

PSK adatátvitel szűrőinek tervezése négyzetes átlaghibára

DR. HENK TAMÁS

Távközlési Kutató Intézet



ÖSSZEFOGLALÁS

Koherens PSK adatátviteli rendszereket modellezünk egyváltozós nemlineáris vagy többváltozós lineáris transzformációk segítségével, és új struktúrájú többfázisú demodulátort vezetünk be. Négyzetes átlaghiba-számítást végzünk a frekvenciatartományban mind a mintavételes, mind a küszöbdetekció esetére. A számítások során a szűrőkarakterisztikák, a szomszéd csatornák, valamint a vivő- és szinkronvisszaállító sztatikus hibái által okozott kis perturbációkat vesszük figyelembe, anélkül, hogy e perturbációkra más megkötéseket tennénk. Általános és explicit összefüggéseket adunk az optimális vivőfázisra és szinkronkésleltetésre, ezek érzékenységi tényezőire és a minimális négyzetes átlagtorzításra. Az összefüggések alapján szűrőtervezési eljárást javasolunk. (□)

1. Bevezetés

A fázisbillentyűzéssel megvalósított PSK (Phase Shift Keying) adatátvitel az analóg csatornán történő digitális jelátvitel egyik alapesete [1, 2]. Az átvitel minőségét jellemző fő paraméter a hibavalószínűség, ill. a hibaarány, amely közvetlenül mérhető mennyiség. A PSK adatátvitel rendkívül bonyolult hibavalószínűség-összefüggései azonban legfeljebb a szűrők számítógépes analizisét teszik lehetővé, közvetlen rendszertervezésre kevésbé alkalmasak. Ezért a gyakorlatban számos egyéb heurisztikus minőségi jellemző használata terjedt el, amelyek bizonyos feltételek teljesülése esetén szuboptimális tervezést tesznek lehetővé. Egyik ilyen mérték az analitikus számításokra különösen alkalmas négyzetes átlagtorzítás (MSE, mean square error) [2–7].

A jelen cikknek az a célkitűzése, hogy PSK rendszertervezésre alkalmas összefüggéseket adjon a négyzetes átlaghiba-számítás alapján. Mielőtt a célkitűzést részletesebben megfogalmaznánk, tekintsük át e témakör irodalmi előzményeit.

A négyzetes átlagtorzítás alapsávi (PAM) adatátvitelre vonatkozó általános összefüggései Lucky és munkatársai jólismert [2] könyvében található meg. A számításokat SSB átvitelre Franks [3], továbbá VSB, QAM és SQAM átvitelre Hill [4] általánosította. Az idézett szerzők megvizsgálták a vivő- és szinkronvisszaállító sztatikus hibái következtében előálló jelátvitel-előfordást és a jelalakot e hibák szerinti érzékenységre optimalizálták feltételezve, hogy az átvitel sávigénye nem több a kétszeres Nyquist sávnál. Ez utóbbi megszorítást Lind és Nader oldották fel alapsávi átvitel esetére [5].

A döntésvisszacsatolt automatikus kiegyenlítővel ellátott általánosított QAM adatátvitel négyzetes átlagtorzításra történő optimalizálását Falconer és Foschini [6], valamint Kósa és Szabó [7] végezték el.

DR. HENK TAMÁS

1973-ban végzett a BME Villamosmérnöki Karán. Azóta a TKI-ban az adatátviteli modemszalád telefonösszeköttetésre, számítógéppel segített tervezés és az INTERCSAT berendezés projektek kidolgozásában vett részt. Kutatási területei: lineá-

ris és nemlineáris hálózatelmélet, adatátvitel. 1977–79-ben a Dublini Egyetemen volt ösztöndíjas szűrőtervezés témakörében. 1980-ban kapta egyetemi doktorátusát adatátvitelből. Jelenleg kandidátusi értekezésén dolgozik szűrőtervezés témaköréből.

A [8–11] publikációkban egységes és általános modellt adunk lineáris, valamint PSK modulációkkal megvalósított adatátvitelre mátrixformalizmus, valamint nemlineáris koordináta transzformációk segítségével. A modell felhasználásával áttekintettük az ideális adatátvitel feltételeit és megvizsgáltuk az illeszletlenségből, valamint a jelátvitel-előfordásból adódó veszteségeket.

A szokásos PSK rendszerekre szorítkozva a jelen cikkben komplex analitikus jel leírás módjával egyszerű modellt alapján foglaljuk össze a négyzetes átlaghiba-számítás [8–11]-ben részletezett eredményeit és kiterjesztjük a számításokat további veszteséget okozó tényezők figyelembevételével.

A fentiek értelmében sávszűrő típusú mátrixokkal [9] leírható PSK és QAM adatátvitelre elvégezzük a négyzetes átlagtorzítás frekvenciatartománybeli analizisét mind a mintavételes, mind a küszöbdetekcióra kis perturbációkat feltételezve, amelyek lineáris torzítások, a vivő és szinkronvisszaállítás sztatikus hibái, valamint a szomszédos PSK csatornák áthallásából adódó zavaró jelek lehetnek. A számítások során sem a sávzélességre, sem a torzításokra, sem a zavaró jelekre más megkötést nem teszünk. Általános és explicit összefüggéseket adunk az optimális vivőfázisra és mintavételezési időpontra, ezek érzékenységi tényezőire és a minimális négyzetes átlagtorzításra.

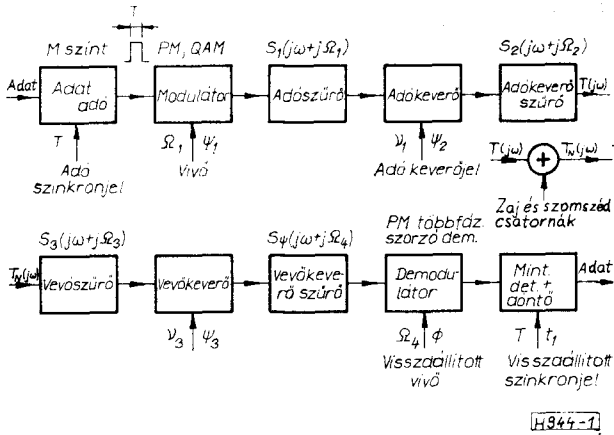
Ezáltal definiálhatjuk az eredő szűrőkarakterisztika fázistolását, késleltetését és torzítását, valamint a szomszéd csatornák zavarását, ha a négyzetes átlagtorzítást tekintjük az adatátviteli minőség mértékének. Ezen összefüggések birtokában a [4]-ben alkalmazott elv fordítottjaként azt a szűrőtervezési eljárást javasoljuk, hogy az ideális jelalakot a vivő- és szinkronhibák szerinti érzékenységi tényezők, valamint a sávzélességi igény közötti kompromisszum alapján válasszuk meg, és a szűrők hibakarakterisz-

Beérkezett: 1984. I. 17.

titkáját illesszük a választott névleges karakterisztikához úgy, hogy a négyzetes átlagtorzítás ne haladja meg a specifikált értéket.

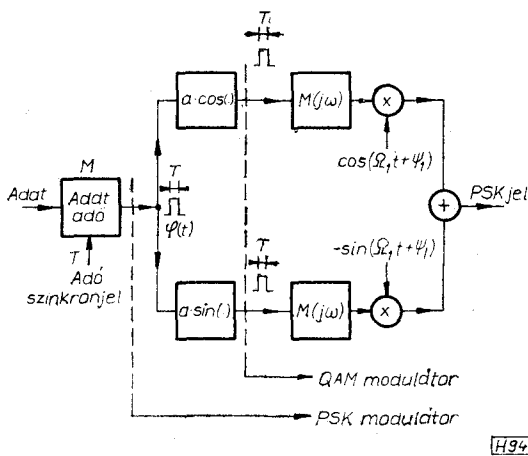
2. PSK adatátvitel modellezése

A PSK adatátvitel vázlatát az 1. ábrán láthatjuk. Az adat adó T időközönként T ideig tartó, $M=2^m$ különböző szintű négyszögimpulzusokat ad, ahol a szintek egyenközűek és m természetes szám. A modulátor lehet PM vagy QAM típusú is, a koherens demodulációt pedig PM demodulátorral vagy szorzó demodulátorokból felépített több fázisú demodulátorral valósíthatjuk meg.

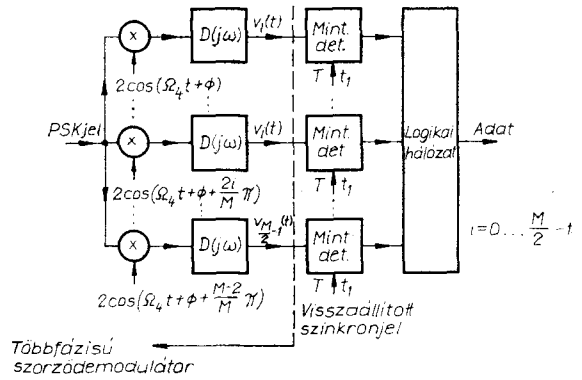


1. ábra. PSK adatátvitel vázlat

A keverőáramkörök alkalmazása a fő rendszerfunkciók (moduláció, demoduláció, csatornaszűrés, vivővisszaállítás, szinkronvisszaállítás) jó realizálhatóságát biztosítják, a keverések száma rendszerként más és más. A vivőfrekvenciákat és a szűrőket úgy választjuk meg, hogy a moduláció és a keverések sávátlapolódása, valamint a demoduláció és a keverések sávisméltódése elhanyagolható legyen. A szinkron detekciót mintavételező detektor és döntő áramkör valósítja meg.

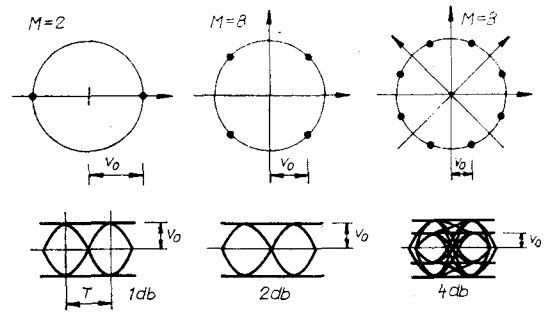


2. ábra. QAM modulátorral és nemlineáris transzformációval megvalósított PSK moduláció



H944-3

3. ábra. Többfázisú szorzódemodulátorral megvalósított PSK demoduláció



H944-4

4. ábra. Optimális vivővisszaállítás és a megfelelő számúbrák jellege $M=2,4,8$ szintű PSK átvitel esetén

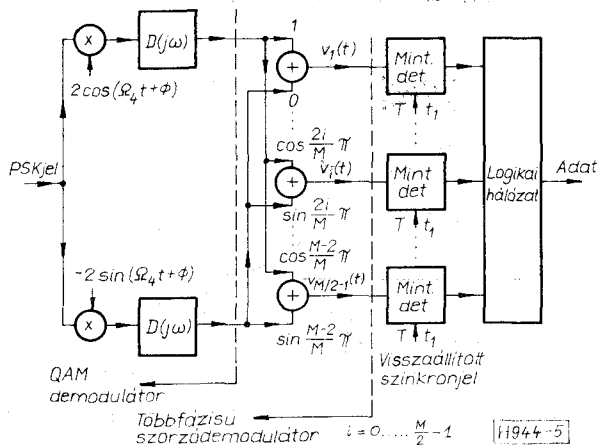
Külön hangsúlyozzuk, hogy koherens és szinkron PSK átvitel vizsgálunk. A koherenciát és szinkronizmust biztosító vivő- és szinkronvisszaállító áramkörökkel részleteiben nem foglalkozunk. Feltételezzük, hogy a vivő- és szinkronjelek frekvenciái pontosak, és azt vizsgáljuk, hogy fázishelyzeteik milyen módon állnak elő és hogyan befolyásolják a PSK átvitelt.

Ha az M szintű fázismodulációt PM modulátorral valósítjuk meg, akkor a moduláció sávátlapolódással jár együtt. Az $\Omega_1 \gg \frac{1}{T}$ választással azonban a sávátlapolódás elhanyagolhatóvá tehető. Ezért, ha a moduláció PM modulátorral történik, gyakran sávhatárolásra (adószűrő) és lekeverésre van szükség.

Az M fázis szint nemlineáris transzformáció és QAM modulátor alkalmazásával is létrehozható (2. ábra). A sávátlapolódás-mentes modulációnak az a feltétele, hogy az aluláteresztő jellegű $M(j\omega)$ modulátorszűrő levágási frekvenciája kisebb legyen az Ω_1 vivőfrekvenciánál.

A koherens PSK demodulációt megvalósíthatjuk akár PM demodulátorral, akár többfázisú szorzódemodulátorral (3. ábra). Az utóbbi esetben a demoduláció akkor optimális, ha a visszaállított vivőre merőleges vetületként adódó demodulált jel két állapot közötti döntési távolsága minden esetben maximális. A 4. ábra szerint a maximális döntési távolság

$2\pi/M$ szögábrázoló szerinti $M/2$ számú vivővel és nullkomparátorral biztosítható. Az áramkör akkor tesz eleget a jelisméltetés-mentes demoduláció követelményeinek, ha a $D(j\omega)$ aluláteresztő jellegű demodulátor szűrő levágási frekvenciája kisebb, mint $2\Omega_4$. Az 5. ábrán új struktúrájú többfázisú demodulátort javasolunk, amely ugyanazon $v_i(t)$ vett jeleket állítja elő, mint a 3. ábra szokásos kapcsolása, de megvalósítása lényegesen előnyökkel jár, mert csak súlyozott összegeket képző áramkörökből igényel $M/2$ számú elemet.



5. ábra. QAM demodulátorral és összegző áramkörökkel megvalósított PSK demoduláció

A fenti modulátoroknak és demodulátoroknak számos analóg és digitális realizációja létezik. Megmutatható, hogy felsorolt modulátorok, ill. demodulátorok zajos csatorna esetén is ekvivalensek [9]. Ezért a fentiek közül bármely modulátort és demodulátort feltételezve szabad rendszert modellezni, függetlenül attól, hogy a tényleges rendszerben milyen modulátor és demodulátor szerepel.

Az adat adó egységnyi szintű elemi jeléhez az

$$N(j\omega) = T \frac{\sin \frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}} \quad (1)$$

spektrum tartozik. Így az 1. ábra adóoldalának lineáris elemeit a $T(j\omega)$ ekvivalens alapsávi adóspektrum jellemzi:

$$T(j\omega) = N(j\omega)M(j\omega) \prod_{i=1,2} S_i(j\Omega_i + j\omega) \prod_{i=1,2} e^{j\psi_i}, \quad (2)$$

ahol $S_i(j\Omega_i + j\omega)$ a megfelelő vivőfrekvenciákkal alapsávba tolt sávszűrő átviteli függvények, továbbá ψ_i a vivő- és keverőjelek kezdőfázisai. Megjegyezzük, hogy az $S_i(\cdot)$ és ψ_i jelenléte miatt a $T(j\omega)$ általában nem rendelkezik a szokásos aluláteresztő konjugált szimmetriával.

Hasonló módon felírhatjuk a vevőoldal lineáris elemeinek ekvivalens alapsávi átvitelét is:

$$R(j\omega) = D(j\omega) \prod_{i=3,4} S_i(j\Omega_i + j\omega) e^{j\psi_i}. \quad (3)$$

Így a demodulált jelre a

$$K(j\omega) = T(j\omega)R(j\omega) \quad (4)$$

$$H(j\omega) = K(j\omega)e^{-j\phi} \quad (5)$$

ekvivalens alapsávi spektrumok jellemzőek, ahol a $H(j\omega)$ -ban már a visszaállított vivő Φ kezdőfázisát is figyelembe vesszük. A bevezetett frekvenciatartománybeli jellemzők időtartománybeli megfelelőit kis betűvel fogjuk jelölni. Legyen az adóoldal fázissorozata $\varphi(nT)$, akkor a vett jel $\bar{b}(t)$ komplex burkolóját a

$$\bar{b}(t) = a \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(t-nT)e^{j\varphi(nT)} \quad (6)$$

összefüggés írja le, ahol „ a ” a modulátorokban beállított amplitúdó. Mivel a $H(j\omega)$ általában nem rendelkezik a konjugált szimmetriával, a $h(t)$ súlyfüggvény általában komplex időfüggvény. A $\varrho(t)$ vett fázis és a $v_i(t)$ vett jelsorozat (3. és 5. ábra) a $\bar{b}(t)$ komplex burkolóból állítható elő:

$$\varrho(t) = a \operatorname{Re}[\bar{b}(t)], \quad (7)$$

$$v_i(t) = \operatorname{Re}[\bar{b}(t)e^{-j\frac{2i}{M}\pi}]. \quad (8)$$

Ezzel megadtuk a PSK modulációs rendszer modelljét.

3. Az ideális adatátvitel feltételei

3.1. Mintavételes detekció

A vázolt adatátviteli rendszerben a detekció mintavételes döntéssel történik. Ezért az adatátviteli számítások frekvenciatartományban történő elvégzéséhez célszerű bevezetni a $h(t_1+kT)$ mintavett jelsorozat spektrumát előállító Nyquist-operátort:

$$\mathcal{N}_1[H(j\omega)] = L_1(\omega) \sum_{i=-\infty}^{\infty} H\left(j\omega + j\frac{2i\pi}{T}\right) e^{j\frac{2i}{T}\pi}, \quad (9)$$

ahol $L_1(\omega)$ a π/T levágási frekvenciával rendelkező ideális aluláteresztő szűrőt jelöli:

$$L_1(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{ha } |\omega| > \pi/T \\ \frac{1}{2} & \text{ha } |\omega| = \pi/T \\ 1 & \text{ha } |\omega| < \pi/T. \end{cases} \quad (10)$$

Az $\mathcal{N}_1[\cdot]$ operátor lineáris és megőrzi a valós, ill. képzetes rész páros, ill. páratlan tulajdonságait. Mint-hogy az $\mathcal{N}_1[\cdot]$ által előállított ekvivalens Nyquist-spektrum sávkorlátozott és leírja a $h(t_1+kT)$ mintákat, azaz

$$\mathcal{F}^{-1}[\mathcal{N}_1[H(j\omega)]] \Big|_{t=t_1+kT} = h(t_1+kT), \quad (11)$$

alkalmazhatjuk a mintavételi tételt:

$$\mathcal{N}_1[H(j\omega)] = L_1(\omega) T \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(t_1+kT) e^{-j\omega(t_1+kT)}, \quad (12)$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} |\mathcal{N}_1[H(j\omega)]|^2 d\omega = T \sum_{k=-\infty}^{\infty} h^2(t_1 + kT). \quad (13)$$

Az (1) szerinti $N(j\omega)$ szerepel a $H(j\omega)$ kifejezésben, ezért írhatjuk, hogy

$$H\left(jk \frac{2\pi}{T}\right) = 0, \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (14)$$

amiből

$$\mathcal{N}_1[H(j\omega)]|_{\omega=0} = H(0) \quad (15)$$

következik.

Az ideális adatátvitel

$$g(mT + t_1) = g(mT), \quad m = -\infty \dots \infty \quad (16)$$

időtartománybeli feltétele a (6), (7) rendszermodell alapján akkor és csak akkor teljesül, ha $h(t)$ kielégíti a következő feltételeket:

$$\operatorname{Re}[h(t_1)] \neq 0, \quad \operatorname{Im}[h(t_1)] = 0, \quad (17)$$

$$h(t_1 + kT) = 0, \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (18)$$

A fenti időtartományban megfogalmazott feltételek a (12), (15) mintavételt leíró egyenletek segítségével az első Nyquist-feltétel formájában fogalmazhatók meg a frekvenciatartományban:

$$\mathcal{N}_1[H(j\omega)] = L_1(\omega)H(0)e^{-j\omega t_1}, \quad (19)$$

ahol a $H(0)$ amplitúdó és a t_1 késleltetés tetszőleges valós számok. Az első Nyquist-feltétel tehát a $H(j\omega)$ függvényre ad kötést a T és a t_1 számok ismeretében. Megmutatható, hogy a (14) tulajdonság és a (19) feltétel egyszerű kapcsolatot teremt az idő- és frekvenciatartomány amplitúdói között [8]:

$$H(0) = Th(t_1). \quad (20)$$

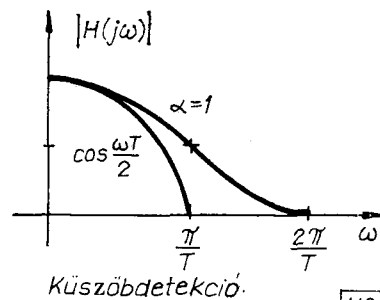
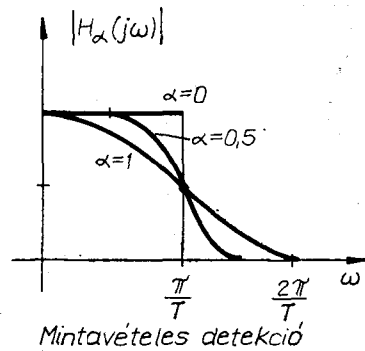
A mintavételi időpont minél kisebb érzékenységének érdekében kikötjük, hogy ideális esetben a $h(t)$ ne csak a t_1 időpontban, de mindig legyen valós:

$$\operatorname{Im}[h(t)] \equiv 0. \quad (21)$$

Mint hogy a fenti egyenletek értelmében a $H(0)$ valós szám, az (5) definíció alapján kiszámíthatjuk a viszszaállított vívó fázisát ideális adatátvitel esetére:

$$\Phi = \arccos [K(0)]. \quad (22)$$

$$H_x(j\omega) = Th(t_1)e^{-j\omega t_1} \begin{cases} 1, & \text{ha } 0 \leq |\omega| \leq \frac{\pi}{T}(1-\alpha), \\ \frac{1 - \sin \frac{T}{2\alpha} \left(|\omega| - \frac{\pi}{T} \right)}{2}, & \text{ha } \frac{\pi}{T}(1-\alpha) \leq |\omega| \leq \frac{\pi}{T}(1+\alpha), \\ 0, & \text{ha } \frac{\pi}{T}(1+\alpha) \leq |\omega|, \end{cases} \quad (27)$$



H944-6

6. ábra. Ideális mintavételes és küszöbdetekciót biztosító karakterisztikák

Az ideális adatátvitel másik feltételrendszere a Δ vívóraszter szerint elhelyezkedő azonos felépítésű szomszéd csatornák elnyomását, valamint az adó-és vevőoldal illesztését biztosítja:

$$T(j\omega + j\Delta)R(j\omega) \equiv 0, \quad l = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (23)$$

$$\frac{R(j\omega)}{R(0)} = \frac{T^*(j\omega)}{T(0)} e^{-j\omega t_1}, \quad (24)$$

ahol a * konjugálást jelöl. A (4) és (5) definíciók, valamint a (23), (24) feltételekből a $H(j\omega)$ -ra újabb kötéseknek kapunk:

$$\operatorname{Im}[H(j\omega)e^{j\omega t_1}] \equiv 0, \quad (25)$$

$$H(j\omega)e^{j\omega t_1} \geq 0, \quad -\infty > \omega > \infty. \quad (26)$$

Ha a $H(j\omega)$ -t a $H_x(j\omega)$ -val jelölt koszinuszos lekerekítésű karakterisztikának választjuk, akkor az összes eddigi feltétel kielégíthető (6. ábra):

ahol az α lekerekítési tényező valós szám, értéke $0 \leq \alpha \leq 1$. Az α nagyobb értékeinél az átvitel nagyobb sávszélességet igényel, de mint majd látjuk, nagyobb az átvitel tűrése is a vivőfrekvencia pontosságával és a szinkronjel fázishibájával szemben.

3.2. Küszöbdetekció

A szinkronjel visszaállítása gyakran küszöbdetekcióval történik, ezért röviden összefoglaljuk a küszöbdetekció követelményeit is. Időtartományban

$$h\left(t_2 - \frac{T}{2}\right) = h\left(t_2 + \frac{T}{2}\right) \neq 0, \quad \Im m \left[h\left(t_2 + \frac{T}{2}\right) \right] = 0, \quad (28)$$

$$h\left(t_2 - \frac{T}{2} + kT\right) = 0, \quad \text{ha } k = -1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (29)$$

feltételeket kell megtartani, ahol a t_2 a rendszer készletetése küszöbdetekció szempontjából.

A fenti feltételek frekvenciatartománybeli megfogalmazásához felírjuk a $t_2 - \frac{T}{2}$ mintavételi időponthoz tartozó $\mathcal{H}_2[\]$ Nyquist-operátort a (9) definíció mintájára:

$$\mathcal{H}_2[H(j\omega)] = L_1(\omega) \sum_{l=-\infty}^{\infty} H\left(j\omega + j\frac{2l\pi}{T}\right) e^{j\left(t_2 - \frac{T}{2}\right)\frac{2l}{T}\pi}. \quad (30)$$

E definícióval felírhatjuk a (28), (29) időtartománybeli kötéseknek megfelelő második Nyquist-feltételt:

$$\mathcal{H}_2[H(j\omega)] = 2Th\left(t_2 - \frac{T}{2}\right)L_2(\omega)e^{-j\omega t_2}, \quad (31)$$

$$L_2(\omega) = L_1(\omega) \cos \frac{\omega T}{2}. \quad (32)$$

A mintavételes detekcióhoz hasonlóan az átvitel minimális sávigénye π/T .

A kétféle detekció együttes ideális megvalósítását az $\alpha=1$ lekerekítési tényezővel rendelkező $H_1(j\omega)$ karakterisztika biztosítja a minimális $2\pi/T$ sávszélességgel (6. ábra), úgy, hogy

$$t_2 = t_1, \quad (33)$$

$$h\left(t_1 - \frac{T}{2}\right) = \left(\frac{h(t_1)}{2}\right). \quad (34)$$

A gyakorlatban alkalmaznak kisebb sávigényű $\alpha < 1$, $\alpha \approx 0,5 \dots 0,6$ lekerekítési tényezővel rendelkező karakterisztikákat is, úgy, hogy a (33) feltétel teljesül, de a (34) feltétel nem teljesül, és így a küszöbdetekció nem ideális. Ez a gyakorlat azért engedhető meg, mert a küszöbdetekció által létrehozott dzsitter tetszés szerint kiszűrhető.

4. Négyzetes átlagtorzítás-analízis

Az ideális adatátvitel feltételei csak közelítőleg eléghetők ki. Az első Nyquist-feltétel, valamint a $t_2 = t_1$ követelmény megsértésének hatására jelátlapolódás

(interszimból interferencia) jön létre, azaz a mintavételi érték nemcsak egy, de több adóoldali adatjel értékétől is függ. További hibaforrás a csatornaközi áthallás, valamint az adó és vevő illesztetlensége.

Ha az ideális adatátvitel feltételeitől csak kis mértékben térünk el, akkor az illesztési veszteség elhanyagolható és a zajmentes átvitelre számított négyzetes átlagtorzítás jellemző rendszerparaméternek tekinthető, amely egyébként analitikusan jól kezelhető. A számítások során feltételezzük még, hogy az egyes csatornákon független adatsorozatokat vizsgálunk át, továbbá, hogy a $\cos \varphi(nT)$ és a $\sin \varphi(nT)$ nulla átlagú független adatsorozatok. A számításokat a (8) modell alapján végezzük el.

A 4. ábra alapján felírható a mintavételes detekció v_0 kritikus döntési távolsága, amelyet hosszú idő átlagában értelmezzünk:

$$v_0 = \alpha \operatorname{Re} [h(t_1)] \sin \frac{\pi}{M}, \quad M=2, 4, 8, 16, \dots \quad (35)$$

Tekintsük a $v_i(t)$ jelsorozat azon i -edik tagját, amely egy tetszés szerint kiválasztott $mT + t_1$ időpontban a kritikus döntési távolságot adja, akkor a kiválasztott i -hez tartozó isi_i jelátlapolódás v_0 -ra normalizált értéke a következő módon írható:

$$\frac{isi_i(mT + t_1)}{v_0} = \frac{\operatorname{Re} \left[a \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(t_1 + mT - nT) e^{j \left[\varphi(nT) - \frac{2i}{M} \pi \right]} \right]}{a \operatorname{Re} [h(t_1)] \sin \frac{\pi}{M}}. \quad (36)$$

A fenti kifejezés négyzetes átlagértékét négyzetes átlagtorzításnak nevezzük:

$$\delta^2 = \frac{isi_i^2(mT + t_1)}{v_0^2} = \frac{v_i^2}{v_0^2} \varepsilon_1^2, \quad (37)$$

ahol az első tényező M -től függő arányossági faktor:

$$\frac{v_i^2}{v_0^2} = \begin{cases} 1, & \text{ha } M=2, \\ 4 \frac{\sum_{k=0}^{M/4-1} \sin^2 \frac{\pi}{M} (1+2k)}{M \sin^2 \frac{\pi}{M}}, & \text{ha } M \geq 4, \end{cases} \quad (38)$$

amelynek értéke egyébként 1, ha $M=4$ és $\sqrt{2}/(\sqrt{2}-1) \approx 3,44$, ha $M=8$, a (37) második tényezője pedig az ε_1^2 négyzetes átlaghiba:

$$\varepsilon_1^2(t_1, \Phi) = -1 + \frac{\sum_{l=-\infty}^{\infty} |h(lT + t_1)|^2}{(\operatorname{Re} [h(t_1)])^2}. \quad (39)$$

A δ és az ε_1 tehát független az i sorszámától, de függ a t_1 mintavételi időponttól és a $h(t)$ függvényen keresztül a vivővisszaállító fázisától is.

Ha a PSK rendszer sokcsatornás, akkor jellemezze a vizsgált csatorna átvitelét $h_0(t)$, míg a szomszéd N számú adó áthallását a vizsgált csatorna vevőjébe a $h_k(t)$ súlyfüggvénnyel jelöljük. A $h_k(t)$ nem azonosan

zérus, ha a (23) nem teljesül. Az ε_1^2 ez esetben az összes interferencia négyzetes összegzésével számítható:

$$\varepsilon_1^2(t_1, \Phi) = -1 + \frac{\sum_{k=0}^N \sum_{l=-\infty}^{\infty} |h_k(iT + t_1)|^2}{(\operatorname{Re} [h_0(t_1)])^2}. \quad (40)$$

Ha a vizsgált csatornát zaj is terheli, akkor a jel-átlapolódás hatására a hibavalószínűség megnő. Másképpen fogalmazva, ugyanazon hibavalószínűség biztosításához nagyobb jel-zaj viszonyra van szükség, azaz látszólag jel/zaj veszteség lép fel. Az R jel/zaj veszteség számításához a δ^2 értékét nem adjuk össze a zaj szórásnégyzetével, mert a zajjal ellentétben a jelátlapolódás jól tervezett rendszerekben korlátos folyamat, úgy, hogy zaj nélkül nincs átviteli hiba. Ezért jobb közelítés, ha az R jel/zaj veszteség számításához a jel szintjét csökkentjük a δ átlaghibával. Így kis δ értékekre a következő formulát kapjuk:

$$R \approx 8,68\delta \text{ [dB]}. \quad (41)$$

Küszöbdetekció szempontjából azt kell meghatározni, hogy hova esik a küszöb metszésének átlagos időpontja. Feltételezzük, hogy ezen időpontban egyúttal a négyzetes átlaghiba is minimális, és így ez időpont a minimum helyének meghatározásával becsülhető. A minimum helyének megkereséséhez írjuk fel a küszöbdetekció ε_2 négyzetes átlaghibáját:

$$\varepsilon_2^2(t_2, \Phi) = -2 + 4 \frac{\sum_{l=-\infty}^{\infty} \left| h \left(iT + t_2 - \frac{T}{2} \right) \right|^2}{\left(\operatorname{Re} \left[h \left(t_2 + \frac{T}{2} \right) + h \left(t_2 - \frac{T}{2} \right) \right] \right)^2}. \quad (42)$$

A mintavételt leíró (11) és (13) összefüggések segítségével az ε_1 és ε_2 felírható a frekvenciatartományban is:

$$\varepsilon_i^2(t_i, \Phi) = -i + \frac{\int_{-\pi/T}^{\pi/T} |\mathcal{M}_i[H(j\omega)]|^2 d\omega}{\left[\int_{-\pi/T}^{\pi/T} L_i(\omega) \mathcal{M}_i[H(j\omega)] e^{j\omega t_i} d\omega \right]^2}, \quad i=1, 2. \quad (43)$$

$$\varepsilon_i^2(t_i, \Phi) = \frac{\|\mathcal{M}_i[Z(\omega)]\|^2 - i \langle L_i(\omega) \mathcal{M}_i[Z(\omega)] \rangle^2 + \beta^2 \|\mathcal{M}_i[C(\omega)(\psi(\omega) + \Phi - \omega t_i)]\|^2}{\langle L_i(\omega) \mathcal{M}_i[Z(\omega)] \rangle^2}, \quad (53)$$

amely a Schwarz–Bunyakovszkij-egyenlőtlenség szerint pozitív szemidefinit. A nevező a következő módon közelíthető:

$$\langle L_i(\omega) \mathcal{M}_i[Z(\omega)] \rangle^2 \approx \langle L_i(\omega) \mathcal{M}_i[\beta C(\omega)] \rangle^2 = \frac{\beta^2}{i^2}, \quad (54)$$

míg a számláló invariáns a $Z(\omega) \rightarrow Z(\omega) - \beta C(\omega)$ helyettesítésre. Így a négyzetes átlaghiba kifejezhető, mint az amplitúdó- és fáziskarakterisztika perturbációk kvadratikus funkcionálja:

A (43) nevezőjének értékeléséhez bevezetjük a $t_i=0$ esethez tartozó $\mathcal{M}_i[]$ Nyquist-operátort a (9) és (30) definíciók alapján:

$$\mathcal{M}_i[H(j\omega)] = L_i(\omega) \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-1)^{(l-1)} H \left(j\omega + j \frac{2l\pi}{T} \right), \quad i=1, 2. \quad (44)$$

Így a t_i késleltetés a mintavételezést leíró operátorba bevezethető:

$$\mathcal{N}_i[H(j\omega)] e^{j\omega t_i} = \mathcal{M}_i[H(j\omega) e^{j\omega t_i}], \quad i=1, 2. \quad (45)$$

A (43) perturbációs analízisének elvégzéséhez bevezetjük a $K(j\omega)$ amplitúdó karakterisztikáját, külön az ideális adatátvitel esetére:

$$K(j\omega) = \beta C(\omega) e^{j(\Phi - \omega t_i)}, \quad i=1, 2, \quad (46)$$

ahol $C(0) = 1$, β tetszőleges konstans és $C(\omega)$ kielégíti a Nyquist-feltételeket:

$$\mathcal{M}_i[C(\omega)] = L_i(\omega), \quad i=1, 2, \quad (47)$$

továbbá bevezetjük az amplitúdó- és fáziskarakterisztikát külön a perturbált esetre:

$$K(j\omega) = Z(\omega) e^{-j\psi(\omega)}. \quad (48)$$

A (48) kifejezést úgy értelmezzük, hogy $Z(\omega)$ és $\psi(\omega)$ valós függvények, de $Z(\omega)$ lehet negatív is, úgy, hogy $\psi(\omega)$ ne tartalmazzon π értékű ugrásokat. Általában $Z(\omega)$ és $\psi(\omega)$ se nem páros, se nem páratlan függvények. Feltételezzük, hogy a karakterisztikák perturbációja kicsiny:

$$i \gg |\psi(\omega) + \Phi - \omega t_i|, \quad (49)$$

$$H(j\omega) = Z(\omega) e^{-j(\psi(\omega) + \Phi - \omega t_i)} e^{-j\omega t_i} \approx \quad (50)$$

$$\approx [Z(\omega) - j\beta C(\omega)(\psi(\omega) + \Phi - \omega t_i)] e^{-j\omega t_i}. \quad (51)$$

Bevezetjük még a Nyquist-intervallumra értelmezett átlagot és euklideszi normát:

$$\langle Z(\omega) \rangle = \frac{T}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} Z(\omega) d\omega, \quad \|Z(\omega)\|^2 = \frac{T}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} Z^2(\omega) d\omega. \quad (52)$$

A fentiek figyelembevételével a (43) kifejezés a következő alakot veszi fel:

$$\varepsilon_i^2(t_i, \Phi) = \frac{1}{i^2} \left\| \mathcal{M}_i \left[\frac{Z(\omega)}{\beta} - C(\omega) \right] \right\|^2 - \frac{1}{i} \left\langle L_i(\omega) \mathcal{M}_i \left[\frac{Z(\omega)}{\beta} - C(\omega) \right] \right\rangle^2 + \frac{1}{i^2} \|\mathcal{M}_i[C(\omega)(\psi(\omega) + \Phi - \omega t_i)]\|^2. \quad (55)$$

Az $\mathcal{M}_i[\cdot]$ operátor lineáris tulajdonságát kihasználva az ε_i kifejezhető mint a t_i és Φ kvadratikuss függvénye:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i^2(t_i, \Phi) &= \varepsilon_{i0}^2 + \left(\frac{t_i - t_{i0}}{T}\right)^2 \lambda_1 + (\Phi - \Phi_{i0})^2 = \\ &= \frac{1}{i^2} \left\| \mathcal{M}_i \left[\frac{Z(\omega)}{\beta_{i0}} - C(\omega) \right] \right\|^2 + \\ &+ \frac{1}{i^2} \left\| \mathcal{M}_i [C(\omega)(\psi(\omega) + \Phi_{i0} - \omega t_{i0})] \right\|^2 + \\ &+ \left(\frac{t_i - t_{i0}}{T}\right)^2 \frac{T^2}{i^2} \left\| \mathcal{M}_i [C(\omega)\omega] \right\|^2 + \frac{1}{i^2} (\Phi - \Phi_{i0})^2, \end{aligned} \quad (56)$$

ahol a

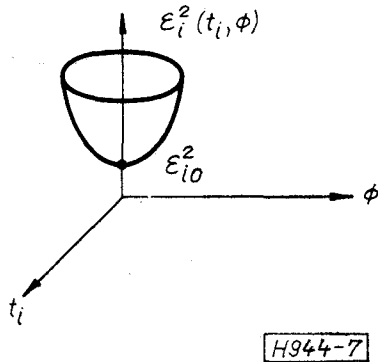
$$\beta_{i0} = i \langle L(\omega) \mathcal{M}_i [Z(\omega)] \rangle \quad (57)$$

tényezőt csak a formulák egységesítése miatt vezetjük be, míg a

$$t_{i0} = \frac{\langle \mathcal{M}_i [C(\omega)\psi(\omega)] \mathcal{M}_i [C(\omega)\omega] \rangle}{\left\| \mathcal{M}_i [C(\omega)\omega] \right\|^2}, \quad (58)$$

$$\Phi_{i0} = - \langle \mathcal{M}_i [C(\omega)\psi(\omega)] \rangle \quad (59)$$

késleltetés és fázistolás a minimális ε_i -t adó paraméterek (7. ábra). A t_{i0} , Φ_{i0} és ε_{i0} paramétereket a $K(j\omega)$ késleltetésének, fázistolásának és torzításának tekintjük, ha az átvitel minőségét a négyzetes átlaghibával jellemezzük.



7. ábra. PSK átvitel négyzetes átlaghibája a fázistolás és a késleltetés hibájának függvényében

Ha a PSK rendszer sokcsatornás, akkor a (40) összefüggés kapcsán bevezetett $h_k(t)$ súlyfüggvényekhez az eddigieknek megfelelően amplitúdó és fázis-karakterisztikákat rendelünk:

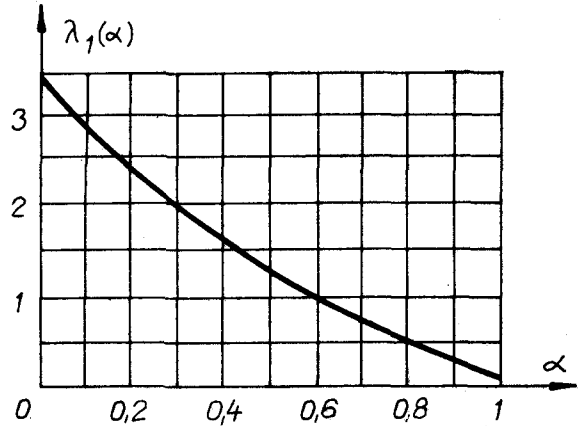
$$K_k(j\omega) = H_k(j\omega) e^{j\varphi} = Z_k(\omega) e^{j\psi_k(\omega)}. \quad (60)$$

A $\psi_k(\omega)$ fáziskarakterisztikákban fázistolás és késleltetés-bizonytalanság van, mert az egyes csatornák adóoldali bit-szinkronjelei, valamint a modulátor és keverő áramkörök vívői nincsenek összeszinkronizálva. A számítások során a legrosszabb esetet kapjuk, ha a csatornaáthallások fázisait a vizsgált csatorna fázistolásával és késleltetésével vesszük figyelembe:

$$\psi_k(\omega) = \Phi_{10} + \omega t_{10}, \quad k \geq 1. \quad (61)$$

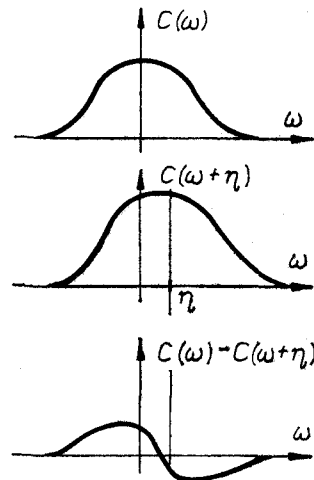
Az (56) kifejezésben definiált ε_{i0}^2 most a következő módon fejezhető ki:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{i0}^2(t_1, \Phi) &= \left\| \mathcal{M}_1 \left[\frac{Z_0(\omega)}{\beta_0} - C(\omega) \right] \right\|^2 + \\ &+ \left\| \mathcal{M}_1 [C(\omega)(\psi(\omega) + \Phi_{10} - \omega t_{10})] \right\|^2 + \\ &+ \sum_{k=1}^N \left\| \mathcal{M}_1 \left[\frac{Z_k(\omega)}{\beta_0} \right] \right\|^2. \end{aligned} \quad (62)$$



H944-8

8. ábra. A késleltetés-hiba érzékenységi tényezője a lekerekítési tényező függvényében



H944-9

9. ábra. A PSK jel vivőfrekvenciájának hibájából adódó nem szimmetrikus amplitúdóhiba

5. Szűrőtervezési szempontok

A $C(\omega)$ ideális karakterisztikát a sáv szélességéigény, a λ_1 szinkronérzékenységi tényező és a vivőfrekvencia eltolódásának érzékenysége szerint választjuk meg, majd a kiválasztott karakterisztikát a szűrőtervezés során úgy közelítjük, hogy az $\varepsilon_{i0}^2 + \left(\frac{t_{20} - t_{10}}{T}\right)^2 \lambda_1$ négyzetes átlaghibája előírt érték alatt legyen. A szűrőtervezés hibája az illesztési feltételt is csak kis mér-

tekben sértheti meg, ezért először pl. a $T(j\omega)$ -t approximáljuk úgy, hogy ideális $R(j\omega)$ -val adjon eleendően kis négyzetes átlagtorzítást, majd az $R(j\omega)$ -t a már megtervezett $T(j\omega)$ -val együtt optimalizáljuk. A számítások elvégzésére a TKI-ban a NEKV program szolgál.

Vizsgáljuk meg először a $C(\omega)$ választásának szempontjait. A (27) cosinus lekerekítésű karakterisztikák esetében a B sáv szélesség igény és az (56) kifejezéssel definiált λ_1 szinkron érzékenységi tényező a következő módon fejezhető ki:

$$B = \frac{\pi}{T} (1 + \alpha), \quad (63)$$

$$\lambda_1 = \frac{\pi^2}{3} - \frac{\pi^2}{2} \alpha + (\pi^2 - 8)\alpha^2, \quad 0 \leq \alpha \leq 1, \quad (64)$$

ahol a $\lambda_1(\alpha)$ függvényt a 8. ábrán rajzoltuk fel. A vivőfrekvencia eltolódását a modulátor és a keverő áramkörök frekvenciahibája okozhatja. Ennek hatására a PSK-jel spektrumának közepe nem esik össze a sávszűrők közepével, és az ekvivalens alapsávi spektrum ideális szűrők esetén is elveszti konjugált szimmetriáját (9. ábra). Az így előálló négyzetes átlaghibát felülről becsüljük, ha feltételezzük, hogy az eredő alapsávi ekvivalens spektrum tolódik el kis η hibafrekvenciával:

$$Z(\omega) = C(\omega + \eta) \approx C(\omega) + \eta C'(\omega), \quad (65)$$

ahol a vessző deriválást jelöl. Az ε_{10}^2 értékét az (53) egyenlet alapján írjuk fel:

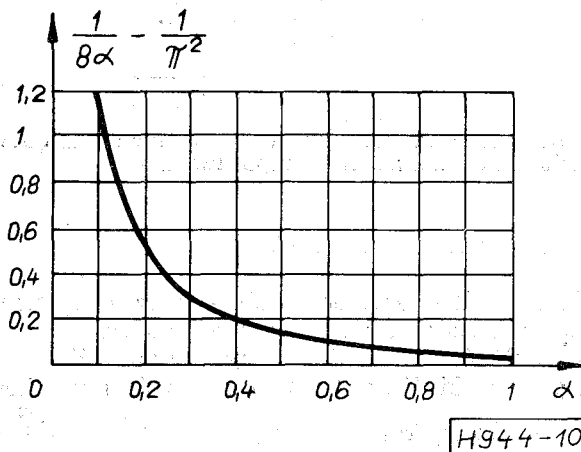
$$\varepsilon_{10}^2 = \eta^2 (|\mathcal{M}_1[C'(\omega)]|^2 - \langle \mathcal{M}_1[C'(\omega)] \rangle^2). \quad (66)$$

A cosinusos lekerekítésű karakterisztikák esetére a kijelölt műveletek elvégezhetők:

$$\varepsilon_{10}^2 = \eta^2 T^2 \left(\frac{1}{8\alpha} - \frac{1}{\pi^2} \right), \quad 0 \leq \alpha \leq 1, \quad (67)$$

amelynek menétét az α függvényében a 10. ábrán tüntettük fel.

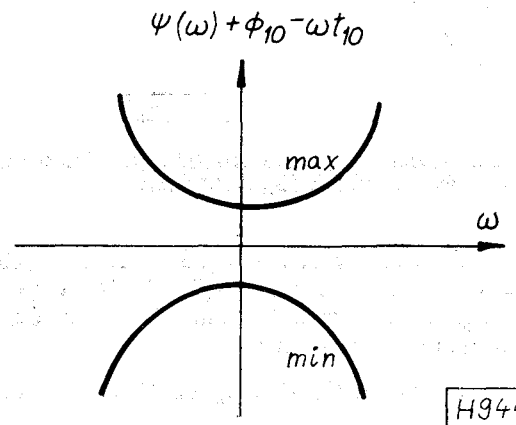
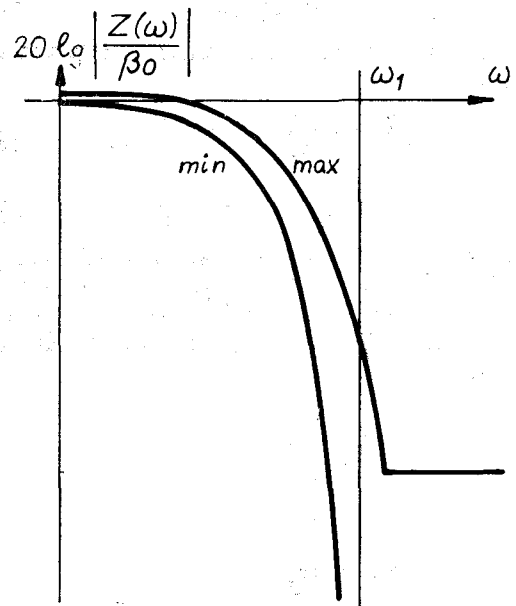
Megállapíthatjuk tehát, hogy az α növelésével nő a sáv szélességigény, de csökken a szinkronhiba és a vivőfrekvenciahiba érzékenysége.



10. ábra. A frekvenciahiba érzékenységi tényezője a lekerekítési tényező függvényében

Vizsgáljuk meg másodszer a szűrőtervezés kérdéseit. Az előírt négyzetes átlagtorzítás elérése a fenti analízisformulákra alapozott optimalizálást igényel. Az optimalizáláshoz szükséges kiindulási szűrőparaméterek megválasztását toleranciafüggvények előállításával és más kvalitatív megfontolásokkal segítjük. A toleranciafüggvények előállításához a következő feltevésekkel élünk:

- ε_{10}^2 -t egyenlően osztjuk fel amplitúdó- és fázishibából eredő torzításra,
- az (56) egyenlet értékelése során az euklideszi normák integráljaiban a hibák egyenletes eloszlásúak a frekvencia szerint,
- három Nyquist-intervallumot veszünk figyelembe,
- $C(\omega)$ pozitív és monoton.



11. ábra. Az eredő amplitúdó- és fáziskarakterisztikák toleranciasémájának jellege

A fenti feltevésekkel a következő toleranciasémák származtathatók:

$$20 \lg \left(C(\omega) - \frac{\varepsilon_0}{3\sqrt{2}} \right) \leq 20 \lg \frac{Z(\omega)}{\beta_{10}} \leq$$

$$\leq 20 \lg \left(C(\omega) + \frac{\varepsilon_0}{3\sqrt{2}} \right), \quad \text{ha } |\omega| < \omega_1, \quad (68)$$

$$20 \lg \left| \frac{Z(\omega)}{\beta_{10}} \right| \leq 20 \lg \left(C(\omega) + \frac{\varepsilon_0}{3\sqrt{2}} \right),$$

$$\text{ha } \omega_1 < |\omega| < \frac{2\pi}{T},$$

ahol ω_1 -t a következő módon definiáljuk:

$$C(\omega_1) = \frac{\varepsilon_0}{3\sqrt{2}}, \quad (69)$$

továbbá az áteresztő tartományban:

$$|\psi(\omega) + \Phi_{10} - \omega t_{10}| \leq \frac{1}{C(\omega)} \frac{\varepsilon_0}{3\sqrt{2}}. \quad (70)$$

A (68) és (70) toleranciasémák jellegét a 11. ábrán rajzoltuk meg. Ezzel a hibafüggvényeket a $C(\omega)$ -hoz illesztettük, míg a fordítottja történt a [4] publikációban.

A $t_{10} = t_{20}$ feltétel közelítéséhez a (70) toleranciafüggvény megtartása általában nem elegendő, e feltételt numerikusan kell vizsgálni az (58) alapján. Általában annyit mondhatunk csak, hogy a fázis-karakterisztikát a π/T Nyquist-frekvencián túl is korrigálni kell. Megjegyezzük még, hogy a

$$t_{10} = t_{20} = \frac{\psi(\pi/T)}{\pi/T} \quad (71)$$

feltételt is meg kell tartani, ha a szinkronvisszaállító áramkör felszinkronizálását 1010... előkód sorozat segíti.

6. Összefoglalás

A jelen cikkben PSK adatátviteli rendszer tervezéséhez szükséges ismereteket foglaltunk össze. A PSK rendszermodellét mind a (7) nemlineáris transzformációval, mind a (8) $M/2$ változós lineáris transzformációval megadtuk. Az utóbbi modell alapján gazdaságosabban realizálható többfázisú szorzó-demodulátort javasoltunk, és ezen a modellen alapulnak a négyzetes átlaghiba-számítások is. Az ideális adatátvitel feltételének tömör megfogalmazását az \mathcal{N}_1 [], \mathcal{N}_2 [], majd később az \mathcal{M}_1 [], \mathcal{M}_2 [] Nyquist-operátorok bevezetése tette lehetővé.

Az adatátviteli számításokat a négyzetes átlaghiba alapján végeztük el. Zárt formában megadtuk kis perturbációk által okozott négyzetes átlaghibát. Így vettük figyelembe a szűrő-karakterisztikák hibáit, a visszaállított vivő fázisának és a visszaállított szinkronjel késleltetésének hibáit, valamint a vivő-frekvenciák eltolódását és végül a szomszéd csatornák

áthallását. A számítások során a mintavételes detekciót tekintettük elsődlegesnek, a visszaállított szinkronjel késleltetésének figyelembevétele azonban megkövetelte a számítások kiterjesztését a küszöb-detekcióra is. Általános és zárt formájú kifejezéseket adtunk az optimális visszaállított vivőfázisra és szinkronkésleltetésre, ezek érzékenységre és a minimális négyzetes átlaghibára. Az eredmények nemcsak PSK, de QAM adatátvitelre is érvényesek.

A fenti eredmények alapján szűrőtervezési eljárást adtunk: a névleges karakterisztikát úgy választottuk meg, hogy kompromisszumot kötöttünk a sávszélesség és az érzékenységi tényezők között, majd a hibafüggvényeket a névleges karakterisztikához illesztettük.

Köszönetnyilvánítás

Köszönettel tartozom dr. Baranyi Andrásnak (TKI), Hinsenkamp Lászlónak (TKI), és Szebeni Jánosnak (FOKGYEM) az ötleteket adó megbeszélésekért és Benedek Andornak (TKI) egy inspiráló beszélgetésért.

I R O D A L O M

- [1] Gordos G.—Varga A.: Adatátvitel és adatfeldolgozás. BME kézirat. Tankönyvkiadó, Budapest, 1975.
- [2] Lucky, R. W.—Satz, J.—Weldon, E. J.: Adatátvitel. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1973.
- [3] L. E., Franks: Further Results on Nyquist's problem in Pulse Transmission, *IEEE Trans. Commun. Technol.*, vol. COM-16, no. 4, pp. 337—340, April 1968.
- [4] F. S. Hill, Jr.: A Unified Approach to Pulse Design in Data Transmission, *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-25, no. 3, pp. 346—354, March 1977.
- [5] L. F. Lind and S. E. Nader: On Designing PAM Pulses Optimally Tolerant to Timing Jitter, *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-26, no. 1, pp. 127—131, Januar 1978.
- [6] D. D. Falconer and D. I. Foschini: Theory of Minimum Mean-Square-Error QAM Systems Employing Decision Feedback Equalization, *B.S.T.J.* vol. 52, no. 10, pp. 1821—1849, December 1973.
- [7] Kósa Zsuzsa—Szebeni János: Gradiens adaptív kiegyenlítő modellezése, *Híradástechnika*, XXXI. évf. 8. szám, 281—288. old., 1980. augusztus.
- [8] Henk Tamás: PSK adatátviteli modemek szűrőtervezés orientált torzítástanalízise. Egyetemi doktori értekezés, Budapesti Műszaki Egyetem, 1977. szeptember.
- [9] Henk Tamás: PSK adatátvitel modellezése, *TKI Közleményei*, XXII. évf., 3. szám, 31—56. old. 1977.
- [10] Henk Tamás: PSK adatátvitel torzítástanalízise, *TKI Közleményei*, XXIV. évf., I. szám, 31—53. old. 1979.
- [11] T. Henk: Modelling Considerations and Mean Square Error Analysis for PSK Data Transmission, *Circuit Theory and Applications*, vol. 8, no. 4, pp. 343—353, October 1980.