

# Ideális kapcsoló teljesítmény-alapegyenlete

DR. MOLNÁR BÉLA

Budapesti Műszaki Egyetem  
Mikrohullámú Híradástechnikai Tanszék



## ÖSSZEFOGLALÁS

A cikk az ideális kapcsoló új, általánosan érvényes egyenletét mutatja be. Az egyenlet alkalmazásainak egyikéből következik, hogy véges kimeneti teljesítmény mellett semmilyen lineáris hálózattal sem biztosítható a kapcsoló áram és feszültség jelalakjának egyidejű folytonossága.

A disszipáció csökkentésének és a hatásfok növelésének érdekében fejlesztették ki a különféle kapcsolóüzemű erősítőket. Magas működési frekvencia esetén a kapcsoló véges átkapcsolási ideje miatt, csak olyan elrendezés alkalmazható, amelyben a kapcsoló működési frekvenciája megegyezik a kimeneti frekvenciával.

A kapcsoló dinamikus veszteségét az átkapcsolás pillanatában fellépő feszültség- vagy áramugrás nagysága határozza meg. A dinamikus veszteség akkor lenne kicsi, ha sikerülne megszüntetni a kapcsoló feszültségének és áramának hirtelen megváltozását. Az ugrásmentes üzemnek további előnye lenne, hogy lehetőséget teremtene a szinuszzel történő vezérlésre, tehát kapcsolóüzemet tenne lehetővé anélkül, hogy szükség lenne a kapcsolóeszköz impulzus meghajtására.

A legismertebb kapcsolóüzemű RF erősítő az E osztályú elrendezés [1], amelynek a részletes analízise [2]-ben található.

Az E osztályú erősítő nem teljesíti az ugrásmentesre vonatkozó követelményt, a kikapcsolás pillanatában lényeges áramugrás keletkezik. Ugyanígy nem érte el a kívánt folytonos hullámalakot az F osztályú erősítő [4], vagy az E osztályú módosított változata sem [5]. A következőkben levezetjük a ciklikusan működő disszipációmentes kapcsoló alapegyenletét, aminek egyik speciális következménye, hogy az ugrás nélküli üzem nem lehet létrehozni. Az egyenlet teljesen általános érvényű, de az ugrásmentesség bizonyításához bizonyos, bár meglehetősen gyenge, megszorítások szükségesek. Ugyanakkor a teljesítményegyenlet a kapcsolóüzemű rádiófrekvenciás erősítők továbbfejlesztésének is alapját képezheti, mivel egyértelműen megmutatja azokat a lehetőségeket és megoldási módokat, amelyek segítségével az ugrás eltüntethető a jelalakból.

A szerző két alkalommal foglalkozott az egyoldalas hangolt kapcsolóüzemű RF teljesítményerősítők működési korlátaival [6], [7], de a jelen megközelítés lényegesen általánosabb, matematikailag megalapozottabb és az alkalmazások szélesebb körét mutatja be mint a megelőzők. A következő pontban be-

DR. MOLNÁR BÉLA

A diploma megszerzését követően 1971-ben kezdett el dolgozni a Budapesti Műszaki Egyetem Mikrohullámú Híradástechnika Tanszékén. Jelenleg adjunktusi beosztásban vesz részt a tan-

szék oktatási és kutatási munkájában. 1978-ban doktorált a rádiócsatornán történő adatátvitel témakörből. Szakmai érdeklődési területei: CAD, elektronikus rendszerek elmélete, továbbá speciális áramkörök tervezése és realizálása. (\*)

bizonyítjuk a teljesítményegyenletet, majd alkalmazási példákban mutatjuk meg használhatóságát.

A bebizonyítandó kifejezés:

$$\sum_{k=1}^{\infty} k^2 P_k = \frac{T}{8\pi^2} S \Delta, \text{ ahol}$$

$P_k$  a kapcsolóba áramló teljesítmény a  $k$  felharmonikus frekvencián,  $T$  a kapcsoló ciklikus működésének periódus ideje,  $\Delta$  a kapcsoló feszültségének vagy áramának az átkapcsolás időpontjában fellépő megváltozása (a feszültség vagy áram időfüggvények közül azt kell figyelembe venni, amelyik ugrást tartalmaz),  $S$  a kapcsoló feszültségének vagy áramának változási meredeksége a kapcsoló átkapcsolása után (a feszültség és áram időfüggvények közül azt kell figyelembe venni, amelyik nem tartalmaz ugrást).

Az energiaegyenlet levezetése

A levezetés során feltesszük, hogy a feszültség időfüggvény folytonos, az áram időfüggvény pedig a kapcsoláskor tartalmaz ugrást. Ezek a megszorítások a levezetés szempontjából nem lényegesek, de könnyebbé teszik az áttekintést.

Tekintsük a feszültség és áram időfüggvények differencia hányados függvényét:

$$\frac{u(t+\tau) - u(t)}{\tau},$$

$$\frac{i(t+\tau) - i(t)}{\tau},$$

ahol  $\tau$  egyelőre rögzített paraméter. A differencia hányados képzéshez tartozó átviteli függvény:

$$K(j\omega) = \frac{e^{j\omega(t+\tau)} - e^{j\omega t}}{\tau} \cdot \frac{1}{e^{j\omega t}} = j e^{j\omega \frac{\tau}{2}} \left[ \frac{2}{\tau} \sin \omega \frac{\tau}{2} \right]. \quad (1)$$

A kapcsolón mérhető feszültség és áram Fourier-sora:

$$u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k \sin(k\omega_0 t + \Phi_{Uk}) \quad (2)$$

$$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k \sin(k\omega_0 t + \Phi_{Ik}) \quad (3)$$

A kapcsolóba áramló teljesítmény az egyes harmonikusokon:

$$P_0 = U_0 I_0 \quad (4)$$

$$P_k = \frac{1}{2} U_k I_k \cos(\Phi_{Uk} - \Phi_{Ik}) \quad (5)$$

A differencia hányados függvényekre alkalmazhatjuk a Parseval-tételt:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{T} \int_0^T \frac{u(t+\tau) - u(t)}{\tau} \cdot \frac{i(t+\tau) - i(t)}{\tau} dt = \\ & = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} |K(jk\omega_0)|^2 U_k I_k \cos(\Phi_{Uk} - \Phi_{Ik}) \quad (6) \end{aligned}$$

(1) és (5) figyelembevételével:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{T} \int_0^T \frac{u(t+\tau) - u(t)}{\tau} \cdot \frac{i(t+\tau) - i(t)}{\tau} dt = \\ & = \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{\tau} \sin k\omega_0 \frac{\tau}{2} \right)^2 P_k. \quad (7) \end{aligned}$$

Átrendezve az előző egyenletet:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{\tau\omega_0} \sin k \frac{\omega_0 \tau}{2} \right)^2 P_k = \\ & = \frac{T}{4\pi^2} \int_0^T \frac{u(t+\tau) - u(t)}{\tau} \cdot \frac{i(t+\tau) - i(t)}{\tau} dt. \quad (8) \end{aligned}$$

A fenti egyenlet  $\tau$  minden értékére igaz, tehát a  $\tau \rightarrow 0$  határértéket is képezhetjük az egyenlet mindkét oldalán.

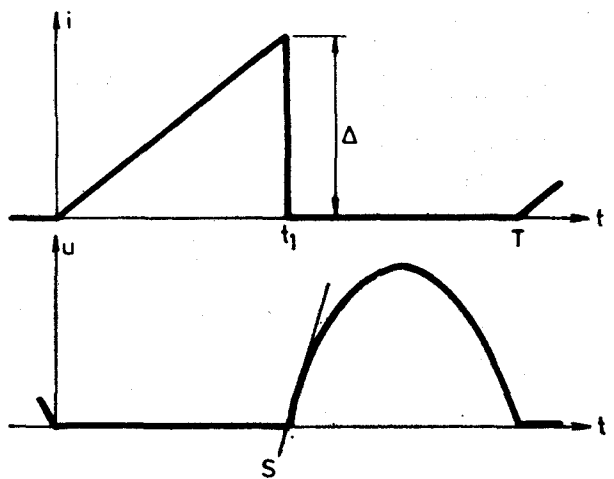
$$\begin{aligned} & \lim_{\tau \rightarrow 0} \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{\tau\omega_0} \sin k \frac{\omega_0 \tau}{2} \right)^2 P_k = \\ & = \frac{T}{4\pi^2} \lim_{\tau \rightarrow 0} \int_0^T \frac{u(t+\tau) - u(t)}{\tau} \cdot \frac{i(t+\tau) - i(t)}{\tau} dt. \quad (9) \end{aligned}$$

Az egyenlet bal oldalán tagonként képezve a határértéket és figyelembe véve, hogy

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \left( \frac{2}{\tau\omega_0} \sin k \frac{\omega_0 \tau}{2} \right)^2 = k^2 \quad (10)$$

a kifejezés bal oldala egyszerűbb alakra hozható:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{\infty} k^2 P_k = \\ & = \frac{T}{4\pi^2} \lim_{\tau \rightarrow 0} \int_0^T \frac{u(t+\tau) - u(t)}{\tau} \cdot \frac{i(t+\tau) - i(t)}{\tau} dt. \quad (11) \end{aligned}$$



1. ábra

H844-1

A kikapcsolás környezetében a feszültség és áram időfüggvények:

$$u(t) = \begin{cases} (1+h_1)(t-t_1)S & \text{ha } t > t_1 \\ 0 & \text{ha } t < t_1 \end{cases} \quad (12)$$

$$i(t) = \begin{cases} (1+h_2)\Delta & \text{ha } t < t_1 \\ 0 & \text{ha } t > t_1 \end{cases} \quad (13)$$

ahol  $t_1$  a kikapcsolás időpontja,  $h_1$  és  $h_2$  relatív hibatagok, amelyek eltűnnek a kikapcsolás időpontjánál.

Az időfüggvényeket az 1. ábra szemlélteti. Visszahelyettesítve a (11) egyenletbe:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{\infty} k^2 P_k = \\ & = \frac{T}{8\pi^2} S\Delta \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{2}{\tau^2} \int_{(t_1-\tau)}^{t_1} (1+h_1)(1+h_2)(t-\tau-t_1) dt. \quad (14) \end{aligned}$$

Az előző kifejezésben már figyelembe vettük, hogy az integrálandó függvény a  $(t_1-\tau; t_1)$  intervallumon kívül eltűnik.

Az integrált minorálva és majorálva:

$$\begin{aligned} & \frac{T}{8\pi^2} S\Delta \lim_{\tau \rightarrow 0} \left[ (1+h_{1,\min})(1+h_{2,\min}) \frac{2}{\tau^2} \int_{(t_1-\tau)}^{t_1} (t-\tau-t_1) dt \right] \cong \\ & \cong \sum_{k=1}^{\infty} k^2 P_k \cong \quad (15) \end{aligned}$$

$$\cong \frac{T}{8\pi^2} S\Delta \lim_{\tau \rightarrow 0} \left[ (1+h_{1,\max})(1+h_{2,\max}) \frac{2}{\tau^2} \int_{(t_1-\tau)}^{t_1} (t-\tau-t_1) dt \right].$$

Figyelembe véve, hogy

$$\int_{(t_1-\tau)}^{t_1} (t-\tau-t_1) dt = \frac{\tau^2}{2} \quad (16)$$

és azt, hogy a hibatagok határértéke zérus, az egyenlőtlenség a következő formájúra egyszerűsödik:

$$\frac{T}{8\pi^2} S\Delta \cong \sum_{k=1}^{\infty} k^2 P_k \cong \frac{T}{8\pi^2} S\Delta. \quad (17)$$

Amiből következik a

$$\sum_{k=1}^{\infty} k^2 P_k = \frac{T}{8\pi^2} S\Delta \quad (18)$$

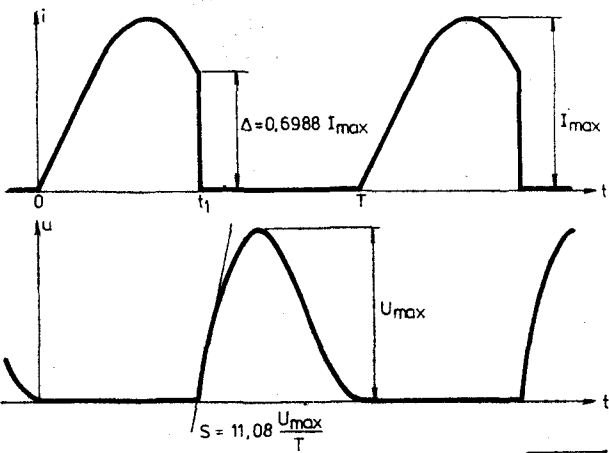
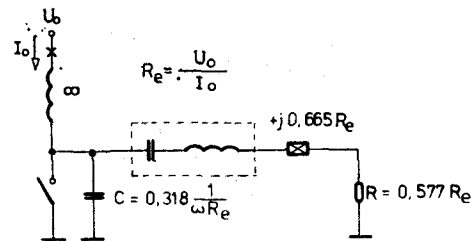
teljesítményegyenlet.

Ha a bekapcsoláskor is fellép áram- vagy feszültségugrás, azt a teljesítményegyenlet jobb oldalán egyszerű összeggel vehetjük figyelembe.

### Alkalmazások

A továbbiakban egyszerű alkalmazásait mutatjuk be az ideális kapcsoló teljesítményegyenletének.

Az első eset legyen a klasszikus E osztályú erősítő, amelynek a kapcsolási rajzát és jelalakjait a 2. ábra mutatja.



2. ábra

Az illesztő hálózat kiszűri a felharmonikusokat, csak az alapharmonikus teljesítmény jelenhet meg a kimeneten:

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = -P_{ki} \\ P_2 = 0 \\ \vdots \\ P_k = 0 \end{array} \right\} \quad (19)$$

A negatív előjelre a teljesítményáramlás iránya miatt van szükség, mivel  $P_k$  a kapcsolóba áramló

teljesítményt jelenti, a terhelésre pedig csak a kapcsolóból juthat nagyfrekvenciás teljesítmény.

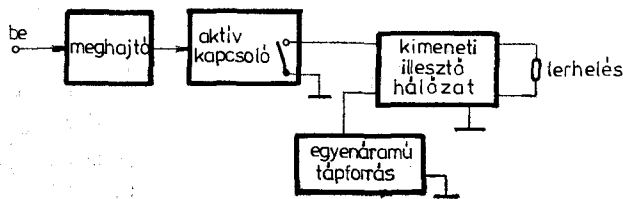
A teljesítményegyenletet alkalmazva:

$$P_{ki} = -\frac{T}{8\pi^2} S\Delta. \quad (20)$$

Behelyettesítve az E osztályú erősítő 2. ábrán is feltüntetett jellemzőit:

$$P_{ki} = -\frac{T}{8\pi^2} 11,08 \frac{U_{Max}}{T} 0,6988 I_{Max} = 0,0981 U_{Max} I_{Max} \quad (21)$$

Ami teljes egyezésben van az irodalomból ismert értékkel [1], [2].



3. ábra

A következő eset legyen az általánosított E osztályú erősítő, amelyet a 3. ábra mutat. Az illesztő hálózatról csak azt tételezzük fel, hogy passzív és lineáris.

Az egyes harmonikus frekvenciákon kisebb (vagy legfeljebb azonos) kimeneti teljesítményt kaphatunk, mint ami a kapcsolóból származott

$$\begin{array}{l} 0 \cong P_{1,ki} \cong -P_1 \\ 0 \cong P_{2,ki} \cong -P_2 \\ \vdots \\ 0 \cong P_{k,ki} \cong -P_k \end{array} \quad (22)$$

Visszahelyettesítve az egyenlőtlenségrendszer a teljesítményegyenletbe:

$$0 \cong \sum_{k=1}^{\infty} k^2 P_{k,ki} \cong -\frac{T}{8\pi^2} S\Delta. \quad (23)$$

Ha ugrást nem tartalmazó üzemet tételezzük fel, akkor az egyenlőtlenség mindkét határa zérus:

$$0 \cong \sum_{k=1}^{\infty} k^2 P_{k,ki} \cong 0 \quad (24)$$

ami csak akkor lehetséges, ha nincs kimeneti teljesítmény.

### Összefoglalva

Ugrásmentes üzemet csak teljesítmény nélküli esetben érhető el, ami a gyakorlat szempontjából érdektelen. A lineáris passzív illesztő hálózattal felépülő kapcsolóüzemű erősítőknél a kapcsoló feszültség vagy áram jelalakja közül az egyiknek tartalmaznia kell ugrást.

- [1] *N. O. Sokal, A. D. Sokal*: Class E — A new class of high-efficiency tuned single-ended switching power amplifiers, IEEE J. Solid-State Circuits, vol. SC-10, June 1975.
- [2] *F. H. Raab*: Idealized operation of the class E tuned power amplifier, IEEE Trans. Circuits Syst., vol. CAS-24, Dec. 1977.
- [3] *H. Raab*: Effects of circuit variations on the class E tuned power amplifier, IEEE J. Solid-State Circuits, vol. SC-13, April 1978
- [4] *F. H. Raab*: High efficiency amplification techniques, IEEE Circuits Systems Newslett., vol. 7, Dec. 1975.
- [5] *M. Kazimierczuk*: Class E tuned power amplifier with shunt inductor, IEEE J. Solid-State Circuits, vol. SC-16, Febr. 1981.
- [6] *Molnár B.*: Egyoldalas hangolt kapcsolóüzemű RF teljesítményerősítők és működési korlátaik, Kandó Kálmán Villamosipari Műszaki Főiskola VII. Tudományos Ülésszak Híradásipari Szekció Kiadvány, 1982. május.
- [7] *B. Molnár*: Basic limitations on waveforms achievable in single-ended switching-mode tuned power amplifiers, megjelenés alatt, IEEE J. Solid-State Circuits.
-