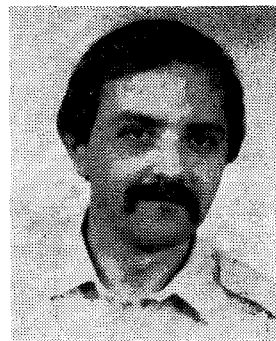


# SC áramkörök analízise

TÓTH LÁSZLÓ

Távközlési Kutató Intézet



## ÖSSZEFOGLALÁS

Az ismertetett módszer segítségével ideális kapcsolókat, kondenzátorokat és műveleti erősítőket tartalmazó SC áramkörök analízise végezhető el. A fázisok számára, az órajelek kitélési tényezőire nincs megkötés. Az egyes fázisokra jellemző mátrixok, ill. konstansok az áramkör topológiájának, a kapacitások értékeinek, valamint a kapcsolókat vezérlő órajeleknek az ismeretében viszonylag könnyen generálhatók. Ezek segítségével az átviteli karakterisztikákat zárt formulákkal számíthatjuk. Az eljárás különösen hatékony a sokfázisú „many phase” SC áramkörök analízisére, mivel frekvenciapontonként — a fázisok számától függetlenül — csupán egyetlen mátrix-invertálásra van szükség. Az elvi megfontolások összegzése után a számítási eljárást mintapéldán mutatjuk be.

## Bevezetés

Napjainkban az áramkörtervezők egyre nagyobb fokú integráltságra és áramkörsűrűség elérésére törekednek. Az integrált áramköri technológiában az egyre nagyobb fokú „miniaturizálásnak” határt szab az ellenállások pontos, kisméretű és környezeti hatásoktól független realizálása.

A probléma megoldásának egyik módja az, hogy kondenzátorok és kapcsolók segítségével olyan áramköröket hoznak létre, amelyek már nem tartalmaznak ellenállást. Kissé pongyola megfogalmazással úgy is mondhatnánk, hogy kapcsolók és kondenzátorok segítségével végzik el az ellenállások szimulációját.

A csupán kondenzátorokkal, órajelekkel vezérelt kapcsolókat és aktív elemeket (általában műveleti erősítőket) tartalmazó áramköröket kapcsoló kapacitású, vagy angol nevének rövidítése után SC (Switched Capacitor) áramköröknek nevezik.

Az SC áramkörök tervezése és analízise az 1970-es évek végén indult fejlődésnek. Ez a fejlődés azóta is szakadatlanul tart. A hálózatelméleti kutatások jelentős része ide koncentrálódik. A hazai elektronika is kellő időben kezdett el a témával foglalkozni. Az 1980-ig megjelent szintézis és analízis módszereket tömören foglalja össze [7]. Kellő technológiai háttér nélkül csupán diszkrét elemekből megépített áramkörök, ezen belül is elsősorban szűrők készültek (pl. [8]).

Ebben a cikkben egy — az eddig megjelent analízis módszerektől ([1], [2], [3], [4], [5], [6]) elviekben különböző olyan analízis eljárást ismertetünk, amely [3]-hoz hasonlóan zárt formulás végeredményeket ad, de ehhez képest — mint a későbbiekben majd konkrétan látni fogjuk — számítástechnikai előnyökkel rendelkezik. A továbbiakban Tsividis mintapéldáján [3] illusztrálva felvázoljuk a [9], illetve [10]-ben részletesen kifejlesztett megfontolásokat.

Beérkezett: 1984. III. 20. (□)

## TÓTH LÁSZLÓ

1982-ben végezte el a Budapesti Műszaki Egyetem Villamosmérnöki Karán a híradástechnikai szak mikrohumán ágazatát. Azóta a Távközlési Kutató Intézet dolgozója. Az SC áramkörök analízisével 1981-től foglalkozik. 1981-ben a kapcsolt kapacitású szűrők matema-

tikai leírását összefoglaló TDK dolgozatával megnyerte a Híradástechnikai Tudományos Egyesület különdíját, majd 1982-ben diplomatervével a Diplomaterv pályázaton nyert első díjat. A TKI-ban megrendezett Alkotó ifjúság pályázaton „SC áramkörök analízise” című pályamunkájával ugyancsak első díjat nyert.

## 1. Az alapfogalmak definiálása

Legyenek az SC áramkör építőelemei, azaz a

- kapcsolók,
- kondenzátorok,
- műveleti erősítők ideálisak.

A kapcsolókat periodikus impulzussorozatok, ún. „órajelek” vezérlik. Ennek következtében addig az időtartamig, amíg a hálózatban szereplő kapcsolók nyugalomban (statikusan nyitott, illetve zárt helyzetben) vannak, homogén, nem energiamentes kapacitív hálózattal állunk szemben. Ha az áramkörben akár egyetlen kapcsoló is állapotot vált, az azt eredményezi, hogy azon két csomópont között, ahol eddig szakadás volt, most rövidzár lesz (ill. fordítva). Ez pedig az áramkör gráfjának a megváltozását jelenti. Egy működő SC hálózat tehát egy időben szakaszosan változó gráffal jellemezhető. Ezeket az egymástól megkülönböztetett gráfokat nevezik állapotoknak, vagy divatosabb neve szerint fázisoknak. Az egyes fázisok időtartama, egymás utáni sorrendjük, illetve az állapotok száma a kapcsolókat vezérlő órajelek ismeretében egyértelműen meghatározott. Vezessük tehát be az alábbi jelöléseket:

$N$ : Fázisok száma,

$T$ : Kapcsolási periódusidő, amely szerint az egyes állapotok periodikusan következnek egymás után. Vagyis bármely  $t$  időpillanatot tekintve a  $t + nT$  időpillanatokban ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ ) a hálózat ugyanabba az állapotba kerül.

$T_i$ : Az  $i$ -edik fázis időtartama ( $i = 1, 2, 3, \dots, N$ ).

$\tau_i$ : Az első, a második, ..., valamint az  $i$ -edik állapotok időtartama együttesen:

$$\tau_i = \sum_{m=0}^i T_m, \quad \text{ahol} \quad \tau_0 = T_0 = 0; \quad (\tau_N = T).$$

( $\tau_0$ -nak, ill.  $T_0$ -nak csak a formulázhatóság miatt van jelentősége.)

Az 1. ábrán egy  $N$ -fázisú SC áramkör topológiájának időben szakaszos változását szemléltettük a fentiekben bevezetett fogalmak segítségével.

## 2. Időtartománybeli analízis

Időtartománybeli leírás során az a feladatunk, hogy adott gerjesztés esetén a hálózat kimenetén meghatározzuk a gerjesztésre adott válaszijel időfüggvényét. Esetünkben a gerjesztést *ideális feszültséggenerátor* szolgáltatja. Mivel a vizsgált rendszerünk időben szakaszosan változó, az időtartománybeli jellemzést is külön-külön kell elvégezni azokra a részintervallumokra, amelyekben a kapcsolók  $T_i$  időtartamig nyugalomban vannak. Mivel a kapcsolási periódusidő bevezetésével a topológiára nézve egy alapvető periodicitást feltételeztünk, várhatóan a végeredmény is rekurziós jellegű fogólteni.

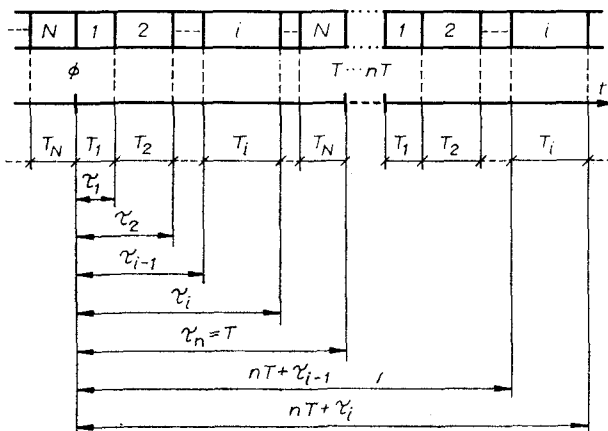
Szűkítsük tehát le vizsgálatainkat az  $nT + \tau_{i-1} < t \leq nT + \tau_i$  időintervallumra (lásd 1. ábra), ahol az SC áramkör egy homogén, nem energiamentes kapacitív hálózattal jellemezhető.

A szóban forgó időintervallumra jellemző hálózat várhatóan tartalmazni fog kondenzátorokból és feszültséggenerátorokból álló hurkot, így nem tekinthető regulárisnak. Ha azonban Kirchhoff csomóponti egyenlete helyett annak integrált alakját, az ún. töltésgyenletet használjuk, úgy az egyes ágak töltéseinek időfüggvénye állapotváltozónak tekinthető. Igazolható, hogy ebben az esetben az ágak töltéseinek időfüggvénye a generátorfeszültség és a töltések kezdeti értékeinek ismeretében egyértelműen meghatározható.

Az  $i$ -dik állapotot leíró egyenletek tehát az alábbiak:

$$\sum_k u_k(t) = \emptyset \quad (\text{huroktörvény}), \quad (1)$$

$$\sum_k q_k(t) = \sum_k q_k(nT + \tau_{i-1}) \quad (\text{töltésgyenlet}). \quad (2)$$



1. ábra. Az SC áramkörök időfüggő topológiájának, valamint az erre jellemző időintervallumok értelmezése

Kondenzátorok esetén az előjeles töltés arányos a kondenzátor feszültségével. Az arányossági tényező a kondenzátor kapacitása:

$$q(t) = C \cdot u(t). \quad (3)$$

Általános esetben fel kell venni az ismeretlenek közé a generátor, valamint a műveleti erősítők kimenetének a töltését is. Ez nem kívánatos, hiszen a számunkra értékes információt a kondenzátorfeszültségek hordozzák. A [9]-ben igazoltuk, hogy abban az esetben, ha a kapcsolásban egyetlen generátor szerepel úgy, hogy az egyik végpontja földponton van, akkor a fenti töltések kiszámítása nem szükséges. Ha tehát a töltésgyenletet csupán azokra a csomópontokra írjuk fel, amelyekhez nem csatlakozik generátorág, illetve műveleti erősítő kimenet, úgy (3)-t (2)-be lehet helyettesíteni:

$$\sum_k C_k \cdot u_k(t) = \sum_k C_k \cdot u_k(nT + \tau_{i-1}). \quad (4)$$

Vagyis (1) és (4) segítségével biztosan felírható annyi lineárisan független egyenlet, hogy bármely két csomópont között (természetesen egy gráfkomponensen belüli csomópontokról van szó) meghatározható a feszültség időfüggvénye.

Mivel a keresett feszültség-idő függvény a generátorfeszültség és a kondenzátor kezdeti feszültségeinek lineáris kombinációjával fejezhető ki — ez egyértelműen adódik (1) és (4) jellegéből —, végeredményben az alábbi állapotegyenletre jutunk:

$$nT + \tau_{i-1} < t < nT + \tau_i$$

esetén

$$y(t) = \alpha_i \cdot x(t) + \mathbf{A}_i^* \cdot \mathbf{n}_c(nT + \tau_{i-1}),$$

$$\mathbf{n}_c(t) = \alpha_i \cdot x(t) + \beta_i \cdot \mathbf{u}_c(nT + \tau_{i-1}), \quad (5)$$

ahol:  $i = 1, 2, 3, \dots, N$

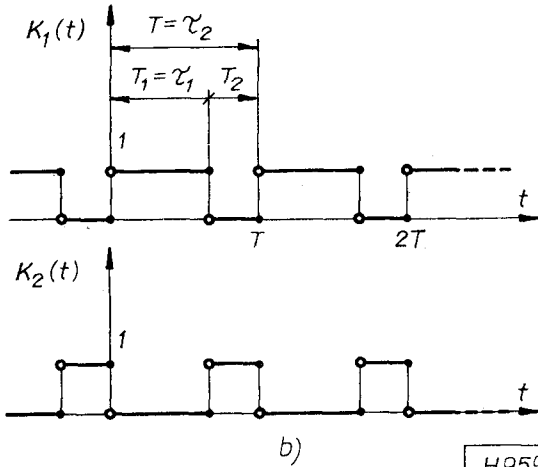
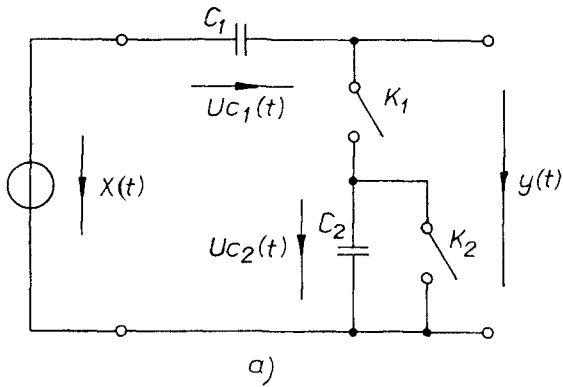
$$\mathbf{n} = \emptyset, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots,$$

(5)-ben  $x(t)$ -vel jelöltük a generátorfeszültséget,  $y(t)$ -vel a válaszijel,  $\mathbf{u}_c(t)$ -val pedig a kondenzátorok feszültségeinek vektorát. Az  $\mathbf{A}_i$  és  $\alpha_i$  vektorok a  $\beta_i$  mátrixok, ill. az  $\alpha_i$  konstansok az  $i$ -dik fázisra jellemző állandók („\*” a transzponálás műveletét jelenti). [10]-ben megmutattunk egy olyan algoritmust, amely segítségével ezen állandók az SC áramkör topológiájának és a kapacitások értékeinek ismeretében mátrix formában állíthatók elő.

## 3. Mintapélda az időtartományban

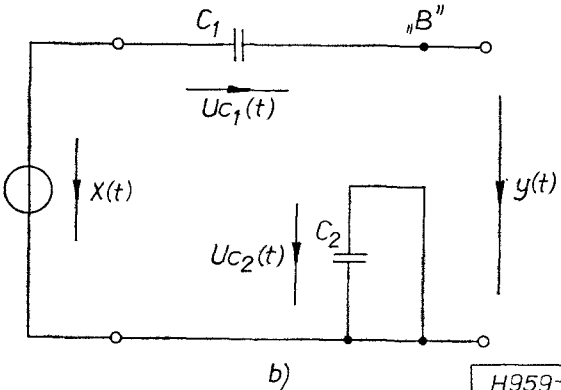
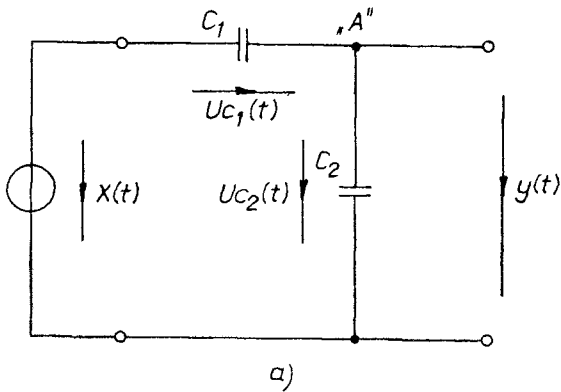
Az áramkör kapcsolási rajza a 2a ábrán, a kapcsolókat vezérlő (nem átlapolódó) órajelk pedig a 2b ábrán láthatók. Az egyes és kettős állapotra jellemző részhálózatok a 3a, illetve 3b ábrákon vannak feltüntetve, a kondenzátorok feszültségeinek eredeti mérőirányát megtartva. Az első állapotban (KI zárt és K2 pedig nyitott helyzetben van) az A csomópontra felírt töltésgyenlet és a hurokegyenletek az alábbiak:

$$\begin{aligned} -C_1 \cdot u_{c1}(t) + C_2 \cdot u_{c2}(t) &= -C_1 \cdot u_{c1}(nT) + C_2 \cdot u_{c2}(nT), \\ x(t) - u_{c2}(t) - u_{c1}(t) &= \emptyset, \\ u_{c2}(t) - y(t) &= \emptyset. \end{aligned} \quad (6)$$



H959-2

2. ábra. a) Tsividis mintapéldája, b) a kapcsolókat vezérlő órajel



H959-3

3. ábra. a) A mintapélda első állapota, b) a mintapélda második állapota

A második állapotban pedig a  $B$  csomópontra felírt töltésgyenlet és hurokegyenletek alapján:

$$\begin{aligned} -C_1 \cdot u_{c1}(t) &= -C_1 \cdot u_{c1}(nT + T_1), \\ x(t) - y(t) - u_{c1}(t) &= \emptyset, \\ u_{c2}(t) &= \emptyset, \end{aligned} \quad (7)$$

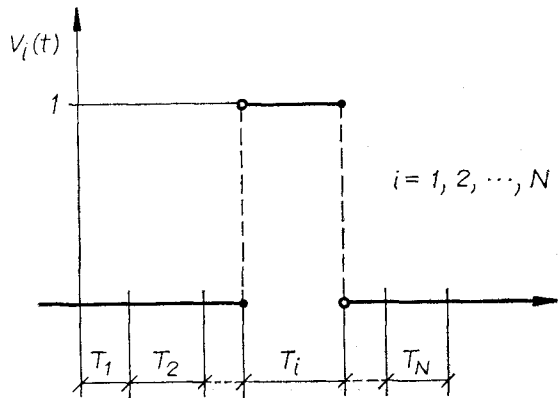
$d = \frac{c_2}{c_1 + c_2}$  bevezetésével (6) és (7) átrendezése után (5) alakra jutunk, ahol:

$$\begin{aligned} i &= 1, 2; \quad N = 2; \quad r_1 = T_1; \quad \tau_2 = T_1 + T_2 = T, \\ a_1 &= 1 - d; \quad a_2 = 1; \quad \mathbf{A}_1^* = [d - 1, d]; \quad \mathbf{A}_2^* = [-1, \emptyset], \\ \alpha_1^* &= [d, 1 - d]; \quad \alpha_2^* = [\emptyset, \emptyset], \end{aligned} \quad (8)$$

$$\beta_1 = \begin{bmatrix} 1 - d & -d \\ d - 1 & d \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \beta_2 = \begin{bmatrix} 1 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset \end{bmatrix}.$$

#### 4. Frekvenciatartománybeli analízis

Frekvenciatartományban való leírásról akkor beszélünk, ha az  $x(t)$  gerjesztés és az  $y(t)$  válaszjel  $\mathbf{X}(\omega)$  és  $\mathbf{Y}(\omega)$  Fourier-transzformáltjai között állapítunk meg kapcsolatot. (5) alapján láttuk, hogy a gerjesztés, valamint a hálózatra jellemző mátrixok segítségével a kimenet egyértelműen meghatározott. Mivel a Fourier-transzformáció kölcsönösen egyértelmű kapcsolatot teremt az időfüggvény és a spektruma között, megállapítható, hogy  $\mathbf{X}(\omega)$  és  $\mathbf{Y}(\omega)$  kapcsolata szintén definit. A hálózatelméletben szokásos módszer, hogy a kimenő feszültséget bizonyos speciális vizsgálófüggvényekre adott válaszjelek segítségével fejezzük ki. Mivel az SC áramkörök gráfja az  $t$ -edik fázisban  $T_i$  ideig nem változik meg, kézenfekvő a vizsgálójelet a 4. ábrának megfelelően definiálni. Nevezzük a rendszer  $v_i(t)$ -re adott válaszjelét  $w_i(t)$ -nek. Ennek Fourier-transzformáltját pedig jelöljük  $W_i(\omega)$ -val.



H959-4

4. ábra. A  $v_i(t)$  vizsgálójel értelmezése

Ennek felhasználásával [9]-ben az alábbi általános (igaz, hogy bonyolult, de zárt) formulát vezettük le:

$$Y(\omega) = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{1}{T} W_i(\omega) \cdot \exp(j\omega\tau_i) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp \cdot (-j2\pi n\tau_i/T) \cdot X(\omega - n2\pi/T) + a_i \frac{T_i}{T} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} (\exp(-j2\pi n[T_i/2 + \tau_{i-1}]/T) \cdot \text{sinc}(nT_i\pi/T) - \exp(j\omega T_i) \cdot \text{sinc}(\omega T_i/2) \cdot \exp(-j2\pi n\tau_i/T)) \cdot X(\omega - n2\pi/T) \right], \quad (9)$$

ahol:  $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$

Látható, hogy (9)-ben  $W_i(\omega)$ -n kívül szerepel még az (5)-ben bevezetett  $a_i$  is. Mivel a későbbiekben  $W_i(\omega)$ -t is az  $a_i$ ,  $A_i$ ,  $\alpha_i$  és  $\beta_i$  állandókkal fogjuk kifejezni, ettől a szépséghibától egy pillanatra tekintsünk el. (Ennél a pontnál szeretnénk megjegyezni, hogy a [3]-ban használt vizsgálójel szinuszos.)

## 5. Szűrőrealizálás SC áramkörrel

Lineáris és időinvariáns rendszereknél — mint ismeretes — a gerjesztés és a válaszjel spektrumainak kapcsolata az alábbi egyszerű formát ölti:

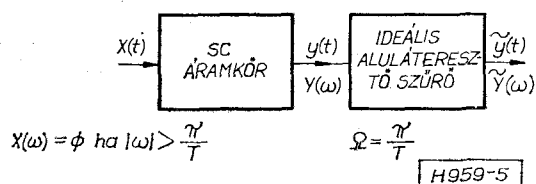
$$Y(\omega) = H(\omega) \cdot X(\omega), \quad (10)$$

ahol  $H(\omega)$  a rendszer átviteli karakterisztikája (a Dirac-impulzusra adott válaszjel időfüggvényének Fourier-transzformáltja).

Az SC áramkörök — noha lineárisak — időben variáns rendszerek. Ezt könnyű belátni, hiszen a kapcsolók olyan parametrikus ellenállásoknak is felfoghatók, amelyeknek ellenállása nulla és végtelen között változik. Időben változó paraméterű rendszereknél a gerjesztés és a válaszjel spektrumainak kapcsolata bonyolultabbá válik. Ez látható (9) és (10) összevetéséből is. Mivel a kapcsolt kapacitásokat tartalmazó áramkörökkel nagyrészt hagyományos RLC, ill. aktív RC hálózatokat — tehát lineáris és időinvariáns rendszereket — szeretnénk kiváltani, elvárjuk tőlük, hogy a frekvenciatartományban való jellemzésük is ezekéhez hasonló legyen. *Ehhez kiegészítő áramkörökre és a gerjesztésre tett megkötésekre van szükség.*

### 5.1. Átviteli karakterisztika értelmezése sávhatarolt bemenet esetén

A kapcsolás elrendezése az 5. ábrán látható. A gerjesztés tehát legyen sávhatarolt a  $\pi/T$  körfrekvenciáig, valamint kapcsoljunk az SC áramkör kimenetére egy olyan ideális aluláteresztő szűrőt, amelynek vágási körfrekvenciája (ezt  $\Omega$ -val jelöltük) ugyancsak  $\pi/T$ .



5. ábra. Átviteli karakterisztika értelmezése folytonos bemenet esetén

A szűrő kimenetén megjelenő  $Y(\omega)$  a sávhatarolt gerjesztés miatt (9)-ben megfelel az  $n=0$  esetnek. Elvégezve a helyettesítést, az alábbi eredmény adódik:

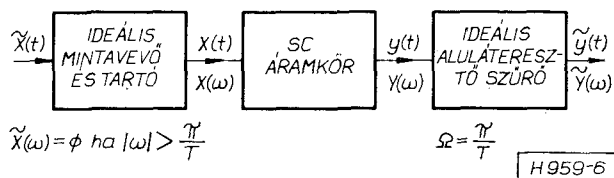
$$\tilde{Y}(\omega) = \left[ \frac{1}{T} \cdot \sum_{i=1}^N (W_i(\omega) \exp(j\omega\tau_i) + a_i T_i [1 - \exp(j\omega T_i/2) \cdot \text{sinc}(\omega T_i/2)]) \right] X(\omega), \quad (11)$$

vagyis  $Y(\omega)$  és  $X(\omega)$  kapcsolata megfelel a (10) összefüggésnek. Értelme van tehát átviteli karakterisztikáról beszélni. Ha ezt a  $H_f(\omega)$ -val jelöljük, úgy (11) alapján a következőképpen fejezhető ki:

$$H_f(\omega) = \frac{1}{T} \cdot \sum_{i=1}^N (W_i(\omega) \cdot \exp(j\omega\tau_i) + a_i T_i [1 - \exp(j\omega T_i/2) \text{sinc}(\omega T_i/2)]). \quad (12)$$

### 5.2. Átviteli karakterisztika értelmezése mintavett és tartott bemenet esetén

A fenti gondolatmenetnél valamivel bonyolultabb módon belátható, hogy mintavett és tartott gerjesztés esetén ugyancsak értelmezhetők (12)-től általában különböző átviteli karakterisztikák.



6. ábra. Átviteli karakterisztika értelmezése mintavevő és tartó áramkör felhasználásával

Legyen most a kapcsolás elrendezése a 6. ábra szerinti. Az SC áramkör kimenetére kapcsolt szűrő vágási körfrekvenciája most is  $\pi/T$ . Az  $\tilde{x}(t)$ -vel jelölt gerjesztés szintén legyen sávhatarolt a  $\pi/T$  körfrekvenciáig. A gerjesztés és a kapcsolt kapacitású hálózat közé pedig iktassunk be úgy egy ideális mintavevő és tartó áramkört, hogy a mintavételezések esenek egybe a kapcsolók valamely állapotváltási időpontjaival.

Ekkor [9] és [10] alapján megmutatható, hogy  $\tilde{Y}(\omega)$  és  $\tilde{X}(\omega)$  kapcsolata ugyancsak (10) jellegű lesz. Attól függően, hogy a tartást milyen hosszú időtartamokig végezzük el, különféle átviteli karakterisztikákhoz jutunk. Ha  $x(t)$  egy teljes kapcsolási periódusig, azaz  $T$  ideig tartott, úgy az átviteli karakterisztikát jelöljük  $H_T(\omega)$ -val. Ha ellenben a tartás csak az egyes fázisoknak megfelelő ideig tart, úgy jelölje az így számított átvitelt  $H_r(\omega)$ . A meglehetősen hosszadalmas levezetés végeredményei az alábbiak:

$$H_r(\omega) = \frac{1}{T} \cdot \sum_{i=1}^N W_i(\omega), \quad (13)$$

valamint

$$H_T(\omega) = \frac{1}{T} \cdot \sum_{i=1}^N W_i(\omega) \cdot \exp(j\omega\tau_{i-1}). \quad (14)$$

$H_f(\omega)$  és  $H_{T_i}(\omega)$  függetlenek a kezdeti (a  $t=0$  időpillanat után következő) állapottól,  $H_T(\omega)$  nem. Itt lényeges, hogy a mintavevő-tartót a kapcsolók mely állapotváltási időpontjaihoz szinkronizáljuk.

## 6. Az átviteli karakterisztikák mátrixos megfogalmazása

Mivel az időtartományban ((5) alapján) adott gerjesztés esetén az  $a_i$ ,  $A_i$ ,  $\alpha_i$  és  $\beta_i$  jellemzők segítségével a válaszjel időfüggvénye meghatározható, a 4. ábrán látható  $v_i(t)$  ismeretében a fenti állandók segítségével  $w_i(t)$  és így  $W_i(\omega)$  is kifejezhető. A levezetés mellőzésével ennek végeredménye a következő:

$$W_i(\omega) = a_i T_i \cdot \exp(-j\omega[\tau_{i-1} + T_i/2]) \cdot \text{sinc}(\omega T_i/2) + b_i(\omega) + \exp(-j\omega T) \cdot [F^*(\omega) \cdot (\mathbf{T} - \mathbf{Q} \cdot \exp(-j\omega T))^{-1} \cdot \mathbf{U}_i]. \quad (15)$$

A (15)-ben szereplő  $b_i(\omega)$  konstansok, az  $F(\omega)$  és  $\mathbf{U}_i$  vektorok, valamint a  $\mathbf{Q}$  mátrix egy  $N$ -fázisú SC áramkör esetén  $a_i$ ,  $A_i$ ,  $\alpha_i$  és  $\beta_i$  meglehetősen bonyolult függvényei. Ezek megtalálhatók [10]-ben. A függvénykapcsolatok jelentősen leegyszerűsödnek akkor, ha az áramkör kétfázisú. Ebben az esetben:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_1 &= \beta_2 \cdot \alpha_1; & \mathbf{U}_2 &= \alpha_2; & \mathbf{Q} &= \beta_2 \beta_1, \\ b_1(\omega) &= T_2 \cdot \exp(-j\omega[T_1 + T_2/2]) \cdot \text{sinc}(\omega T_2/2) \cdot A_2^* \cdot \alpha_1, \\ b_2(\omega) &= 0, \\ F^*(\omega) &= T_1 \cdot \exp(-j\omega T_1/2) \cdot \text{sinc}(\omega T_1/2) \cdot A_1^* + T_2 \cdot \exp(-j\omega[T_1 + T_2/2]) \cdot \text{sinc}(\omega T_2/2) \cdot A_2^* \cdot \beta_1. \end{aligned} \quad (16)$$

Ha a (15)-ben kifejezett  $W_i(\omega)$ -t visszahelyettesítjük (12)-be, (13)-ba, illetve (14)-be, úgy zárt formulákat kapunk az egyes átviteli karakterisztikákra. Végezzük ezt konkrétan el folytonos bemenet (5. ábra) esetén. Ha ekkor (15)-t visszairjuk (12)-be, valamint a szummázás elé kivisszük az  $i$ -től független elemeket, úgy az alábbi végformulára jutunk:

$$\begin{aligned} H_f(\omega) &= \frac{1}{T} \sum_{i=1}^N [a_i T_i \cdot \exp(-j\omega[\tau_{i-1} + T_i/2]) \cdot \text{sinc}(\omega T_i/2) + b_i(\omega)] \cdot \exp(j\omega \cdot \tau_i) + \\ &+ \frac{1}{T} \exp(-j\omega T) [F^*(\omega) \cdot (\mathbf{T} - \mathbf{Q} \cdot \exp(-j\omega T))^{-1}] \cdot \\ &\cdot \sum_{i=1}^N \mathbf{U}_i \cdot \exp(j\omega \tau_i) + \frac{1}{T} \sum_{i=1}^N a_i T_i [1 - \exp(j\omega T_i/2)] \cdot \text{sinc}(\omega T_i/2). \end{aligned} \quad (17)$$

Példaként határozzuk meg a 2a ábrán látható áramkör  $H(-\omega)$  átviteli karakterisztikáját. Az egyes fázisokra jellemző állandókat (8)-ban már előállítottuk. Helyettesítsük ezeket (16)-ba:

$$\mathbf{U}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d \\ 1-d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$\mathbf{U}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1-d & -d \\ d-1 & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-d & -d \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} b_2(\omega) &= T_2 \cdot \exp(-j\omega[T_1 + T_2/2]) \cdot \text{sinc}(\omega T_2/2) \cdot \\ &\cdot [-1, 0] \cdot \begin{bmatrix} d \\ 1-d \end{bmatrix} = \\ &= -d \cdot T_2 \cdot \exp(-j\omega[T_1 + T_2/2]) \cdot \text{sinc}(\omega T_2/2), \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} F^*(\omega) &= T_1 \cdot \exp(-j\omega T_1/2) \cdot \text{sinc}(\omega T_1/2) \cdot [d-1, d] + \\ &+ T_2 \cdot \exp(-j\omega[T_1 + T_2/2]) \cdot \text{sinc}(\omega T_2/2) \cdot [-1, 0] \cdot \\ &\cdot \begin{bmatrix} 1-d & -d \\ d-1 & d \end{bmatrix} = (T_1 \cdot \exp(-j\omega T_1/2) \cdot \text{sinc}(\omega T_1/2) + T_2 \cdot \\ &\cdot \exp(-j\omega[T_1 + T_2/2]) \cdot \text{sinc}(\omega T_2/2)) \cdot [d-1, d]. \end{aligned} \quad (22)$$

Ha ezek után a (18), (19), (20), (21) és (22) összefüggéseket visszahelyettesítjük (17)-be, úgy némi átrendezés után az alábbi formula adódik:

$$\begin{aligned} H_f(\omega) &= 1 - d \frac{T_1}{T} - \\ &- \frac{d[\exp(j\omega T) - 1 + d - d \cdot \exp(j\omega T_1)]}{j\omega T [\exp(j\omega T) - 1 + d]}, \end{aligned} \quad (23)$$

(23) pedig megegyezik [3] ide vonatkozó végeredményével.

## Összefoglalás

Az ismertetett módszer segítségével ideális kapcsolókat, kondenzátorokat és műveleti erősítőket tartalmazó SC áramkörök analízise végezhető el. Nem tettünk megkötéseket a fázisok számára és az órajelek kitöltési tényezőire. Az egyes fázisokra jellemző  $a_i$  konstansok  $A_i$  és  $\alpha_i$  vektorok, valamint  $\beta_i$  mátrixok az áramkör topológiájának, a kapacitások értékeinek, valamint a kapcsolók vezérlésének ismeretében viszonylag könnyen generálhatók. Ezek segítségével pedig (12), (13), (14) és (15) felhasználásával háromféle átviteli karakterisztika is számolható zárt formulákkal.

Az eljárás különösen hatékony abban az esetben, ha a fázisok száma nagy. Az utóbbi időben megnövekedett az érdeklődés a sokfázisú „many phase” SC áramkörök iránt. Ennek fizikai alapja az, hogy a veszteségi ellenállásokat olyan kapcsolt kapacitásokkal szimulálják, melyeknek kapcsolási ideje az áramkörre jellemző  $T$  kapcsolási periódusidőnél jóval kisebb. Ennek arányában megnövekszik az állapotok száma is. Számítógépes analízis esetén sokfázisú és nagyméretű áramkörök vizsgálatánál kritikus tényező a frekvenciapontonkénti mátrixinvertálás. [3]-ban az átvitel egy frekvencián való meghatározásához annyi mátrixinvertálás szükséges, amennyi a fázisok száma. Ezzel szemben, ha visszatérünk a (17) összefüggésre, megállapíthatjuk, hogy egy frekvencián a fázisok számától függetlenül csupán egyetlen inverzióra — a  $\mathbf{T} - \mathbf{Q} \exp[-j\omega T]$  mátrixinvertálására — van szükség. Ez (15) alapján  $H_T(\omega)$ -ra, illetve  $H_{T_i}(\omega)$ -ra is érvényes. Az ismertetett módszer alapján számítógépes analízis progra-

mot dolgoztunk ki SC áramkörök vizsgálatára, melynek hatékony működését több mintapéldán igazoltuk.

#### I R O D A L O M

- [1] *F. Brglez*: Exact nodal analysis of switched-capacitor networks with arbitrary switching sequences and general inputs. Part I. 12th Asilomar Conf. on Circuits and Systems, pp. 679–683. Nov. 1978. Part II. Proc. IEEE ISCAS Tokyo, 1979, pp. 748–751.
- [2] *M. L. Liou, Y. L. Kuo*: Exact analysis of switched-capacitor networks with arbitrary inputs. IEEE Tr. on Circuits and Systems vol. CAS-26. Apr. 1979, pp. 213–223.
- [3] *Y. P. Tzividis*: Analysis of switched capacitive networks. IEEE Tr. on Circuits and Systems vol. CAS-26, Nov. 1979, pp. 935–946.
- [4] *C. Kurth, G. S. Moschytz*: Nodal analysis of switched-capacitor networks. IEEE Tr. on Circuits and Systems. vol. CAS-26. Febr. 1979, pp. 92–105.
- [5] *J. I. Sewell*: Analysis of active switched-capacitor networks. Proc. IEEE vol. 68. Febr. 1980, pp. 292–293.
- [6] *J. Rabaly, J. Vandewalle, H. De Man*: On the frequency domain analysis of switched Capacitor networks including all parasitics. Proc. of the IEEE Circuits and Systems Conference, Chicago, 1981, pp. 868–871.
- [7] *Fülöp T., Gefferth L., Géher K., Simon Gy.*: CCD és SC szűrők. Tanulmány az OMFB megbízásából. BME/HEI 1980. november.
- [8] *Fülöp T.*: SC szűrők kísérleti megvalósítása II. Tanulmány az OMFB megbízásából. BME/HEI 1981. november.
- [9] *Tóth L.*: SC áramkörök analízise. Alkotó Ifjúság Pályázat. TKI 1983. szeptember.
- [10] *L. Tóth and E. Simonyi*: Analysis of multi-phase switched-capacitor filters. Proc. of the IEEE Circuits and Systems Conference, Montreal 1984.