmazok a szűrő paraméterei; amennyiben ezek idő-

HARKÁNYI GÁBOR

Diplomáját 1980-ban szerezte a Budapesti Műszaki Egyetem Villamosmérnöki Karán, a Műszer és Irányítástechnika Ágazaton. Ezután tanulmányait — mint a MEV (korábban HIKI) dol-

gozója — a BME nap-pali szakmérnöki hallgatójaként folytatta. Tématerülete: digitális jelfeldolgozás; ezen belül főleg a digitális szűrés elmélete és gyakorlati alkalmazási lehetőségeinek kutatása.

függők, úgy variáns, egyébként invariáns szűrőről beszélünk.

A $\{b_i\}$ halmaz elemértékeitől függően a digitális szűrőket két nagy csoportba oszthatjuk. Ha $b_i = 0$ az összes i -re, azaz csak a bemeneti mintákat használjuk fel a kimenet előállításához, akkor véges impulzusválaszú (FIR) szűrőt kapunk, míg ha ez nem teljesül, akkor a szűrő rekurzív, végtelen impulzusválaszú (IIR) típusú lesz.

A két nagy szűrőcsalád approximációs módszereit a következőképpen csoportosíthatjuk:

1. Zárt összefüggéseken alapuló analitikus módszerek, melyek jellemzője, hogy többnyire valamilyen transzformációs módszer segítségével az analóg szűrőtervezés eredményeit „mentik át” a digitális szűrőtervezéshez; végrehajtásukhoz viszonylag kis sebességű és tárméretű gép is elegendő.
2. Optimumszámítást alkalmazó numerikus módszerek; alkalmazásuk nagyszámítógép segítségével célszerű.

A generálparaméteres approximáció a fenti két csoport határára helyezhető; segítségével olyan szűrőket tervezhetünk, melyeket egyenletes ingadozású áteresztősáv jellemez amellet, hogy a zárósáv tetszőlegesen készíthető adott számú átviteli zérus megfelelő elhelyezésével. (Megjegyezzük, hogy ez az állítás akkor is igaz, ha az „áteresztősáv”, illetve a „zárósáv” szavakat kölcsönösen felcseréljük, illetve a „zérus” szót „pólus”-sal helyettesítjük; azonban ezzel a szűrőtípussal a cikkben nem foglalkozunk.)

A generálparaméteres analóg szűrők tervezési módszereit — főként G. C. Temes munkássága révén — már korábban kidolgozták [1, 2], az eljárást digitális rekurzív szűrők esetére A. G. Deczky általánosította [3].

A részletek tárgyalása előtt a módszer lényegét a következőképpen foglalhatjuk össze.

A tervezendő IIR szűrő $|H(e^{j\omega})|^2$ függvényét írjuk fel a következő alakban:

Beérkezett: 1984. VI. 14. (A)

$$H(z)H(-z)|_{z=e^{j\varphi}} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 |T_n(z)|^2|_{z=e^{j\varphi}}}, \quad (2)$$

ahol ε az ingadozási paraméter, $|T_n(z)|^2$ pedig a specifikáció alapján meghatározandó racionális függvény ($H(z)$ jelöli a szűrő z -tartománybeli átviteli függvényét; φ a digitális „frekvencia”: $\varphi = \omega T$, ahol a T a mintavételi intervallum, ω pedig az analóg körfrekvencia).

A z -tartománybeli megoldás helyett azonban a szűrő méretezését egy olyan új komplex $w = \xi + j\eta$ tartományban végezzük, ahol a záró sáv tervezése függetlenül végezhető az áteresztősávtól.

Ez könnyen elérhető, ha egy megfelelő $z \rightarrow w$ leképzéssel az áteresztősávtól a z -tartományból úgy transzformáljuk, hogy az a w síknak a teljes képzetes tengelyére kerüljön, mivel egyszerű a w -tartományban olyan $T_n(w)T_n(-w) = |T_n(w)|^2$ függvényt „készíteni”, amely az imaginárius tengely mentén egyenletesen ingadozik a 0 és 1 között, és ez a tulajdonság független $|T_n(w)|^2$ paramétereitől.

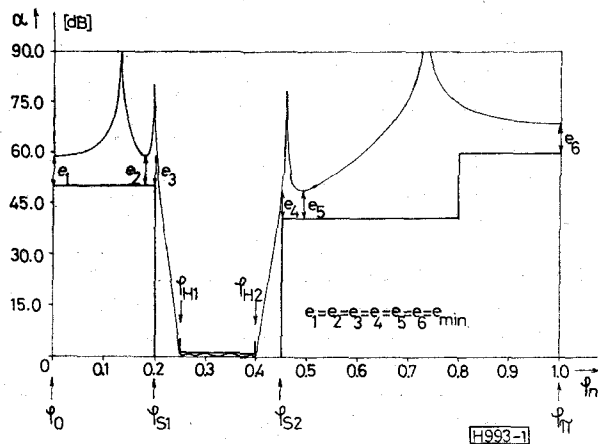
Ezek a paraméterek határozzák meg viszont a zárósávi tulajdonságokat, így ezeket egy algoritmus-sal úgy választjuk meg, hogy az approximáló függvény a tetszőlegesen előírt zárósávo(ka)t az adott fokszám mellett minimális hibával közelítse, és ez a hiba azonos legyen a teljes zárósávban.

Így a w -tartománybeli tervezés elvégzése és a z -síkra való visszatérés után egy ε paraméterrel jellemzett egyenletes ingadozású áteresztősávval és a fenti értelemben optimális zárósávval rendelkező IIR szűrőt kapunk eredményül. Egy lehetséges specifikációt és az ehhez tartozó approximáló függvényt az 1. ábra mutatja (az ábrán $\varphi_n = \frac{\varphi}{\pi}$ a normalizált digitális „frekvencia”, α pedig a csillapításkarakterisztikát jelöli).

A továbbiakban tehát először a megfelelő w -tartománybeli valós $T_n(w)T_n(-w)$ ún. Csebisev-féle racionális függvényt kell megkonstruálnunk, amely a $j\eta$ tengely mentén paramétereitől függetlenül egyenletes, egységnyi ingadozású.

Ehhez kiindulásként vizsgáljuk meg a következő függvényt:

$$F(w) = \prod_{i=1}^n \frac{w_i + w}{w_i - w}, \quad (3)$$



1. ábra

ahol w_i lehet akár valós, akár komplex. (Az utóbbi esetben a konjugált párja is szerepel a szorzatban.)

(3)-ból látszik, hogy a képzetes tengely mentén $F(w)$ abszolút értéke egységnyi

$$|F(j\eta)| = 1, \quad (4)$$

tehát igaz a következő:

$$F(j\eta) = e^{j f(\eta)}. \quad (5)$$

Szintén (3) alapján a fázisfüggvény megfelelő átalakítások után:

$$f(\eta) = 2 \sum_{i=1}^n \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\eta - \eta_i}{\xi_i} \right), \quad (6)$$

ahol $\xi_i = \operatorname{Re}(w_i)$, $\eta_i = \operatorname{Im}(w_i)$.

Ebből az $F(j\eta)$ komplex függvényből már könnyen előállíthatunk egy olyan valóst, amely a $j\eta$ tengely mentén 0 és 1 között egyenletesen fog ingadozni, ugyanis megfelelő trigonometrikus azonosság felhasználásával:

$$T_n(j\eta)T_n(-j\eta) = \frac{1}{4} [F(j\eta) + 1][F(-j\eta) + 1] = \cos^2 \left(\frac{f(\eta)}{2} \right). \quad (7)$$

Végül (7)-et analitikusan folytatva a w -síkon eljutunk a kívánt tulajdonságú valós, racionális függvényhez:

$$|T_n(w)|^2 = T_n(w)T_n(-w) = \frac{\left[\prod_{i=1}^n (w_i + w) + \prod_{i=1}^n (w_i - w) \right]^2}{4 \prod_{i=1}^n (w_i + w)(w_i - w)}. \quad (8)$$

Ezután egy olyan alkalmas transzformációt kell keresnünk, amely a specifikált áteresztősávtól z -ből a w -sík imaginárius tengelyébe viszi. A megfelelő komplex leképzés

$$w^2 = \frac{z^2 - 2z \cos \varphi_{H2} + 1}{z^2 - 2z \cos \varphi_{H1} + 1} \quad (9)$$

alakú, ahol φ_{H1} az alsó, míg φ_{H2} a felső áteresztősávi határfrekvencia. Ez könnyen igazolható, ugyanis a $z = e^{j\varphi}$ helyettesítéssel

$$w^2 = \frac{e^{j\varphi} - 2 \cos \varphi_{H2} + e^{-j\varphi}}{e^{j\varphi} - 2 \cos \varphi_{H1} + e^{-j\varphi}} = \frac{\cos \varphi - \cos \varphi_{H2}}{\cos \varphi - \cos \varphi_{H1}}, \quad (10)$$

illetve a

$$w = \xi + j\eta = \sqrt{\frac{\cos \varphi - \cos \varphi_{H2}}{\cos \varphi - \cos \varphi_{H1}}} \quad (11)$$

alakot kapjuk.

Ebből az egyenletből látszik, hogy $\varphi_{H1} < \varphi < \varphi_{H2}$ esetén a gyök alatti mennyiség negatív, tehát w tisztán komplex; $\varphi \rightarrow \varphi_{H1}$ esetén $w = j\eta \rightarrow \infty$, míg $\varphi = \varphi_{H2}$ feltétel mellett $w = 0$.

Ha φ kívül esik az áteresztősávon, akkor a (11) kifejezés tisztán valós lesz. A zárósávok transzformálódása egy általános sáváteresztő esetet vizsgálva:

$$\varphi_{S2} \leq \varphi \leq \pi \leftrightarrow \sqrt{\frac{\cos \varphi_{S2} - \cos \varphi_{H2}}{\cos \varphi_{S2} - \cos \varphi_{H1}}} \leq \xi \leq \sqrt{\frac{1 + \cos \varphi_{H2}}{1 + \cos \varphi_{H1}}}, \quad (12)$$

$$0 \leq \varphi \leq \varphi_{S1} \leftrightarrow \sqrt{\frac{1 - \cos \varphi_{H2}}{1 - \cos \varphi_{H1}}} \leq \xi \leq \sqrt{\frac{\cos \varphi_{S2} - \cos \varphi_{H2}}{\cos \varphi_{S2} - \cos \varphi_{H1}}}. \quad (13)$$

Ez alapján $\varphi_{S1}=0$ esetén aluláteresztő, míg $\varphi_{S2}=\pi$ megfeleltetéssel feluláteresztő szűrőt kapunk. A sávzáró szűrő esete bonyolultabb, így ezzel itt nem foglalkozunk. (9) alapján továbbá az is belátható, hogy a z -síkon levő egységkör belseje a w -tartomány nyitott jobb oldalára kerül. A leképzést a 2. ábra szemlélteti.

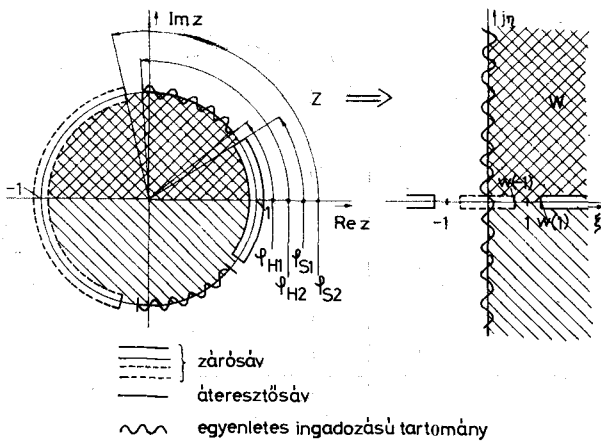
A következő lépésünk az approximáció alapját képező $H(w)$ transzfer függvény megkonstruálása lesz. Előbb azonban a már meghatározott $T_n(w)T_n(-w)$ függvényt kell egy kicsit módosítanunk. Ennek az az oka, hogy a jó szelektivitás érdekében a z -tartománybeli zérusok az egységkörön helyezkednek el, és konjugált komplex párokat alkotnak. Így – mivel a zárótartománybeli egységkörívек a ξ tengelyre kerülnek – a w -síkon ezeknek dupla, valós w_{oi} gyökök felelnek meg. Ennek megfelelően a Csebisev-féle racionális függvényt a következő alakban írhatjuk:

$$T_n(w)T_n(-w) = \frac{\left[\prod_{i=1}^n (w_{oi} + w)^2 + \prod_{i=1}^n (w_{oi} - w)^2 \right]^2}{4 \prod_{i=1}^n (w_{oi}^2 - w^2)^2}, \quad (14)$$

ahol w_{oi} jelöli a transzformált dupla zérusokat.

A w -síkbeli transzfer függvény a w_{oi} csillapításpólusokkal és R_p [dB] ingadozással az áteresztőségben (2) alapján

$$|H(w)|^2 = H(w)H(-w) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 T_n(w)T_n(-w)}, \quad (15)$$



2. ábra

ahol $\varepsilon^2 = \text{num lg} \left(\frac{R_p}{10} \right) - 1$.

Ezt kezelhetőbb formára hozhatjuk az $A(w)$ és a $B(w)$ páros polinomok bevezetésével:

$$A(w) = \frac{1}{2} \left[\prod_{i=1}^n (w_{oi} + w)^2 + \prod_{i=1}^n (w_{oi} - w)^2 \right] \quad (16)$$

$$wB(w) = \frac{1}{2} \left[\prod_{i=1}^n (w_{oi} + w)^2 - \prod_{i=1}^n (w_{oi} - w)^2 \right]. \quad (17)$$

(14)-et (15)-be behelyettesítve, és a lehetséges egyszerűsítéseket elvégezve kapjuk:

$$H(w)H(-w) = \frac{A^2(w) - w^2 B^2(w)}{(1 + \varepsilon^2)A^2(w) - w^2 B^2(w)}, \quad (18)$$

melyből a stabil, jobb oldali gyökökkel rendelkező transzfer függvény (1. a leképzést szemléltető 2. ábrát):

$$H(w) = \frac{A(w) - wB(w)}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 A(w) - wB(w)}}. \quad (19)$$

A számítások szempontjából előnyös, hogy a nevező gyökei jobban szeparáltak a z -tartományban levő megfelelőikhez képest – mivel az egységkör belseje a teljes jobb félsíkra kerül (2. ábra), – így a visszatranszformálás előtt ezeket itt megfelelő pontossággal megkereshetjük.

A (19) alapján az approximálandó csillapításkarakterisztika (az amplitúdó-karakterisztika reciprokaként):

$$\alpha_{dB}(\xi) = -20 \lg |H(w)|_{w=\xi} = -20 \lg \left\{ i + \frac{\varepsilon^2}{4} \left[\prod_{i=1}^n \left(\frac{w_{oi} + w}{w_{oi} - w} \right) + \prod_{i=1}^n \left(\frac{w_{oi} - w}{w_{oi} + w} \right) \right]^2 \right\}_{w=\xi}, \quad (20)$$

ami közelítőleg, egyszerűbb formában:

$$\alpha_{dB}(\xi) \cong 20 \lg \left(\frac{\varepsilon}{2} \right) + \sum_{i=1}^n 20 \lg \left| \frac{w_{oi} + w}{w_{oi} - w} \right|_{w=\xi}. \quad (21)$$

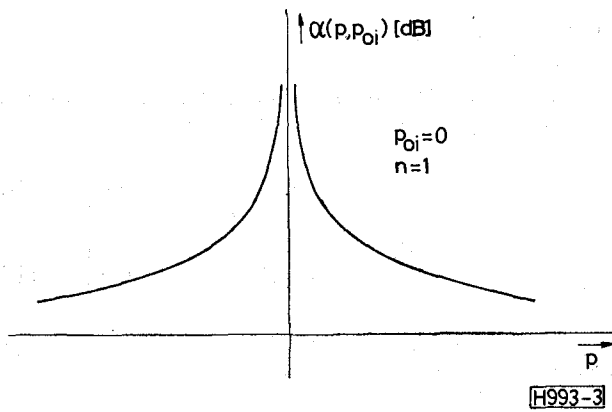
(Ha a specifikált csillapítás nagyobb, mint 20 dB, akkor a közelítésnél elkövetett hiba kisebb 1%-nál [3].)

Ezek után rátérhetünk az optimalizálási eljárásra, mellyel a w_{oi} transzformált csillapításpólusokat határozzuk meg. Az algoritmus lényegében a legjobb csebisevi approximáció megkeresésére alkalmas Remez-féle kicserélési módszer, amelyet itt megfelelően átalakított formában használunk. A számításokhoz célszerű a (21) egyenletet tovább alakítani. A kezelhetőbb szemléletes formát a

$$p = \ln(w) \\ p_{oi} = \ln(w_{oi}) \quad (22)$$

transzformációval érhetjük el, ugyanis ekkor a (21) alakja:

$$\alpha(p, p_{oi}) = 20 \lg \left(\frac{\varepsilon}{2} \right) + \sum_{i=1}^n 20 \lg \left| \text{cth} \left(\frac{p - p_{oi}}{2} \right) \right| \text{ dB}, \quad (23)$$



3. ábra

tehát az eredő csillapítás a 3. ábrán szemléltetett p -tartománybeli csillapításpólusok összegeként jelentkezik.

Egy ilyen pólus a z -síkon két konjugált komplex gyökpárként jelentkezik (esetleg lehet dupla valós is). Így n végső soron a realizációhoz kaszkádba kapcsolt másodfokú alaptagok számát jelenti. Az optimumszámítás első lépése tehát a z (pontosabban a φ) síkbeli csillapításkövetelmény p -tartományba transzformálása a (11) egyenlet felhasználásával. Az így kapott lépcsős függvényt nevezzük $\alpha_s(p)$ -nek.

Ezután következik a szükséges n érték meghatározása és ez alapján egy kezdő p_{0i} $i=1, 2, \dots, n$ elrendezés felvétele oly módon, hogy a

$$e(p) = \alpha(p, p_{0i}) - \alpha_s(p) \quad (24)$$

hibafüggvény pozitív vagy legfeljebb 0 legyen, hiszen az aktuális csillapításnak az előírtnál nagyobbak kell lennie (vagy esetleg ezzel egyenlő is lehet). Így n darab p_{0i} pólus esetén $e(p)$ -nek legfeljebb $n+1$ darab minimuma lesz; ezeket jelöljük p_j -vel, $j=1, 2, \dots, n+1$ (4. ábra).

A következő lépés az, hogy ezekhez a p_j , $j=1, \dots, n+1$ helyekhez kiszámítjuk azt az új p_{0i} $i=1, \dots, n$ elrendezést, mely mellett a p_j helyeken az approximáló $\alpha(p, p_{0i})$ függvény egyenlő d távolságra lesz az előírt $\alpha_s(p)$ csillapítástól (a 4. ábrán $e_1=e_2=e_3=d$ legyen), azaz a következő nemlineáris egyenletrendszert kell megoldani:

$$\alpha(p_j, p_{0i}) - \alpha_s(p_j) = d; \quad j=1, \dots, (n+1), \quad (25)$$

ahol $n+1$ ismeretlenünk van: n darab p_{0i} és a d távolság.

Az egyenletrendszer megoldásához felhasználhatjuk például Newton-Raphson több változóra általánosított módszerét, s így a következő linearizált rendszerhez jutunk:

$$\frac{\partial \alpha(p_j, p_{0i})}{\partial p_{01}} \delta p_{01} + \dots + \frac{\partial \alpha(p_j, p_{0i})}{\partial p_{0n}} \delta p_{0n} - \delta d = -[\alpha(p_j, p_{0i}) - \alpha_s(p_j) - d]; \quad j=1, \dots, (n+1), \quad (26)$$

ahol

$$\frac{\partial \alpha(p_j, p_{0i})}{\partial p_{0i}} = -\frac{20}{\ln 10} \frac{1}{\text{sh}(p_j - p_{0i})}. \quad (27)$$

Ezt iteratíván (a deriváltak állandó újraszámításával) addig oldjuk meg — például a teljes főelemkiválasztásos Gauss-elimináció segítségével — míg a δp_{0i} és a δd korrekciók az előírt hibahatároknál kisebbek nem lesznek.

A módszer konvergencia-tulajdonságairól általában nehéz bármit is mondani, mivel az elégséges feltétel nem teljesül [4]; a tapasztalatok szerint jelen esetben gyorsan „megtalálja” a megoldást ($\epsilon_{p_{0i}} = 10^{-8}$, $\epsilon_d = 10^{-2}$ mellett általában maximum 10 iteratív ciklus szükséges). A kezdeti érték felvételénél szükséges $e(p) \geq 0$ (az összes p -re) betartása a zárósáv(ok)ban, különben az eljárás divergenssé válik.

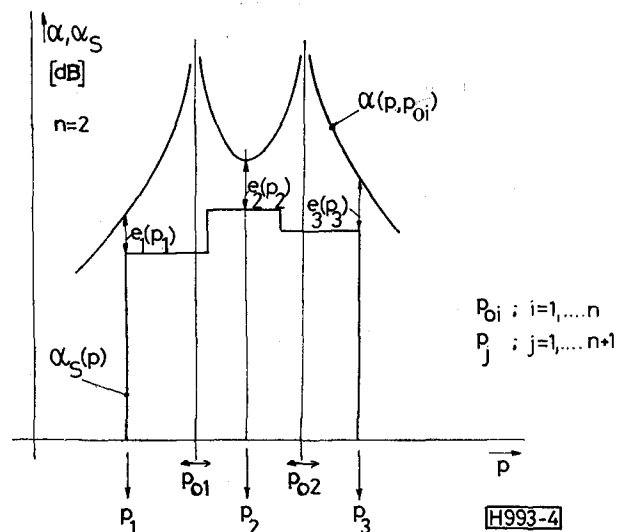
A Remez-módszer végső lépése ezután az, hogy a most kapott új p_{0i} $i=1, \dots, n$ halmaz felhasználásával megkeressük $e(p)$ új p_j $j=1, \dots, (n+1)$ minimumhelyeit, és ezzel megismételjük az egész fenti eljárást. Ezt addig folytatjuk, amíg a p_j minimumhelyek megváltozása az előző állapothoz képest egy előírt hibánál kisebb mértékű nem lesz (a jelenlegi programban $\epsilon_{p_j} = 10^{-3}$, és ekkor általában 3–5 „Remez-ciklus” szükséges). Az eljárás során természetesen ügyelnünk kell arra, hogy a p_{0i} -k közül egy se „léphessen ki” a zárósáv(ok)nak megfelelő terület(ek)ből; ez alól csak a sávszűrő esete a kivétel (1. később). Az algoritmus egy lehetséges állapotát szintén a 4. ábra mutatja, aluláteresztő jellegű zárósáv specifikációra.

Az így meghatározott $\{p_{0i}\}$ halmaz biztosítja, hogy a zárósáv a korábban leírt módon optimális lesz.

A tervezés következő lépése a (19) egyenlet nevező-gyökeinek meghatározása (ez jelen esetben Bairstow módszerével történik [4]). Végül a w -tartománybeli zérusok (ezek a (16) és a (17) alapján megegyeznek a $w_{0i} = e^{p_{0i}}$ inverz $p \rightarrow w$ transzformációval kapott értékekkel), illetve az imént kapott pólusok visszatranszformálása következik a z -tartományba a (9) inverzének felhasználásával:

$$z = w_s \pm \sqrt{w_s^2 - 1}, \quad (28)$$

ahol



4. ábra

$$w_s = \frac{w^2 \cos \varphi_{H1} - \cos \varphi_{H2}}{w^2 - 1}$$

Az eredmény tehát egy z -tartománybeli póluszús kép, mely alapján például a kaszkád szintézis már könnyen elvégezhető.

A módszernek a tapasztalatok szerint több kritikus lépése van. Ilyen például a szükséges n értékének megbecslése.

A [3] irodalom tesz egy javaslatot erre vonatkozóan, és az $\alpha(p, p_{0i})$, illetve az $\alpha_s(p)$ függvények görbe alatti területét veszi alapul. Eszerint $\alpha(p, p_{0i})$ területe a zárótartományban legyen nagyobb (esetleg egyenlő) $\alpha_s(p)$ területénél.

Matematikailag:

$$n \int_0^{\Delta p} 20 \lg \left| \operatorname{cth} \left(\frac{p}{2} \right) \right| dp \geq \int_{p_a}^{p_b} \alpha_s(p) dp, \quad (29)$$

ahol $\Delta p = p_b - p_a$, p_a a p -tartománybeli alsó, p_b pedig a felső transzformált zárósávhatár. (Sávszűrő esetén ezt mindkét sávra külön-külön el kell végezni; az összeg adja a szükséges n értéket.)

A bal oldali integrált sorba fejtve megfelelő pontossággal kapjuk a becslő-képletet:

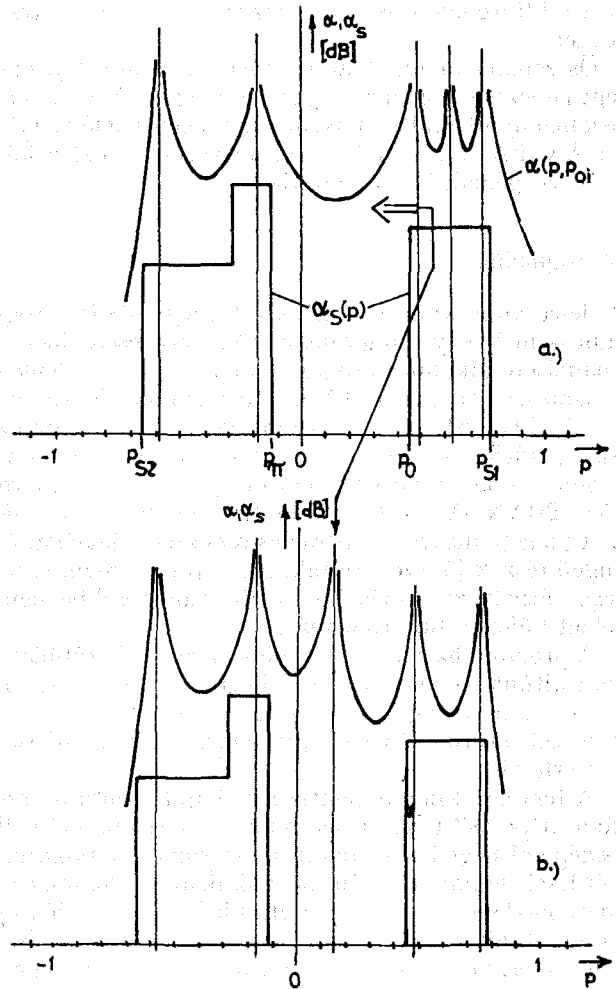
$$n \geq \frac{\int_{p_a}^{p_b} \alpha_s(p) dp}{\ln 10 \left(\frac{\pi^2}{8} - e^{-\Delta p} - \frac{e^{-3\Delta p}}{9} - \frac{e^{-5\Delta p}}{25} \right)}. \quad (30)$$

Azonban ez a képlet nem mindig ad jó eredményt; általában csak viszonylag „telített”, nem túl kiugró „lépcsőket” tartalmazó specifikációk esetén fogadható el az így kapott becslés. „Telített” (kevés és alacsony „lépcsők”, viszonylag nagy csillapításigény (~50 dB) előírásoknál többnyire fölé, míg ha keskeny, nagy „lépcső” is van a specifikációban, akkor általában alul becsüli az optimális fokszámot. Így a program jelen állapotában egy interaktív fokszámmodosítási lehetőséget is tartalmaz, amelyet a kapott eredmények alapján elvégezhetünk.

További probléma a teljes zárósávban pozitív $e(p)$ hibafüggvényt biztosító inicializálás elvégzése. A [3]-ban ajánlott algoritmus (sáváteresztőnél sávonként végezzük, n ekkor a sávonként kapott becslött érték):

$$\begin{aligned} p_{01} &= p_a + 0,05\Delta p, \\ &\vdots \\ p_{0i} &= p_a + \frac{\Delta p}{n} i, \quad i = 2, \dots, (n-1), \\ &\vdots \\ p_{0n} &= p_a + 0,95\Delta p. \end{aligned} \quad (31)$$

Ez főleg a kiugró, keskeny „lépcsőket” tartalmazó specifikációk esetén eredményez kezdésnek negatív hibafüggvény értéket. A hibás kezdeti elrendezést a program által nyújtott megfelelő információk alapján szintén interaktívan módosíthatjuk. Ez azonban – sajnos – kissé nehézkes teszi a program használatát; az esetleges továbbfejlesztés során ezt feltétlenül ki kell küszöbölni.



H993-5

5. ábra

Kis nehézség adódik még a sávszűrő tervezése folyamán. Ebben az esetben egy p_{0i} csillapításpólus „jelenléte” megengedett a két zárótartományok megfelelő terület között is, ellentétben az analóg szűrők tervezése esetén alkalmazható hasonló eljárással [1, 5]. (Ez a p_{0i} csillapításpólus a z -tartományban dupla valós zérusként jelenik meg.) Ezt a lehetséges sávszűrő tervezési állapotot az 5/b. ábra mutatja.

A jelenlegi inicializáló algoritmus kezdőértéknek nem helyez pólust a két tartomány közé, s így elindítva a Remez-eljárást a két zárósávra általában különböző optimumokat kapunk. Ezért van lehetőség egy interaktív beavatkozásra, melynek segítségével a felhasználó maga „vihet be” egy pólust annak a zárótartományok rovására, ahol a túlméretezés láthatóan nagyobb. (Persze a program a változtatás közben „ügyel” arra, hogy negatív $e(p)$ ne maradjon meg a Remez-algoritmus elindítása előtt.) A „bevittelt” az 5. ábra szemlélteti.

Végül megemlítjük, hogy az $e(p)$ minimumhelyeinek meghatározására nem magától értetődő analitikus feladat; a programban erre az ún. Fibonacci-féle kereső algoritmust használjuk, amely meglehetősen előnyös a gyorsaság szempontjából. A terjedlem korlátai miatt ezt itt nem ismertetjük, többek kö-

zött a [3] irodalom is tartalmazza kielégítő részletességgel.

Osszefoglalva tehát az eljárást, az említett jelenlegi nehézségek ellenére gyors és megfelelő módszernek bizonyult az általános zárósávi specifikációval előírt AA, FA és SA IIR szűrők tervezésére; ezt a következő példák is érzékeltetik.

Mintapéldák

A leírt approximációs módszert megvalósító program — mely egy, a digitális szűrők tervezésére, illetve analizésére alkalmas programcsomag része — jelenleg az Országos Tervhivatal Számítástechnikai Központjának ICL System 4—70 számítógépén futtatható az MJ operációs rendszer segítségével. Maga a programcsomag — így a most kiemelt program is — standard FORTRAN IV nyelven íródott és moduláris felépítésű; a gép, illetve az operációs rendszer sajátosságaitól függő részek jól szeparáltak, így a programnak esetleges áthelyezése más interaktív rendszerekbe nem jelent különösebb problémát.

A program használata — mint az már a korábbiakban kitűnt — párbeszédessé jellegű, a futtatás során a programcsomag egyéb szolgáltatásai (pl. a megtervezett szűrő frekvencia-, fázismenetének analizise) is elérhetők.

A tervezés kiindulópontja a csillapításkarakterisztika „lépcsős” toleranciasémája, így elsőként ezt kell begépelni megfelelő sorrendben és formában a program kérdései alapján. Ezután elkezdődik az approximáció, mely közben — a program által kiírt információk és kérdések alapján — lehetőség van a korábban részletezett esetleges módosítások, beavatkozások végrehajtására. A tervezés végeredménye az ideálisnak feltetelezett (gyakorlatilag végtelen szóhosszúságú) szűrő z-tartománybeli pólus-zérus képe, illetve a másodfokú alaptagokra épülő kaskád realizáció együtthatói.

A továbbiakban két mintapéldán keresztül mutatjuk be a tervező program lehetőségeit.

Elsőként tekintsük az alábbi aszimmetrikus sávszűrő specifikációt [3]:

áteresztősáv:

$$\varphi_{nH1}=0,3, \quad \varphi_{nH2}=0,6$$

$$R_p=1 \text{ dB}$$

zárósávok:

$$0 \leq \varphi_n \leq 0,2 = \varphi_{nS1} : \alpha_s(\varphi_n) = 60 \text{ dB}$$

$$\varphi_{nS2}=0,7 \leq \varphi_n \leq 1,0 : \alpha_s(\varphi_n) = 60 \text{ dB}$$

Az optimalizáció után kapott z-tartománybeli pólus-zérus kép a következő:

Zérusok:

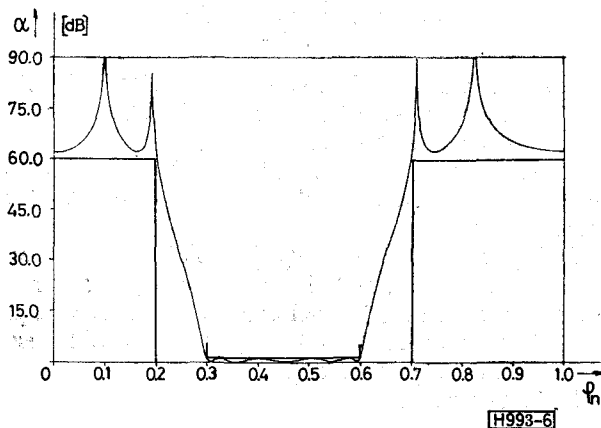
$$z_{z1} = -0,112445 \quad (\text{dupla})$$

$$z_{z2} = -0,611466 \pm j0,791270$$

$$z_{z3} = -0,850408 \pm j0,526124$$

$$z_{z4} = 0,824821 \pm j0,565394$$

$$z_{z5} = 0,951348 \pm j0,308118$$



6. ábra

Pólusok:

$$z_{p1} = -0,296752 \pm j0,921435$$

$$z_{p2} = -0,145099 \pm j0,887690$$

$$z_{p3} = 0,126594 \pm j0,847019$$

$$z_{p4} = 0,404381 \pm j0,798395$$

$$z_{p5} = 0,566144 \pm j0,783578$$

Az ideális szűrő csillapításkarakterisztikáját a 6. ábra mutatja. Az ábrán jól látható, hogy az adott foksám mellett kedvező eredményt kaptunk; a zárósávi túlméretezés kb. 2 dB-es, ami megfelelő értéknek tekinthető. A feladat végrehajtása az említett gépen kb. 8,4 s CPU időt vett igénybe.

A második példaként tervezzük meg a következő aluláteresztő szűrőt:

áteresztősáv:

$$\varphi_{nH1}=0 \quad \varphi_{nH2}=0,5$$

$$R_p=0,2 \text{ dB}$$

zárósáv:

$$0,55 \leq \varphi_n \leq 0,6 : \alpha_s(\varphi_n) = 45 \text{ dB}$$

$$0,6 \leq \varphi_n < 0,9 : \alpha_s(\varphi_n) = 60 \text{ dB}$$

$$0,9 \leq \varphi_n \leq 1,0 : \alpha_s(\varphi_n) = 50 \text{ dB}$$

Az approximáció eredménye a z-síkon:

Zérusok:

$$z_{z1} = -0,169304 \pm j0,985564$$

$$z_{z2} = -0,345777 \pm j0,938316$$

$$z_{z3} = -0,559164 \pm j0,829057$$

$$z_{z4} = -0,883135 \pm j0,469118$$

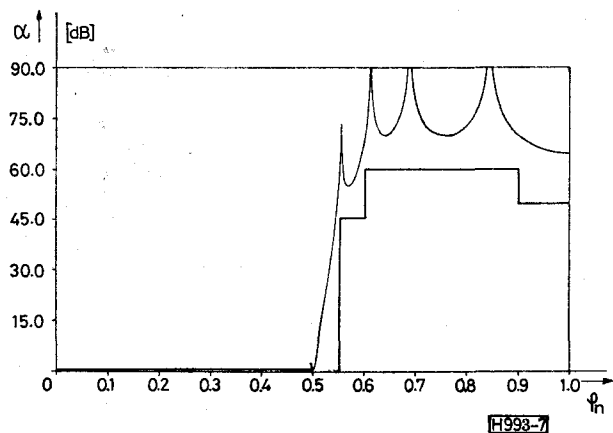
Pólusok:

$$z_{p1} = -0,115856 \pm j0,972177$$

$$z_{p2} = 0,587650 \pm j0,891441$$

$$z_{p3} = 0,2199720 \pm j0,705701$$

$$z_{p4} = 0,415438 \pm j0,291773$$



7. ábra

A kapott csillapításkarakterisztika a 7. ábrán látható. Itt kissé kedvezőtlenebb eredményt kaptunk, mint az előző példa esetében: a zárósávi túlméretezés mintegy 9 dB-es, 8-ad fokú közelítés mellett. A tervezéshez felhasznált CPU idő kb. 1,4 s volt.

Végül a teljesség kedvéért közöljük az utóbbi szűrő kaskád realizációjához szükséges együtthatókat. Ekkor az átviteli függvény a következő alakban írható:

$$H(z) = K_0 \prod_{i=1}^n \frac{z^2 + A_i z + B_i}{z^2 + C_i z + D_i} \quad (K_0 > 0). \quad (32)$$

Jelen esetben ($n=4$):

$$K_0 = 0,206535 \cdot 10^{-1}$$

$$A_1 = 0,338608 \quad B_1 = 1,0$$

$$C_1 = 0,231712 \cdot 10^{-1} \quad D_1 = 0,945263$$

$$A_2 = 0,691555 \quad B_2 = 1,0$$

$$C_2 = 0,117530 \quad D_2 = 0,798120$$

$$A_3 = 1,118328$$

$$B_3 = 1,0$$

$$C_3 = -0,439944$$

$$D_3 = 0,546402$$

$$A_4 = 1,766271$$

$$B_4 = 1,0$$

$$C_4 = -0,830875$$

$$D_4 = 0,257720$$

Összefoglalás

A cikkben egy olyan tervezési módszert mutattunk be, melynek segítségével viszonylag általános csillapítás-specifikációjú rekurzív digitális szűrők tervezhetők. Az elmélet részletezése közben felhívtuk a figyelmet a gyakorlati használat során felmerült nehézségekre. Ezek jelenlegi megoldása jórészt ideiglenesnek tekinthető, a problémák mélyebb matematikai vizsgálata további feladat.

Az elmélet alapján megírt program használhatóságát mintapéldák segítségével mutattuk be, melyekből kitűnt, hogy ilyen módon a gyakorlat számára megfelelő szűrők tervezhetők, továbbá az, hogy a módszer bonyolultsága ellenére viszonylag gyorsan ez újabb indok a továbbfejlesztés folytatására.

I R O D A L O M

- [1] H. J. Orchard and G. C. Temes: „Filter design using transformed variables” IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-15, pp. 385–407, Dec.
- [2] G. C. Temes and M. Gyi: „Design of filters with arbitrary passband and Chebyshev stopband attenuation” IEEE Internat'l Conv. Rec., pt. 5, pp. 2–12, March 1967.
- [3] A. Deczky: „Computer aided synthesis of digital filters in the frequency domain” ScD. Thesis, Swiss Federal Institute of Technology, Zürich, Switzerland, 1973.
- [4] A. Ralison: „Bevezetés a numerikus analízisbe” Műszaki Könyvkiadó, 1969.
- [5] R. W. Daniels: „Approximation methods for electronic filter design” McGraw-Hill, Inc., 1974.

ORGTECHNIK HUNGÁRIA BUDAPEST '84

A Szervezési és Vezetési Tudományos Társaság soron következő „Szervezéstechnikai egykötök és alkalmazásuk” elnevezésű (konferenciával egybekötött) szakkiállítás

1984. november 13–17. között

a Budapest Sportszernokban

kerül megrendezésre. Látogatási idő naponta 10–18 óráig (13-án, kedden 12–18 óráig).

A kiállítás megtekintése díjtalan.