

Folytonosan ekvivalens RLC-hálózatok generálása számítógéppel

MÓZES TIBÓR

E cikk megírására két okból került sor. Egyrészt a híradástechnikában fontos szerepet játszanak az ekvivalens hálózatok, mivel egy kitűzött feladat sokféle módon oldható meg és a sokféle megoldás között a realizálandó kapcsolást több szempont alapján választjuk ki. A döntési szempontok lehetnek technológiai, elemszám szerinti, költség, érzékenység stb. jellegűek. E dolgozatban érzékenység-négyzetösszeg minimalizálása az optimalizálási szempont változatlan transzfer függvény biztosítása mellett. E témával magyar nyelven csak két helyen találkoztunk [2, 3], ahol Schoeffler módszerének [1] rövid összefoglalása található.

A másik ok, amiért e cikk megírásra került az, hogy a számítógépes áramkörtervezés egyre szélesebb körben terjed el, de folytonosan ekvivalens hálózatok gépi generálásával hazánkban eddig nem foglalkoztak. E cikkben ismertetésre kerül a MINTOL program, amely a BME Híradástechnikai Elektronika Intézetben készült és minden érdeklődő számára hozzáférhető.

A Schoeffler-módszer

A Schoeffler-módszer egy valamely ismert szintézis-eljárással előállított passzív RLC-hálózathoz az átviteli függvényre nézve ekvivalens hálózatok egy halmazát állítja elő. Az eljárás a hálózat csomóponti admittancia mátrixát transzformálja, a Z_T transzfer impedancia értékének változatlanul hagyása mellett.

A hálózat i -edik és j -edik csomópontját tekintve be, ill. kimeneti pontnak (a kétkapu közös pontja a földpont), a transzfer impedancia

$$Z_T = Y_{ij}^{-1} \quad (1)$$

vagyis az admittancia mátrix inverzének ij -edik eleme. Az

$$Y'' = AY A^t \quad (2)$$

transzformáció invariáns a transzfer impedanciára nézve, ha

$$Y''_{ij}{}^{-1} = Y_{ij}^{-1} \quad (3)$$

A (2) transzformációs összefüggés figyelembevételével könnyen belátható, hogy a (3) azonosság fennáll, ha az A mátrix i -edik és j -edik sora i -edik, illetve j -edik egységvektor. A -t mindig felírhatjuk

$$A = E + Bv \quad (4)$$

alakban, és így v minden értékéhez egy $A(v)$ mátrix tartozik. Mivel A a fenti megadási mód mellett a v paraméter folytonos függvénye, az $Y''(v)$ mátrix elemei és így a hozzá tartozó hálózat elemei is v folytonos függvényei. Ily módon tehát olyan hálózatokat generálhatunk, melyek elemeinek értéke folytonosan megy át egymásba a v paraméter folytonos változtatása esetén, átviteli függvényük pedig a kijelölt csomópontpárra nézve változatlan marad. Az így kapott hálózatösszegességi elemeit folytonosan ekvivalens hálózatoknak nevezzük.

A (4) kifejezéssel definiált B mátrix tetszőlegesen választható azzal a kikötéssel, hogy i , j -edik sorai nullvektorok, továbbá az $A = E + Bv$ mátrix nem lehet szinguláris.

Alkalmazzunk egy, az előbbiekhöz hasonló módszert, mely kissé más jellegű eredményre vezet. Legyen a $[0, v]$ Δv_1 hosszú szakaszokra felosztott intervallumon

$$Y''(0) = Y_0, \quad A_0 = E + B\Delta v_1$$

mellett

$$Y''_k(n\Delta v_k) = A_0 Y''_k((n-1)\Delta v_k) A_0^t.$$

Finomítsuk a felosztást minden határon túl és tetelezzük fel, hogy adott osztáspontokhoz rendelt hálózatoknak az osztásszámmal indexelt sorozata véges létező határértékhez tart. Az adott osztáspont-hoz tartozó transzformált admittanciamátrix értékének tekintsük ezt a mátrixhatárértéket. Így a pontonkénti határértékre való áttérés után a csomóponti admittanciamátrixok megszámlálhatóan végtelen sokaságát kapjuk. Az intervallum azon continuum számosságú pontjaihoz — melyek egyik finomításnak sem osztáspontjai — rendeljük hozzá a transzformált mátrixok v paraméter szerint e pontban vett határértékét. Bizonyítás nélkül fogadjuk el, hogy $Y(v)$ v -nek folytonos függvénye.

Bizonyítható, hogy

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta v \rightarrow 0} [Y(v + \Delta v) - Y(v)] / \Delta v &= \\ &= B'Y + YB + \lim_{\Delta v \rightarrow 0} B'YB\Delta v \end{aligned} \quad (5)$$

*A szerző 1981. dec. 16-án hosszú betegség után elhunyt. E cikket dr. Solymosi János (BME-HEi) állította össze, tisztelettel adózva ezzel — a többi oktató nevében is — a volt tanítványak.

azaz

$$d\mathbf{Y}/dv = \mathbf{B}'\mathbf{Y} + \mathbf{Y}\mathbf{B} \quad (6)$$

RLC-hálózat esetén az \mathbf{Y} mátrix mindig felbontható a hálózat konduktanciáiból, kapacitásaiból, induktanciáiból álló részhálózatok csomóponti admittanciamátrixaira:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_G + \mathbf{Y}_C + \mathbf{Y}_R$$

Könnnyen belátható, hogy ekkor

$$d\mathbf{Y}_G/dv = \mathbf{B}'\mathbf{Y}_G + \mathbf{Y}_G\mathbf{B} \quad (7)$$

$$d\mathbf{Y}_C/dv = \mathbf{B}'\mathbf{Y}_C + \mathbf{Y}_C\mathbf{B}$$

$$d\mathbf{Y}_R/dv = \mathbf{B}'\mathbf{Y}_R + \mathbf{Y}_R\mathbf{B}$$

Mivel \mathbf{Y} elemei a hálózat admittanciáinak lineáris kombinációi, (7)-ből a hálózatelemek v paraméter szerinti deriváltjai is meghatározhatók:

$$dg/dv = \mathbf{M}g \quad dc/dv = \mathbf{M}c \quad d\gamma/dv = \mathbf{M}\gamma \quad (8)$$

ahol

$$\mathbf{g}' = [g_1, \dots, g_N], \quad \mathbf{c}' = [c_1, \dots, c_N], \quad \boldsymbol{\gamma}' = [\gamma_1, \dots, \gamma_N]$$

\mathbf{M} pedig (7)-ből a hálózatelemek szerinti átcsoportosítással megkapható.

Legyen Q_i a hálózat F átviteli függvényének az x_i elem szerinti félig relatív érzékenysége:

$$Q_i = \partial \ln F / \partial x_i = (1/F) \partial F / \partial x_i.$$

Az átviteli függvény értéke a transzformáció során nem változhat, azaz

$$dF/dv = \sum_i (\partial F / \partial x_i) (dx_i/dv) = [\partial F / \partial \mathbf{x}]^t \cdot d\mathbf{x}/dv = \mathbf{0}.$$

Alkalmos helyettesítésekkel

$$dF/dv = \mathbf{F}\mathbf{Q}'_+ \mathbf{M}_+ \mathbf{x} = \mathbf{0},$$

ahol

$$\mathbf{M}_+ = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} G \\ C \\ I \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q}_+ = \begin{bmatrix} q_G \\ q_C \\ q_I \end{bmatrix}$$

Az előzők alapján

$$\begin{aligned} \partial / \partial \mathbf{x} (d \ln F / dv) &= \partial / \partial \mathbf{x} (\mathbf{q}'_+ \mathbf{M}_+ \mathbf{x}) = \\ &= \partial \mathbf{q}'_+ / \partial \mathbf{x} \mathbf{M}_+ \mathbf{x} + [\mathbf{q}'_+ \mathbf{M}_+]^t = \mathbf{0}. \end{aligned}$$

Feltételezzük, hogy

$$\begin{aligned} \partial^2 F / \partial x_i \partial x_j &= \partial^2 F / \partial x_j \partial x_i, \quad \text{vagyis} \\ (\partial \mathbf{q} / \partial \mathbf{x})^t &= \partial \mathbf{q} / \partial \mathbf{x} \end{aligned}$$

(8)-ből látható, hogy $d\mathbf{x}/dv = \mathbf{M}_+ \mathbf{x}$, így

$$(\partial \mathbf{q}_+ / \partial \mathbf{x}) \mathbf{M}_+ \mathbf{x} = d\mathbf{q}_+ / dv = -\mathbf{M}'_+ \mathbf{q}_+.$$

Ez felbontható a

$$\begin{aligned} dq_G/dv &= -\mathbf{M}'_G \mathbf{q}_G & dq_C/dv &= -\mathbf{M}'_C \mathbf{q}_C \\ dq_I/dv &= -\mathbf{M}'_I \mathbf{q}_I \end{aligned} \quad (9)$$

egyenletekre.

A (8) elsőrendű differenciálegyenlet-rendszer megoldásával hálózatoknak egy paraméterezett, kontinuumnyi sokaságát kapjuk. Mivel ezek az átviteli

függvény szempontjából teljesen ekvivalensek, valamilyen optimum szerint válogathatunk is. Tekintsük feladatunknak olyan hálózat kiválasztását, melyre az F átviteli függvénynek az elemekre számított relatív érzékenység négyzetösszege $\Phi = \sum |S'_i|^2$ (adott ω_0 frekvencián) minimális, ahol

$$S'_i = \frac{\partial \ln F}{\partial \ln x_i}.$$

A megfelelő részletszámítások alapján [2]

$$d\Phi/dv = -\mathbf{q}' (\mathbf{D}'_x \mathbf{M}'_+ + \mathbf{M}_+ \mathbf{D}'_x) \mathbf{q} + 2\mathbf{x}' \mathbf{D}_Q \mathbf{D}'_Q \mathbf{M}_+ \mathbf{x} \quad (10)$$

ahol

$$\mathbf{D}_x = \text{diag} [g_1, \dots, g_N, c_1, \dots, c_N, \gamma_1, \dots, \gamma_N]$$

és

$$\mathbf{D}_Q = \text{diag} [Q_{g1}, \dots, Q_{gN}, Q_{c1}, \dots, Q_{cN}, Q_{\gamma1}, \dots, Q_{\gamma N}].$$

A (4) összefüggés felírásánál feltételeztük, hogy az \mathbf{A} transzformációs mátrix a $\mathbf{B}v$ összefüggés szerint folytonos függvénye v -nek. Általános esetben \mathbf{B} a v paraméter tetszőleges, korlátos függvénye azzal a megszorítással, hogy az $\mathbf{A} = \mathbf{E} + \mathbf{B}(v)$ transzformációs vektor nem lehet szinguláris [1]. Numerikus megoldásnál a hálózatelemekre vonatkozó (8) differenciálegyenletekkel parallel integráljuk a (9) és (10) egyenleteket. $\mathbf{B}(v)$ -t úgy választjuk, hogy $|d\Phi/dv|$ maximális legyen. A Δv integrációs lépés előjelét $d\Phi/dv$ adja meg. Ha $d\Phi/dv = \mathbf{0}$, szélsőérték helyen vagyunk és a számítást további vizsgálat alapján folytatandónak, illetve befejezettnek tekintjük.

A MINTOL program

Az elkészült program a (6) differenciálegyenletek helyett az (5) differenciaegyenletek numerikus integrálását végzi, ily módon a számítás pontossága jelentősen javul (1. ábra).

Ez gyakorlatilag a (8) transzformáció \mathbf{M} mátrixának egy másodrendű taggal való kiegészítését jelenti:

$$\mathbf{g} = (\mathbf{M} + \mathbf{D}\Delta v)\mathbf{g}\Delta v.$$

A \mathbf{D} mátrix számítása (5) alapján könnyen algoritmizálható.

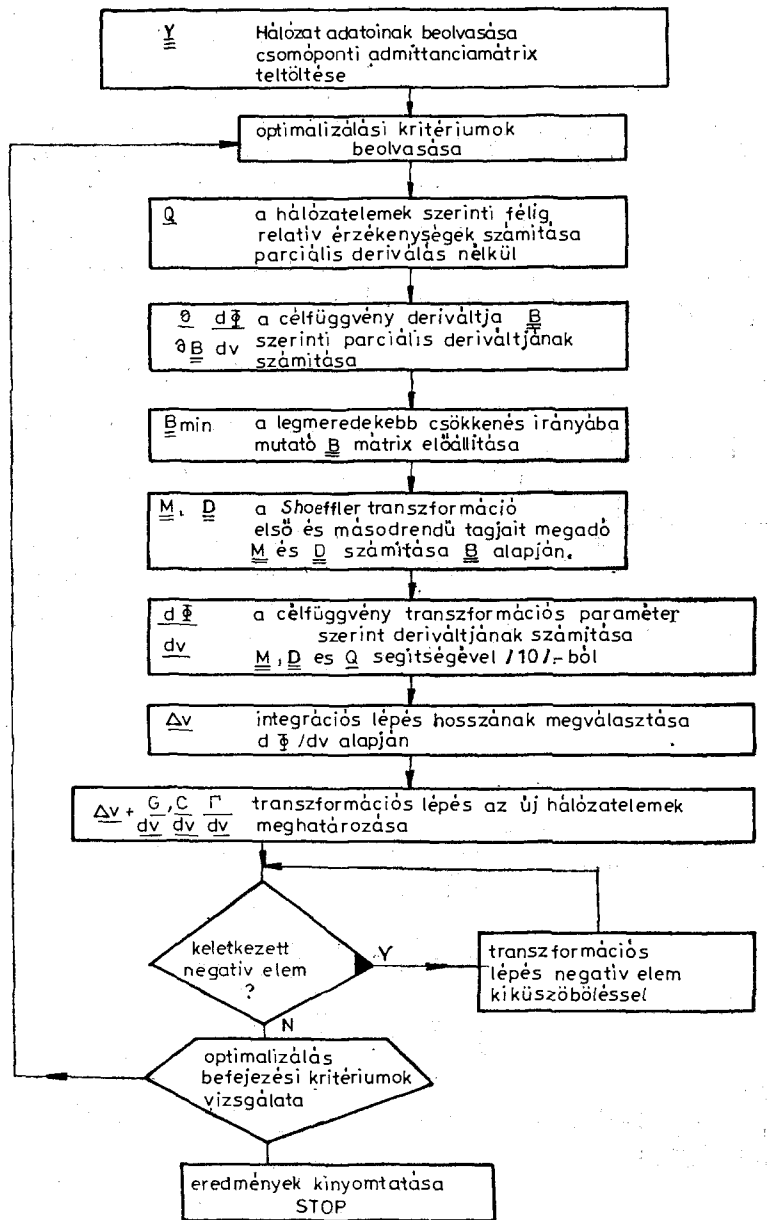
A tapasztalat azt mutatta, hogy numerikus szempontból a \mathbf{q} érzékenységek vektort célszerűbb (9) helyett közvetlen módon számítani, \mathbf{q} lineáris, passzív RLC hálózatoknál a különböző csomópontpárok — mint kétkapuk — közötti transzfer impedanciákból egyszerűen számítható, így csupán egyetlen mátrixinvertálásra van szükség a toleranciák meghatározásához [4]. Eltérő esetben a számításigényesebb, de jóval pontosabb formalisztikus eljárások jöhetnek szóba.

A transzformációt meghatározó \mathbf{B} mátrixot úgy választjuk, hogy $|d\Phi/dv|$ maximális legyen.

Szemléleteskedvéért a \mathbf{B} mátrixot tekintsük az N^2 dimenziós tér egy vektoraként, vagyis értelmezzük a

$$\mathbf{b}' = [B_{11}, B_{12}, \dots, B_{21}, B_{22}, \dots, B_{NN}]$$

vektort. \mathbf{B} elemei szerint csoportosítva



H 845-1

1. ábra. A MINTOL program blokkvázlata

$$-\frac{d\Phi}{dv} = \sum_{ij} k_{ij} b_{ij} \quad (11)$$

alakú. Mivel a \mathbf{B} mátrix elemei nyilvánvalóan korlátosak ($\sum_{ij} b_{ij}^2 \leq K$), akkor érjük el a legmeredekebb csökkenést, ha b_{ij} -t k_{ij} -vel arányosnak választjuk. Így \mathbf{b} a gradiensvektorral ellentétes irányba mutat. Azt a megkötésünket, hogy \mathbf{B} i -edik és j -edik sora $\mathbf{0}$ vektor legyen úgy érvényesítjük, hogy a feltöltött \mathbf{B} mátrix ezen sorait töröljük. Ezután a \mathbf{B} mátrixot normalizáljuk, azaz minden elemét osztjuk $\sum_{ij} b_{ij}^2$ -el.

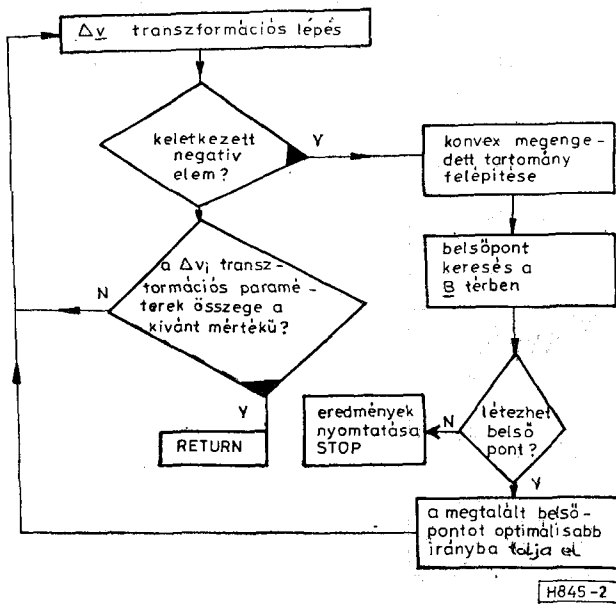
Ez gyakorlati szempontból indokolt, a differenciálegyenletek lineáris volta miatt elvi változást nem jelent.

Negatív elemek kiküszöbölése

Ha a transzformációs lépés során negatív elemek keletkeztek, a program e transzformáció eredményét elveti és olyan \mathbf{b}^* transzformációs vektort keres, mely a Φ célfüggvényre vonatkozó legmeredekebb csökkenés irányával hegyesszöget zár be és az előző lépésben negatívvá vált x_i , $i=1, \dots, n$ elemek értéke a transzformáció során nem csökken. Ez a $G_0(\mathbf{b}) \geq 0$,

$$G_i(\mathbf{b}) = \frac{dx_i}{dv} \geq 0 \quad i=1, \dots, n \quad (12)$$

feltételi egyenletek teljesítésével biztosítható, ahol $G_0(\mathbf{h})$ \mathbf{b} -nek a legmeredekebb csökkenés irányával,



2. ábra. Transzformációs lépés negatív elemek esetén

b_0 -val vett skalárszorzata és $G_i(\mathbf{h})$ a hálózat elemek és \mathbf{b} elemeinek lineáris kombinációja. $G_i(\mathbf{h})$ (12)-ből egyszerűen meghatározható és felírható $G_i(\mathbf{h}) = \mathbf{b}\mathbf{b}_i$ alakban.

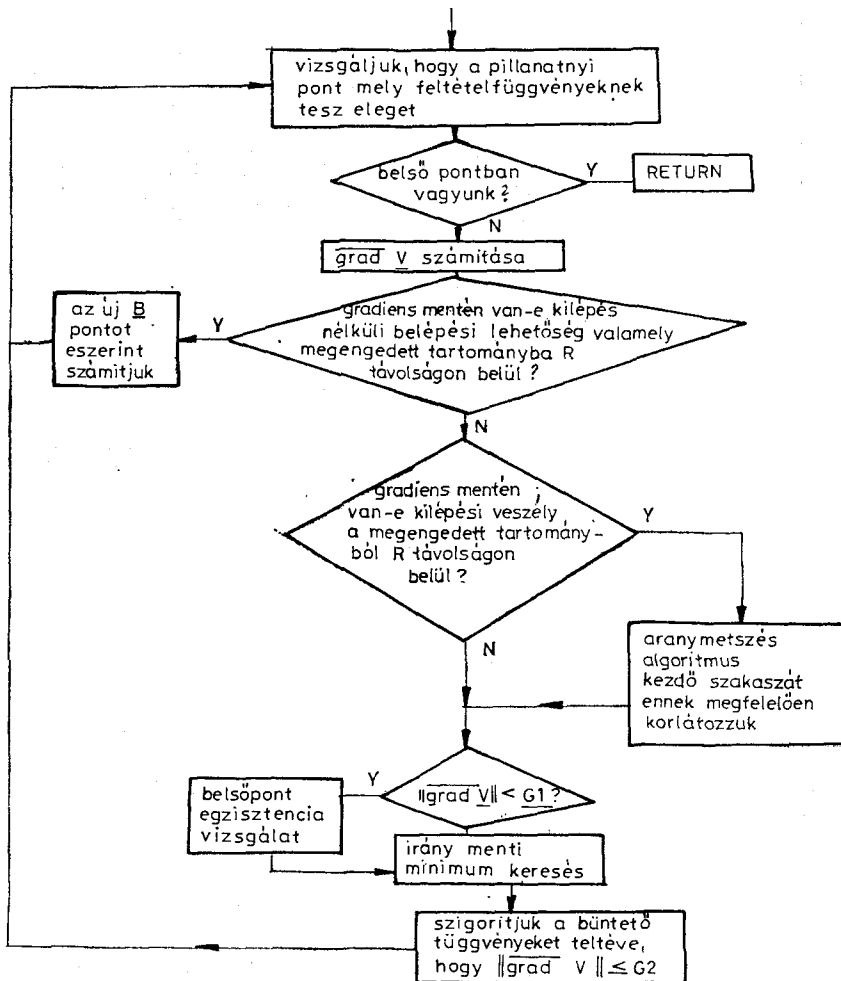
Mivel $G_i(\mathbf{b})=0$ az origóra illeszkedő, \mathbf{b}_i normálvektorú sík egyenlete, a (12) feltételi függvények általános esetben egy origó csúcspontú végtelen gúlat jelölnek ki a \mathbf{b} térben. \mathbf{b}^* előállítására két lépésben történik (2. ábra). Az első lépés eredménye egy, a feltételi tartomány belsejébe eső \mathbf{b}^b pont. Keressük \mathbf{b}_k -t, a

$$V(\mathbf{b}, r_k) = -\sum_i r_k \ln G_i(\mathbf{b}) + \sum_j \frac{\min[0, G_j(\mathbf{b})]^2}{2r_k}$$

függvény feltétel nélküli minimumhelyét. Ekkor

$$\mathbf{b}^b = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{b}_k \quad \lim_{k \rightarrow \infty} r_k = 0$$

$V(\mathbf{b}, r)$ logaritmusos tagja azokat a feltételeket érvényesíti, melyekre \mathbf{b} belső pont, a négyzetes tag pedig azokat, melyekre \mathbf{b} külső pontnak számít. Ennek eldöntése egyszerű skalárszorzással elvégezhető.



3. ábra. Belsőpontkeresés

A numerikus megoldás során, felhasználva, hogy

$$\nabla V(\mathbf{b}, r_k) = \sum_i -\frac{r_k}{G_i(\mathbf{b})} \nabla G_i(\mathbf{b}) + \sum_j \frac{\min[0, G_j(\mathbf{b}) \nabla G_j(\mathbf{b})]}{r_k}$$

vizsgáljuk, hogy van-e olyan megengedett hosszúságú gradiens menti elmozdulás, amely feltételi tartományból való kilépés nélkül egy feltételi tartományba való belépést eredményez. Ha van, akkor ilyen alkalmas elmozdulással állítjuk elő az új \mathbf{b} vektort. Ismét felépítjük a feltételi tartományt és ismételjük az előző eljárást, ahányszor lehetséges. Ezután az aranymetszés algoritmust használva gradiens menti minimumot keresünk a feltételi tartományon belül. A minimalizálás mindaddig változatlan büntetőfüggvények mellett történik, amíg a gradiens normája adott G_1 korlát alá nem csökken. A büntetőfüggvényeket az r paraméter csökkentésével szigorítjuk.

Adott számú iránymenti keresés után a program megvizsgálja, hogy létezik-e egyáltalán belsőpont, vagyis a duálfüggvény értéke nem nagyobb-e 0-nál, pontosabban, mivel csak minimumpont közelében vagyunk, ϵ -nál. A program mindaddig nem szigorítja a büntetőfüggvény rendszert, amíg egy olyan minimumpontot nem talál, ahol a gradiens abszolútértékének megfelelően kicsiny volta a vizsgálat elvégzését lehetővé teszi. Ha a megengedett tartomány üres halmaz, vagy térbeli szöge túl kicsi, a program futása befejeződik. Mivel a konvex programozási feladat lokális minimuma egyben globális minimum, az eljárás egy alkalmas \mathbf{b}^b belsőpontot eredményez (3. ábra).

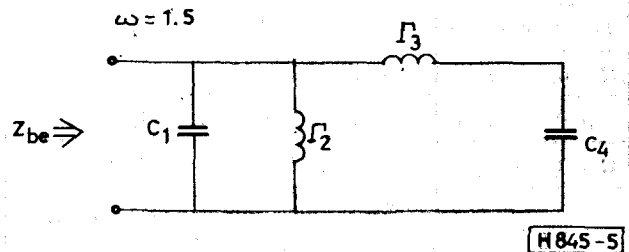
A második lépésben a \mathbf{b}^b pontból kiindulva olyan célfüggvény minimalizálását végezzük, mely az összes feltételi fal normálvektorainak és a legmerede-

kebb csökkenés irányába mutató \mathbf{b}_0 transzformációs vektor összegének a \mathbf{b} vektorral való skalárszorzata. Ezzel elérhetjük azt, hogy az új \mathbf{b}^* vektor a megengedett tartomány súlyvonalába essen, illetve ettől adott mértékben térjen el a legmeredekebb csökkenés irányába (4. ábra).

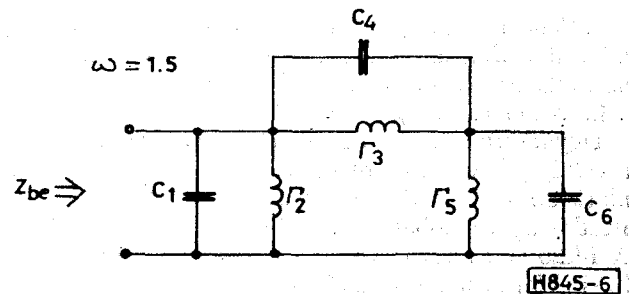
Az új transzformációs mátrix mellett vizsgálni kell, hogy mekkora a transzformációs paraméter azon maximális értéke, mellyel transzformálva még egy hálózatelem sem válik negatívvá. Erre a vizsgálatra azért van szükség, mert a konvex megengedett tartomány felállításánál a transzformációs formula lineáris tagját vettük csak figyelembe, a transzformáció végrehajtásakor azonban a másodrendű tagot is használnunk kell. Ha a Δb transzformációs paraméter értéke a megengedettnél nagyobb, akkor a program a transzformációt megengedett nagyságú résztranszformációk sorozatára vezeti vissza.

Mintapélda

Mintapéldaként a Schoeffler által kidolgozott feladatot választottuk (5. ábra), melynek paraméterei az 1. táblázatban láthatók.



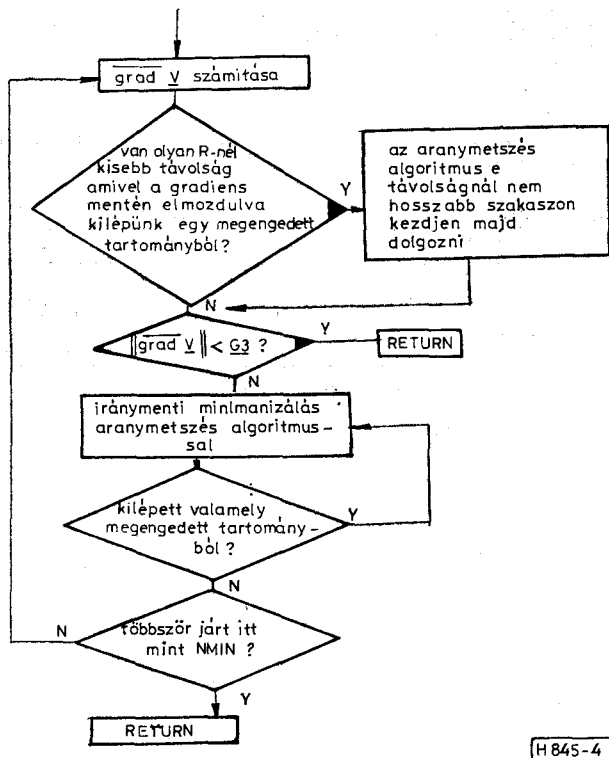
5. ábra



6. ábra

1. táblázat

Elemérték x_i	s_i^r	$ s_i ^a$
$C_1 = 1,2$	-1,8	3,24
$R_2 = 1,5$	1,0	1,0
$R_3 = 0,02$	3,0	9,0
$C_4 = 0,008\ 333$	-3,2	10,24
	$\Sigma s_i^r = -1,0$	$\Sigma s_i^r ^2 = 23,48$
	$\omega = 1,5$	$Z_{be} = -j$



4. ábra. Belsőponteltolás

Elemérték x_i	s_i^r	$ s_i^r ^2$
$C_1 = 0,52$	-0,797 929 1	0,636 69
$\Gamma_2 = 0,11$	0,075 018 2	0,005 63
$\Gamma_3 = 7,06$	1,160 725 6	1,347 28
$C_4 = 2,77$	-1,024 677 4	1,049 96
$\Gamma_5 = 1,73$	2,622 857 5	6,879 38
$C_6 = 0,89$	-3,035 994 8	9,217 26
	$\Sigma s_i^r = -1,000 0000$	$\Sigma s_i^r ^2 = 19,136 2$
	$\omega = 1,5$	$Z_{be} = -1,022 987_j$

3. táblázat

Elemérték x_i	s_i^r	$ s_i^r ^2$
$C_1 = 1,172$	-1,759 125 6	3,094 52
$\Gamma_2 = 1,448 016 2$	0,965 962 4	0,933 08
$\Gamma_3 = 0,196 116 8$	1,928 394 4	3,718 70
$C_4 = 0,0512 7$	-1,134 297 6	1,286 63
$\Gamma_5 = 0,070 816 5$	1,106 314 6	1,223 93
$C_6 = 0,05995$	-2,107 248 2	4,440 49
	$\Sigma s_i^r = -1,000 000 0$	$\Sigma s_i^r ^2 = 14,697 35$
	$\omega = 1,5$	$Z_{be} = -1,000 640 5_j$

A Schoeffler által optimalizált hálózat (6. ábra) [8] adatait a 2. táblázat tartalmazza. Erre a megoldásra az irodalomban közölt $\Sigma |s_i^r|^2 = 5,52$ hibás eredmény, a helyes érték $\Sigma |s_i^r|^2 = 19,1362$.

Ugyanerre a mintapéldára B. M. G. CHEETHAM a célfüggvényt 14,69-re minimalizálta 20 sec gépidő alatt 30 transzformációs lépéssel (3. táblázat) [5]. Eredményei valóban jól közelítik az elvi alsó határt. A 14,26 elvi határt 100%-nak véve a megoldás csak 3%-kal lépi túl ezt az értéket.

A MINTOL program ugyanerre a példára már két transzformációs lépés után ennél jobb eredményt

Elemérték x_i	s_i^r	$ s_i^r ^2$
$C_1 = 1,092 590 3$	-1,638 886 1	2,685 94
$\Gamma_2 = 1,303 724 6$	0,869 150 3	0,755 42
$\Gamma_3 = 0,863 242 9$	1,822 443 7	3,321 30
$C_4 = 0,297 399 4$	-1,412 679 8	1,995 67
$\Gamma_5 = 0,254 034 9$	1,308 416 4	1,711 95
$C_6 = 0,168 133 0$	-1,948 444 5	3,796 44
	$\Sigma s_i^r = -1,000 000 0$	$\Sigma s_i^r ^2 = 14,266 72$
	$\omega = 1,5$	$Z_{be} = -0,999 999 59_j$

adott. A lehetséges alsó határt kevesebb mint 2%-kal közelíti meg 14,51 célfüggvény értékkel, míg a 7-ik transzformációs lépés után az elvi határt kevesebb mint 0,5 ezreléssel haladja csak túl 14,26672 célfüggvény értékkel. Az átviteli függvény hibája 10^{-6} -nál kisebb (4. táblázat).

A program által szolgáltatott félig relatív érzékenységek alapján gyakorlatilag is igazolható, hogy a transzformációnak egy invariánsa a relatív toleranciák összege. A használt operációs rendszer miatt a program double precision műveleteket nem használ,

IRODALOM

- [1] J. D. Schoeffler: The synthesis of minimum sensitivity networks. IEEE Trans. on Circuit Theory, vol. CT-11. pp. 271–276, June 1964.
- [2] Géher K.: Lineáris hálózatok. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1968.
- [3] D. A. Calahan: Modern hálózatszintézis. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1969.
- [4] Mózes Tibor: Folytonosan ekvivalens hálózatok generálása. Diplomaterv, 1980.
- [5] B. M. G. Cheetham: A new theory of continuously equivalent networks. IEEE Trans. on Circuits and Systems, January 1974.
- [6] A. Fiacco—G. McCormick: Nonlinear Programming. Sequential unconstrained minimization techniques. John Wiley and Sons, Inc. New York, 1968.
- [7] Kovács Zsolt: Optimalizálási eljárások. Híradástechnika XXI. évf. 11. sz.
- [8] K. Géher: Theory of Network Tolerances. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1971.