

A telefonforgalom szolgáltatási szint paramétereinek számítása PTK—1072 zsebkalkulátorral

SCHILLING REZSŐNÉ
BHG

Bevezetés

Műszaki és tudományos számításokhoz a nagy számítógépek mellett széles körben alkalmazzák a programozható zsebszámológépeket. Utóbbiak gyártásával hazánkban a Híradástechnika Szövetkezet foglalkozik. A különböző készülékekről összefoglaló ismertetést olvashatunk az [1]-ben. Az egyik legelterjedtebb, könnyen hozzáférhető típus a PTK—1072, amely egyszerűen programozható és üzemeltethető.

A zsebkalkulátorok használata különösen célszerű a sokszor ismétlődő összefüggések számítása, vagy egyszerűbb iterációs eljárások alkalmazása esetében, így pl. telefonforgalmi paraméterek számítására is. Ennek az alkalmazási területnek a jelentőségéről tanúskodik pl. [2].

1. Célkitűzés

Az itt közölt programok célja, hogy gyakorlati segítséget nyújtsanak a forgalmi méretezéshez, ha nem állnak rendelkezésre táblázatok vagy diagramok, illetve azok értelmezési tartománya nem megfelelő. Az eddig elkészült programok az alábbiak:

1. Teljes elérhetőségű nyaláb veszteségi és várakozási jellemzői.
2. Adott vonalszám és veszteségi valószínűség mellett lebonyolítható forgalom meghatározása teljes elérhetőségű nyaláb esetén.
3. Teljes elérhetőségű nyaláb veszteségi valószínűsége korlátozott számú forgalomforrás esetében.
4. Korlátozott elérhetőségű nyaláb veszteségi valószínűsége (MPJ képlet).

2. Általános ismertetés

A programok leírása megadja a matematikai képletet, a folyamatábrát és a programlistát, majd numerikus példa következik. Az alábbiakban feltételezzük, hogy a felhasználó otthonos a PTK—1072 programozásában. A programokat a „Felhasználói utasítás”-ban alkalmazott formában adtuk meg.

A programok írásánál törekedni kell a lépésszám csökkentésére, ami többféleképpen érhető el. Így pl. a műveleteket olyan sorrendben kell végezni, hogy a legkevesebb zárójelre legyen szükség. Emlékeztetünk arra, hogy a műveletvégzés a logikai algebra szabályai szerint történik. A két utoljára beírt szám

között kijelölt műveletet a gép elvégzi és a kapott eredménnyel további számítás végezhető. Célszerű lehet a többször ismétlődő részeredmények regiszterben történő tárolása; a lépésszám további redukálására lehetőséget nyújt az x_n billentyű alkalmazása stb.

3. A programok ismertetése

3.1. Teljes elérhetőségű nyaláb veszteségi és várakozási jellemzői

Jelölje az N vonalból álló teljes elérhetőségű nyaláb felajánlott forgalmát A .

Veszteséges rendszerben a veszteség valószínűségét Erlang első képlete alapján határozzuk meg:

$$E_N(A) = \frac{A^N}{N!} \cdot \frac{1}{\sum_{i=0}^N \frac{A^i}{i!}}$$

Várakozásos rendszer esetén Erlang második képletét alkalmazzuk, ami a várakozás valószínűségét adja meg:

$$M_N(A) = \frac{NE_N(A)}{AE_N(A) + N - A}$$

Ekkor annak a valószínűsége, hogy a várakozási idő túllépi az $x t_m$ értéket, ahol t_m az átlagos tartási idő és x tetszőleges valós szám, a következő:

$$P_x = M_N(A)e^{-(N-A)x}$$

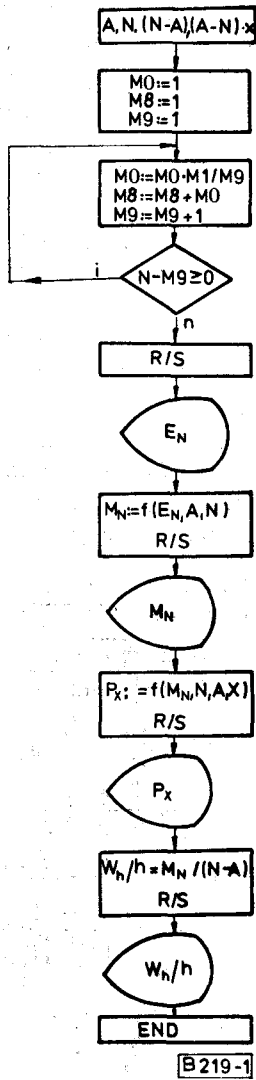
További jellemző paraméter a várakozási idő és a kiszolgálási idő aránya:

$$\frac{W_h}{h} = \frac{M_N(A)}{N - A}$$

A folyamatábra az 1. ábrán látható. A programlistát és az adatlistát az 1.1., illetve 1.2. táblázat mutatja.

A programlistát tömör formában adtuk meg, az utasítások fentről lefelé és balról jobbra következnek egymás után. Áttekinthetőség érdekében öt utasításonként választó vonalat tettünk. A balszélső oszlop felső utasítása tartozik a 00 címhez.

A program futtatásakor az eredmények a következő sorrendben jelennek meg: $E_N(A)$, $M_N(A)$, P_x , W_h/h



1. ábra. Folyamatábra a veszteséges és várakozásos Erlang képletek kiszámításához

Szám példa:

Eredmények:

Adatok: A=5

$E_N(A) = 0,0184$

N=10

$M_N(A) = 0,0361$

X=1

$P_X = 0,0002$

$W_h/h = 0,0072$

3.2. Lebonyolítható forgalom teljes elérhetőségű nyalábon

Az N vonalból álló teljes elérhetőségű nyalábon egy előírt E veszteségi valószínűség mellett lebonyolítható forgalmat, iterációs módszerrel határozzuk meg [3].

A forgalom első közelítő értéke:

$$x_0 = \frac{N}{1-E}$$

1				
M	M	÷	MR	=
0	0	MR	5	R/S
M	x_n	8	+	MR
8	MR	=	MR	6
M	2	M	3	÷
9	—	5)	MR
MR	MR	R/S	=	3
1	9	×	M	=
×	=	MR	6	R/S
MR	SKIP	2	R/S	
0	GOTO	÷	X	
÷	0	(MR	
MR	7	MR	4	
9	MR	1	F	
=	0	×	e^x	

1.2. táblázat

Regiszter	Beírandó adat
M1	A
M2	N
M3	N-A
M4	-(N-A)X

2.1. táblázat

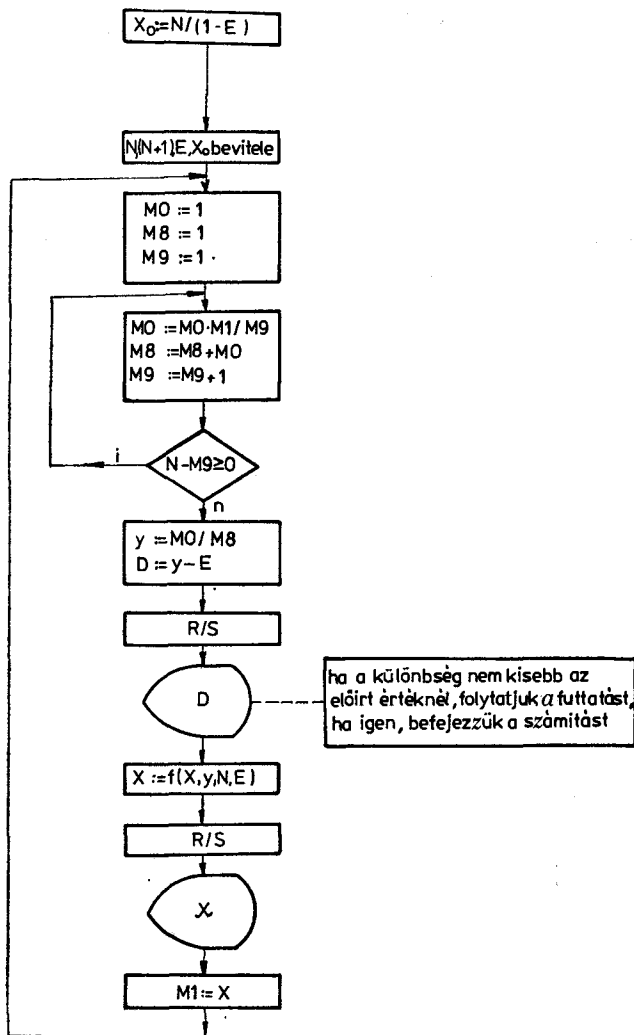
1				
M	M	÷	(5
0	0	MR	MR	—
M	x_n	8	1	MR
8	MR	=	×	1
M	2	M	MR	=
9	—	5	5	+/-
MR	MR	—	+	M
1	9	MR	MR	1
×	=	4	3	R/S
MR	SKIP	=	—	
0	GOTO	R/S	MR	
÷	0	×	1	
MR	7	MR)	
9	MR	1	÷	
=	0	÷	MR	

A (p+1)-dik lépésben kapott közelítés:

$$x_{p+1} = x_p - \frac{(y_p - E)x_p}{(x_p y_p + N + 1 - x_p)y_p}$$

ahol $y_p = E_N(x_p)$.

A folyamatábrát a 2. ábra, a programlistát és az adatlistát a 2.1. és a 2.2. táblázat mutatja. A forgalom x_0 első közelítő értékét adatként írjuk be az M1 tárolóba.



B 219-2

2. ábra. Folyamatábra adott veszteség és vonalszám mellett átvitt forgalom meghatározásához

2.2. táblázat

Regiszter	Beírandó adat
M1	$x_0 = N/(1-E)$
M2	N
M3	N+1
M4	E

A program futtatásakor az első kiírt adat a közelítő forgalommal számított veszteség és az előírt E érték különbsége. Ha még nem értük el a kívánt pontosságot, folytatjuk a számítást. A második kiírt adat a forgalom újabb közelítő értéke. Ismételtjük a futtatást mindaddig, amíg a számított és az előírt veszteség eltérése kisebb lesz a kívánt értéknél. Ekkor a forgalom megfelelő közelítő értéke az M1 tárolóból kiolvasható.

Szám példa

Adatok
 $N=20$
 $E=0,05$
 $X_0=21,0526$

A futtatás során kapott eredmények

$y_0 - E = 0,1354$
 $X_1 = 17,0601$
 $y_1 - E = 0,0372$
 $X_2 = 15,7189$
 \vdots
 $y_4 - E = 0,0003$
 $x_5 = 15,2515$

3.3. Teljes elérhetőségű nyáláb veszteségi valószínűsége korlátozott számú forgalomforrás esetében

Legyen a teljes elérhetőségű N vonalból álló nyáláb forgalma A, a forgalomforrások száma S.

Ekkor a nyálában fellépő veszteséget az Engset képlet alapján határozzuk meg:

$$B = \frac{\binom{S-1}{N} \left(\frac{a}{1-a(1-B)} \right)^N}{\sum_{i=0}^N \binom{S-1}{i} \left(\frac{a}{1-a(1-B)} \right)^i}$$

ahol $a = \frac{A}{S}$.

A kifejezés a B veszteséget implicit formában tartalmazza. A számítást iterációs módszerrel végzzük az alábbi lépések szerint [4]:

1. Meghatározzuk I_N -t a következő rekurzió alapján

$$I_i = 1 + \frac{i\alpha^{-1}}{S-i} I_{i-1} \quad (1)$$

$$i = 0, 1, \dots, N$$

ahol

$$\alpha^{-1} = \frac{1-a(1-B_0)}{a} = \frac{S}{A} - 1 + B_0 \quad (2)$$

$$I_0 = 1$$

B_0 első közelítő értéke tetszőleges.

A (2) összefüggést az alábbi „művelettakarékos” formában behelyettesítjük (1)-be.

$$I_i = \frac{S/A - 1 + B_0}{S-i} i I_{i-1} + 1.$$

2. A veszteség közelítő értéke I_N reciproka.

$$B = \frac{1}{I_N}.$$

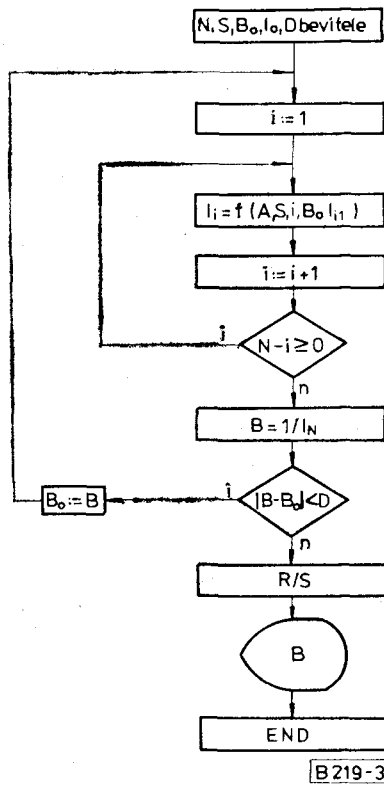
3. Az előírt D pontosság ellenőrzése.

Ha a $|B - B_0| < D$ egyenlőtlenség nem áll fenn, ismételtjük a számítást. B_0 új értéke $B = \frac{1}{I_N}$. Ha az egyenlőtlenség igaz, akkor a veszteség adott pontosságú értéke $B = \frac{1}{I_N}$.

3.1. táblázat

1				
M 5	(MR	= M	5 F	= SKIP
M 9	2 —	5 x_n	\sqrt{x} F	GOTO 0
MR	MR	MR	$x \leftrightarrow y$	0
2	9	3	6	MR
÷)	—	—	6
MR	×	MR	MR	R/S
1	×	9	6	
—	MR	=	×	
1	×	SKIP	=	
+	MR	GOTO	\sqrt{x}	
MR	5	0	—	
6	+	5	MR	
÷	1	MR	0	

A program blokkvázlata a 3. ábrán látható. A programlistát a 3.1. táblázat, az adatlistát a 3.2. táblázat tartalmazza.



3. ábra. Folyamatábra az Engset képlet számításához

Szám példa

Adatok: $N=2$ A kapott eredmény: $B=0,32872$
 $A=1,85$
 $S=5$
 $D=0,00001$
 $B_0=0,5$

3.4. Korlátozott elérhetőségű nyaláb veszteségi valószínűsége (MPJ képlet)

3.2. táblázat

Regiszter	Beírandó adat
M0	D előírt pontosság
M1	A
M2	S
M3	N
M6	B_{01} tetszőleges

Az N vonalból álló k elérhetőségű nyaláb A forgalmat bonyolítja le. A veszteséget a MPJ (Modified-Palm-Jacobaeus) összefüggés szerint határozzuk meg:

$$B = \frac{E_N(A_0)}{E_{N-k}(A_0)}$$

ahol A_0 fiktív forgalom és fenn kell állni a következő egyenlőségnek

$$A_0[1 - E_N(A_0)] = A(1 - B)$$

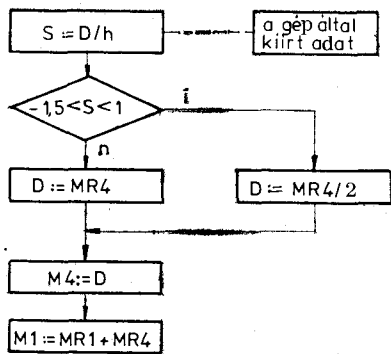
A számítás iterációs módszerrel végezzük. A kétféleképpen számított átvitt forgalom különbsége jellemzi a pontosságot. Az n-dik lépésben h_n hiba a következő:

$$h_n = A_n[1 - E_N(A_n)] - A \left(1 - \frac{E_N(A_n)}{E_{N-k}(A_n)} \right)$$

ahol A_n az n-edik lépésben kapott h_n pontosságú fiktív forgalom.

A zsebszámológép kis programmemória kapacitása miatt a teljes számítás sajnos csak interaktív módon végezhető el. Ennek menetét az alábbiakban ismertetjük.

Az adatok a következő sorrendben jelennek meg: $E_{N-k}(A_n)$, $E_N(A_n)$, h_n , D_n/h_n . Az $E_{N-k}(A_n)$ megjelenése után módosítjuk a regiszterek tartalmát. Az $E_{N-k}(A_n)$ értéket beírjuk az M6 regiszterbe, M2 új tartalma N. A kezdő címre állunk és ismételjük a futtatást. Az $E_N(A_n)$ után megkapjuk a h_n hibát, amelynek (-1)-szeresét az M4 tartalmazza. Amennyiben a hiba az előírt határnál kisebb, befejezzük a számítását. A fiktív forgalom az M1 regiszterből kiolvasható. Ha a hiba a kívánt értéknél nagyobb, folytatjuk a futtatást. Az újabb megjelenő adattól ($S=D/h$) függ a lépésköz nagysága. A gyorsabb konvergencia érdekében a lépésközt a 4. ábra alapján állapítjuk meg. A következő futtatás előtt D értékét bevisszük az M4 tárolóba (a regiszter korábbi tartalmát átírjuk) és hozzáadjuk M1 tartalmához. Az M2 regiszter tartalmát (N-k)-ra módosítjuk és ismételjük a futtatást. A programlistát és az adatlistát a 4.1. és 4.2. táblázat tartalmazza, a blokkvázlatot az 5. ábra mutatja.



B 219-4

4. ábra. Folyamatábra az MPJ képlet iterációjában szereplő lépésköz meghatározásához. (Az első lépés után $D = MR4$ választandó, ekkor $s = 0$)

4.1. táblázat

1				
M	M	÷	1	F
0	0	MR	—	$x \leftrightarrow y$
M	x_n	8	MR	4
8	MR	=	3	÷
M	2	M	—	MR
9	—	5	(4
MR	MR	R/S	MR	=
1	9	×	1	R/S
×	=	MR	×	
MR	SKIP	3	MR	
0	GOTO	÷	5	
÷	0	MR)	
MR	7	6	=	
9	MR	+	R/S	
=	0	MR	+/-	

4.2. táblázat

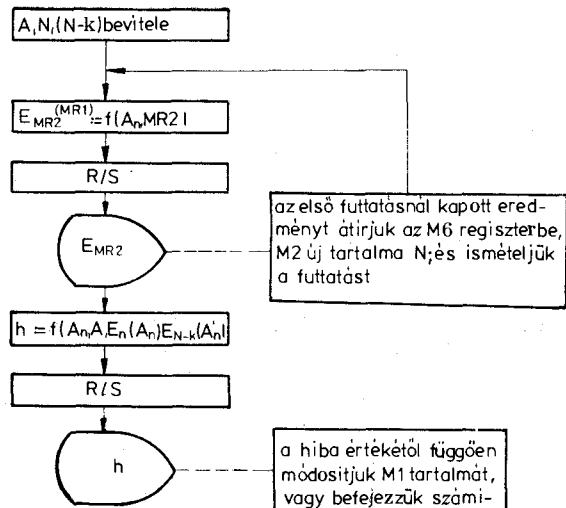
Regiszter	Befrandó adat
M1	A_n
M2	$(N-k), N$
M3	A

— Megjegyzés: A_n kezdő értéke: A

Szám példa:

Adatok:.

A = 7,6
N = 18
k = 8



B 219-5

5. ábra. Folyamatábra az MPJ formula számításához

A futtatás során kapott eredmények:

n	$E_{N-k}(A_n)$	E_n	h_n	D_n/h_n
1	0,10388	0,00056	0,03668	0
2	0,10228	0,00053	-0,00118	-31,16097
3	0,10233	0,00053	0,0004	-31,5293

Kiolvasandó adatok:

Fiktív forgalom: $A' = MR1 = 7,56449$

Veszteség: $B = \frac{E_N(A') - MR5}{E_{N-k}(A') - MR6} = 0,00521$.

A futtatás befejezésekor a B értéket manuálisan kell előállítani úgy, hogy az M5 regiszter tartalmát elosztjuk az M6 regiszter tartalmával.

Megjegyezzük, hogy az MPJ képlettel számított veszteségi valószínűség kisebb mint a tényleges. A szükséges korrekcióra vonatkozó megfontolások [5]-ben található. A korrekció nélküli eredmény is többnyire jó közelítés, ha gondosan megtervezett keverésről van szó.

IRODALOM

- [1] Németh, K.: A Híradástechnika Szövetkezet számológépei. Híradástechnika 31. 1980. 10. pp. 367—373.
- [2] Brešneider, G.: Traffic engineering with programmable pocket calculators. — 8. ITC., Melbourne, 1976. Preprint Book N° 337/1—2.
- [3] Szybiczy, E.: Some numerical methods used for telephone traffic theory applications. Ericsson Techn. 20. 1964. 2. pp. 204—229.
- [4] Ágostházi, M.; Gosztony, G., Uxa, É.: Engset Charts Budavox Telecom. Rev. 1973. Special Edition. p. 32.
- [5] Herzog, U.: Adaption of the MPJ loss formula to gradings of various type. ISDT TU Stuttgart, 4th Report on Studies in Congestion Theory, 1967, May.