HÍRADÁSTECHNIKA

Algoritmus előírt fázisú polinomok előállítására*

DR. HENK TAMÁS
FÖLDVÁRINÉ OROSZ JULIANNA
Távközlési Kutató Intézet

1. Bevezetés

Mint korábbi publikációkban megmutatták [1], előírt fáziskarakterisztikával rendelkező polinomokból bizonyos mindentáteresztő, aluláteresztő és sávszűrő átviteli függvények állíthatók elő zárt formában, akár koncentrált paraméterű, akár elosztott paraméterű vagy digitális szűrők számára.

A fázisapproximáció problémáját speciális esetekre már kidolgozták. A maximális lapos aluláteresztő approximációt lánctörtek [2, 3], illetve egy rekurziós eljárás [4] segítségével oldották meg. Előírt fáziskarakterisztika maximális lapos sávszűrő értelemben vett közelítését lineáris problémára vezették vissza, míg a futásidő közelítése a sávközépi fázistolás optimalizálását igényli [5]. Végezetül, tetszőleges frekvenciasorozaton előírt fázisértékek interpolációjára rekurziós formulákat dolgoztak ki [6, 7, 8], illetve lineáris egyenletrendszert állítottak fel [9]. A fenti speciális esetekre számos konkrét fáziskarakterisztika approximációját végezték el [10–24].

A jelen cikkben kidolgozott rekurziós eljárás általánosabb, mint az irodalomban kidolgozott módszerek, mivel mind fázisértékek, mind magasabb deriváltak egyidejűleg előírhatók tetszőleges frekvenciasorozaton. Az eljárás az irodalomban már kidolgozott speciális esetekre is új és hatékony formulákra vezet. Az eljárást példákon mutatjuk be. A cikk anyaga megtalálható a [25]-ben is, a bizonyítások és a további részletek a [26] publikációban jelennek meg.

2. A feladat megfogalmazása

Feladatunk olyan $P_n(p)$ polinom előállítása, amelynek fáziskarakterisztikája kielégíti az adott frekvenciasorozaton előírt értékeket és deriváltakat. Jelöljük az $r+1$ elemű frekvenciasorozatot ω_i-vel úgy, hogy $0 \leq i \leq r$ és $\omega_0 = 0$, azzal a kikötéssel, hogy a zérus frekvencián csak zérus fázisérték írható elő. Legyen továbbá m_i az ω_i frekvencián előírt deriváltak száma. Így az origóban előírt zérus fáziskövetelményt leszámítva összesen $n = r + \sum_{i=0}^{r} m_i$ számú követelményt írtunk elő. A deriváltakra vonatkozó követelmények egyszerűbb kezelésének érdekében bevezetjük a ν_l, frekvenciasorozatot, amely minden ω_i frekvenciát $(1+m_i)$-szer tartalmaz és így $0 \leq l \leq n$. A ν_l képzésekor az ω_i frekvenciák sorrendje tetszőleges, kivéve a $\nu_0 = 0$ értéket.

A specifikáció tömör kezelésének érdekében bevezetjük a páratlan $\varphi(\omega)$ függvényt, amely rendelkezik specifikált fázisértékekkel és deriváltakkal, egyébként tetszőleges függvény. Áttérünk a p komplex frekvenciatartományra úgy, hogy a $\Phi(j\omega) = j\varphi(\omega)$ definícióval bevezetjük a $\Phi(p)$ komplex fázisfüggvényt. A számítások során a páratlan $A(p)$ és páros $B(p)$ függvényekkel fogjuk a fáziselőírást reprezentálni, amelyek kielégítik a $\tanh \Phi(p) = A(p)/B(p)$ egyenletet úgy, hogy $A(p)$ és $B(p)$ nem rendelkeznek pólusokkal és közös zérusokkal az előírt ω_i frekvenciákon. Ez a definíció nem határozza meg teljesen az $A(p)$ és $B(p)$ függvényeket, pl. az $A(p) = \tanh \Phi(p)$, $B(p) = 1$ vagy $A(p) = p$, $B(p) = p/\tanh \Phi(p)$ vagy $A(p) = \sinh \Phi(p)$, $B(p) = \cosh \Phi(p)$ függvénypárok egyformán megengedettek a számítások elvégzéséhez. A későbbiekben mindig azt a függvénypárt választjuk, amely a legkezelhetőbb kifejezésekre vezet.

A fenti fázisapproximációs probléma az

$$\frac{\mathcal{O}d[P_n(p)]}{\mathcal{E}v[P_n(p)]} = \frac{A(p)}{B(p)} + \frac{(-1)^{n+1} X_n(p)}{B(p)\mathcal{E}v[P_n(p)]} p \prod_{l=1}^{n} (p^2 + \nu_l^2), \quad n \geq 0 \tag{1}$$

egyenlettel írható le, ahol $\mathcal{O}d[\ ]$ és $\mathcal{E}v[\ ]$ a páratlan és a páros rész operátorok és $X_n(p)$ egy tetszőleges páros függvény, amely az $A(p)/B(p)$ közelítésének hibáját hordozza. A hibatag kifejezéséből adódik, hogy $X_n(p)$ nem rendelkezhet pólusokkal az előírt frekvenciákon. A közös nevezővel szorozva a következő lineáris egyenletre jutunk:

$$B(p)\mathcal{O}d[P_n(p)] - A(p)\mathcal{E}v[P_n(p)] = = (-1)^{n+1} X_n(p) p \prod_{l=1}^{n} (p^2 + \nu_l^2), \quad n \geq 0. \tag{2}$$

Előfordulhat, hogy patologikus esetekben a (2) megoldása nem elégíti ki az (1)-t, ezért a következőkben a $P_n(p)$-t a (2) megoldásaként definiáljuk és külön

---

* A szerzőknek 1980 novemberében az Ifjúsági Konferencián megtartott előadása alapján.

meg fogjuk vizsgálni, hogy $P_n(p)$ megoldása-e (1)-nek is. A feladat tehát olyan $P_n(p)$ polinom előállítása, amely a (2) egyenletet egységnyi vezető együtthatóval és minimális fokszámmal elégíti ki úgy, hogy $X_n(p)$-nek ne legyenek pólusai az előírt ω_i frekvenciákon. A $P_n(p)$ együtthatóinak kiszámításához a (2)-ből lineáris egyenletrendszer származtatható a $p=j\nu_i$ helyettesítéssel, azonban a továbbiakban inkább rekurziós eljárást dolgozunk ki a $P_n(p)$ előállítására, amely numerikusan hatékonyabb és a megoldás tulajdonságait jobban megvilágítja. A $P_n(p)$ fokszámát δ_n-nel jelölve a következő alaptétel mondható ki.

1. Tétel

A $P_n(p)$ mindig létezik és egyértelmű, $\delta_n \leq$ n és $P_n(p)$ rekurziós formulákkal állítható elő, amelynek együtthatóit egy további rekurziós eljárás adja. Ha $P_n(p)$ nem tartalmaz $(p^2+\omega_i^2)$ tényezőt, akkor megoldása (1)-nek is, különben a szóban forgó n fázisspecifikáció nem elégíthető ki.

A rekurziós eljárás során n-t mindig eggyel növeljük. A rekurziós formulák alakja az $n-\delta_n$ különbségtől függ és a jelen cikkben csak a szabályos $n=\delta_n$ esetet fogjuk tárgyalni.

3. Rekurziós eljárás

2. Tétel

A $P_n(p)$ polinomsorozat előállítható a

$$P_0(p)=1, \qquad P_1(p)=\alpha_0+p, \tag{3}$$

$$P_{n+1}(p)=\alpha_n P_n(p)+(p^2+\nu_n^2)P_{n-1}(p), \quad n\geq 1 \tag{4}$$

rekurziós formulákkal és $\delta_{n+1}=$ n + 1, ha $\delta_{n-1}=$ = n − 1, $\delta_n=$ n és $1/\alpha_n \neq 0$, ahol α_n az $X_n(p)$ hibafüggvényekkel együtt a következő rekurziós algoritmussal számítható:

$$\alpha_n=\frac{X_{n-1}(j\nu_{n+1})}{X_n(j\nu_n)}, \quad n\geq 0 \tag{5}$$

$$X_n(p)=\frac{-\alpha_{n-1}X_{n-1}(p)+X_{n-2}(p)}{p^2+\nu_n^2} \quad \text{ha } p\neq \pm j\nu_n, \tag{6}$$

$$X_n(\pm j\nu_n)=\lim_{p\to\pm j\nu_n} X_n(p), \tag{7}$$

és a kezdeti függvények a következőképpen írhatók:

$$X_{-1}(p)=B(p), \qquad X_0(p)=A(p)/p. \tag{8}$$

A tétel értelmében úgy járunk el, hogy az adott $\Phi(p)$ függvényből alkalmas $A(p)$ és $B(p)$ választással megkapjuk a kezdeti $X_{-1}(p)$ és $X_0(p)$ hibafüggvényeket, majd α_0, $X_1(p)$, α_1, $X_2(p)$, α_2 stb. számítható. Figyeljük meg, hogy az eljárás során tulajdonképpen $X_n(p)$ hordozza a fázisspecifikációt, és az (5) biztosítja, hogy az $X_n(p)$ nem rendelkezik pólussal a $p=\pm j\nu_n$ helyen. A (7) szerinti határérték-számítás lapos közelítések esetén szükséges és az $X_n(p)$ magasabb deriváltjainak számítását igényli. A numerikus algoritmus megfogalmazásához bevezetjük a páros $X_n(p)$ függvény p^2 szerinti csonkított Taylor sorát minden előírt ω_i frekvencián, $0\leq i\leq r$:

$$X_n(p)\approx\sum_{k=0}^{m_i} x_{n,k}(\omega_i)(p^2+\omega_i^2)^k, \quad x_{n,k}(\omega_i)=0 \text{ ha } k<0, \tag{9}$$

és hasonlóan:

$$A(p)\approx\sum_{k=0}^{m_i} a_k(\omega_i)p(p^2+\omega_i^2)^k,$$

$$B(p)\approx\sum_{k=0}^{m_i} b_k(\omega_i)(p^2+\omega_i^2)^k. \tag{10}$$

Az adott fázisspecifikációt az $a_k(\omega_i)$ és $b_k(\omega_i)$ sorozatok hordozzák, ahol $0\leq i\leq$ r és $0\leq k\leq \mathrm{m}_i$. A numerikus rekurziós algoritmus szerint ezen fáziskövetelményeket egymás után valósítjuk meg úgy, hogy az $x_{n,k}(\omega_i)$ háromdimenziós mátrixon végzünk műveleteket. Jelölje $\mathrm{m}_{i,n}$ azon fáziskövetelmények számát, amelyeket a további rekurziós ciklusok során fogunk realizálni az ω_i frekvencián. Így az n = 0 esetén $\mathrm{m}_{i,0}=\mathrm{m}_i$ írható, ha $1\leq i\leq$ r, míg $m_{0,0}=\mathrm{m}_0-1$, mivel az origóbeli zérus fázisérték automatikusan létrejön. Amikor egy fáziskövetelményt megvalósítunk, a követelmény frekvenciájához tartozó $m_{i,n}$ szám eggyel csökken. A numerikus algoritmust a következő tételben fogalmazzuk meg.

3. Tétel

Ha $1/\alpha_i\neq 0$ miközben $i=n-2,\ n-1,\ n$, akkor az α_n, $x_{n,k}(\omega_i)$ és $m_{i,n}$ sorozatok a következő numerikus algoritmussal számíthatók:

$$m_{0,0}=m_0-1, \qquad m_{i,0}=m_i, \qquad 1\leq i\leq r, \tag{11}$$

$$x_{-1,k}(\omega_i)=b_k(\omega_i), \qquad x_{0,k}(\omega_i)=a_k(\omega_i),$$

$$0\leq k\leq \mathrm{m}_{i,0}, \qquad 0\leq i\leq r, \tag{12}$$

$$\alpha_n=\frac{x_{n-1,0}(\nu_{n+1})}{x_{n,0}(\nu_{n+1})}, \qquad n\geq 0, \tag{13}$$

ahol az $x_{n,k}(\omega_i)$ sorozatot az $\mathrm{m}_{i,n}$ sorozattal együtt számítjuk n > l-re:

$$\left.\begin{aligned} m_{i,n}&=m_{i,n-1} && \text{ha} \quad \omega_i\neq\nu_n,\\ m_{i,n}&=m_{i,n-1}-1 && \text{ha} \quad \omega_i=\nu_n, \end{aligned}\right\} \quad 0\leq i\leq \mathrm{r}, \tag{14}$$

$$\mathrm{X}_{n,k}(\omega_i)=\frac{-\alpha_{n-1}\mathrm{X}_{n-1,k}(\omega_i)}{\nu_n^2-\omega_i^2}+$$

$$+\frac{\mathrm{X}_{n-2,k}(\omega_i)-\mathrm{X}_{n,k-1}(\omega_i)}{\nu_n^2-\omega_i^2} \tag{15}$$

ha $\quad \omega_i\neq\nu_n, \quad 0\leq k\leq \mathrm{m}_{i,n}, \quad 0\leq i\leq$ r,

$$\mathrm{X}_{n,k}(\omega_i)=-\alpha_{n-1}\mathrm{X}_{n-1,k+k}(\omega_i)+\mathrm{X}_{n-2,k+1}(\omega_i), \tag{20}$$

ha $\quad \omega_i=\nu_n, \quad 0\leq k\leq \mathrm{m}_{i,n}, \quad 0\leq i\leq$ r.

A fenti numerikus algoritmusnak az a lényege, hogy minden rekurzív ciklusban a hibafüggvény deriváltjait is kiszámítjuk. Először tehát betöltjük az $x_{-1,k}(\omega_i)$ és $x_{0,k}(\omega_i)$ sorozatokat minden k-ra és minden ω_i-re, aztán a ν_1 frekvenciás fáziskövetelményből α_0-t számítjuk, majd $x_{1,k}(\omega_i)$ következik minden k-ra, ahol $0 \le k \le m_{i,1}$ és minden i-re feltéve, hogy $0 \le m_{i,1}$, aztán α_1 következik stb.

Ha a fázis deriváltjait nem írjuk elő, hanem csak fázisértékeket specifikálunk, akkor az algoritmus egy rekurziós lánctört formájában is megfogalmazható. Megjegyezzük, hogy ez az approximációs eset jól használható az egyenletes ingadozást biztosító Remez algoritmus [27] által igényelt interpoláció megvalósítására.

4. Tétel

Ha a ν_l előírt frekvenciák különbözőek miközben $0 \le l \le n+1$ és $1/\alpha_i = 0$, ahol $0 \le i \le m-1$, akkor az α_n rekurzív algoritmusa a következő rekurzív lánctörtre egyszerűsödik:

$$\alpha_n = \cfrac{\omega_{n+1}^2 - \omega_n^2}{\alpha_{n-1} - \cfrac{\omega_{n+1}^2 - \omega_{n-1}^2}{\alpha_{n-2} - \cfrac{\omega_{n+1}^2 - \omega_{n-2}^2}{\ddots \; \alpha_1 - \cfrac{\omega_{n+1}^2 - \omega_1^2}{\alpha_0 - \cfrac{\omega_{n+1}}{\tan \varphi(\omega_{n+1})}}}}}, \quad n \ge 0. \tag{21}$$

4. Összetett fázisfüggvények magasabb deriváltjainak számítása

Az eddigiek során feltételeztük, hogy az $a_k(\omega_i)$ és $b_k(\omega_i)$ sorozatok ismertek. Ha a fázis deriváltjait is approximáljuk, akkor a szóban forgó sorozatok számítása nem magától értetődő, mivel a számítás összetett fázisfüggvények magasabb deriváltjainak ismeretét igényli. A következőkben az $a_k(\omega_i)$ és $b_k(\omega_i)$ számítását ismertetjük.

A fázis specifikálása a

$$\varphi_k(\omega_i) = \frac{1}{k!} \left. \frac{d^k \varphi(\omega)}{d\omega^k} \right|_{\omega=\omega_i}$$

deriváltak megadását jelenti, miközben $0 \le k \le h_i$ és $0 \le i \le r$, ahol $h_i = m_i$, ha $\omega_i \ne 0$ és $h_i = 2m_i + 1$, ha $\omega_i = 0$. Jól kezelhető formulákra jutunk, ha az $A(p)$ és $B(p)$ függvényeket a következők szerint választjuk és fejtjük sorba:

$$A(p) = \sinh \Phi(p) \approx \sum_{k=0}^{h_i} (-1)^k \mathrm{j}^{k+1} \sigma_k(\omega_i)(p - \mathrm{j}\omega_i)^k,$$
$$B(p) = \cosh \Phi(p) \approx \sum_{k=0}^{h_i} (-1)^k \mathrm{j}^k \gamma_k(\omega_i)(p - \mathrm{j}\omega_i)^k. \tag{22}$$

Így a $a_k(\omega_i)$ és $\gamma_k(\omega_i)$ sorozatok a $\sin \varphi(\omega)$ és $\cos \varphi(\omega)$ függvények Taylor sorának együtthatói és a $\varphi_k(\omega_i)$-ből rekurzíven számíthatók [5] minden ω_i frekvenciára ($0 \le i \le r$):

$$\sigma_0(\omega_i) = \sin \varphi_0(\omega_i), \qquad \gamma_0(\omega_i) = \cos \varphi_0(\omega_i) \tag{23}$$

$$\sigma_k(\omega_i) = \frac{1}{k} \sum_{l=1}^{k} l \varphi_l(\omega_i) \gamma_{k-l}(\omega_i),$$
$$\gamma_k(\omega_i) = -\frac{1}{k} \sum_{l=1}^{k} l \varphi_l(\omega_i) \sigma_{k-l}(\omega_i),$$
$$1 \le k \le h_i. \tag{24}$$

Végül a p^2 szerinti (10) sorfejtés és a p szerinti (22) sorfejtés együtthatói között a következő lineáris transzformáció teremt kapcsolatot.

5. Tétel

Ha a páratlan $A(p)$ és páros $B(p)$ függvények Taylor sorai léteznek, akkor a következő összefüggések állnak fenn:

$$a_k(\omega_i) = (-1)^k \sigma_{2k+1}(\omega_i), \quad 0 \le k \le m_i, \quad \text{ha} \quad \omega_i = 0, \tag{25}$$

$$a_k(\omega_i) = \sum_{l=0}^{k} (-1)^l 2 \binom{2k-l}{k-l} (2\omega_i)^{-(2k-l+1)} \sigma_l(\omega_i),$$
$$0 \le k \le m_i, \quad \text{ha} \quad \omega_i \ne 0, \tag{26}$$

továbbá $b_0(\omega_i) = \gamma_0(\omega_i)$ és

$$b_k(\omega_i) = (-1)^k \gamma_{2k}(\omega_i), \quad 0 \le k \le m_i, \text{ ha } \omega_i = 0, \tag{27}$$

$$b_k(\omega_i) = \sum_{l=0}^{k} (-1)^l \frac{l}{2k-l} \binom{2k-l}{k-l} (2\omega_i)^{-(2k-l)} \gamma_l(\omega_i),$$
$$0 < k \le m_i, \quad \text{ha} \quad \omega_i \ne 0. \tag{28}$$

Osztott paraméterű szűrők tervezése esetén még az $\omega = \operatorname{arctg} \Omega$ transzformációt is be kell vezetni, és a magasabb deriváltak előállítása egy további rekurziós eljárást igényel [26].

5. Az eredmények értékelése

A fenti eredmények értékelésére egy elméleti és egy gyakorlati példát mutatunk be.

1. Példa

Tekintsük a maximális lapos aluláteresztő közelítés esetét, amikor $\nu_l = 0$. Így a 3. Tétel algoritmusa a következő formában írható:

$$x_{-1,k}(0) = b_k(0), \qquad x_{0,k}(0) = a_k(0), \tag{29}$$

$$x_{n+1,k}(0) = (x_{n,0} x_{n-1,k} - x_{n-1,0} x_{n,k}) / x_{n,0} |_{p=0}, \tag{30}$$
$$1 \le k \le m_0 - n - 1, \quad n \ge 0.$$

Ezzel lényegében a Routh algoritmusra [28] jutottunk, ha $A(p)$, ill. $B(p)$ egy adott polinom páratlan, ill. páros része. Más szóval, polinomok Hurwitz-vizsgálata elvégezhető a vizsgálandó polinom fázisának maximális lapos aluláteresztő közelítésével. Ez a megfigyelés általánosabb közelítésekre is kiterjeszthető, és így a Hurwitz-tulajdonság vizsgálatára új kritériumok származtathatók. Ezen eredményekről egy későbbi publikációban számolunk be.

2. Példa

A jelen cikk algoritmusainak felhasználásával számítógépprogram készült [29], amely előírt fázishoz előállítja a megfelelő polinomot és elvégzi az előírt fázisú polinomokból egyszerűen konstruálható $S_{1,2}(p)$ átviteli függvények analíziseit. A következőkben bemutatunk egy ilyen átviteli függvényt.

6. Tétel

Ha a $P_n(p)$, illetve $Q_n(p)$ polinomok azonos módon interpolálják a $\varphi(\omega)$, illetve a $\varphi(\omega)+\frac{\pi}{2}\operatorname{sign}\omega$ fáziskarakterisztikák értékeit és deriváltjait az ω_i frekvenciasorozaton, akkor az

$$S_{1,2}(p)=\frac{P_n(-p)Q_n(p)-P_n(p)Q_n(-p)}{2P_n(p)Q_n(p)} \tag{31}$$

olyan nem minimálfázisú sávszűrő-típusú átviteli függvény, amely áthidalt létrakapcsolással vagy nemreciprok áramkörökkel (pl. aktív RC) realizálható, 1-1 átviteli zérussal rendelkezik az origóban és a végtelenben, fázisa, illetve amplitudója a $-2\varphi(\omega)$, illetve az 1 konstanst interpolálja úgy, hogy az amplitúdó közelítésének rendje minden ω_i frekvencián kétszer akkora, mint a fázis közelítésének rendje.

7. Tétel

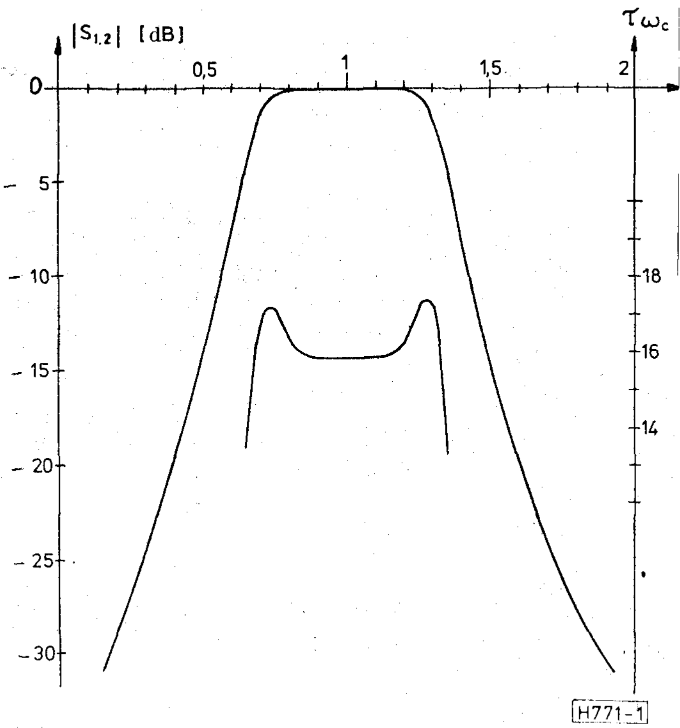
Ha az ω_c sávközépi frekvenciával, φ_c sávközépi fáziseltolással és T késleltetéssel jellemzett lineáris $\varphi(\omega)=\omega T+(\varphi_c-\omega_c T)\cdot\operatorname{sign}\omega$ fázist maximális lapos értelemben közelítjük az ω_c frekvencián és az $\omega_c T\gg\max(|\tan\varphi_c|,\ 1/|\tan\varphi_c|)$, illetve $\omega_c T\approx\varphi_c+k\pi/2$ feltételek valamelyike teljesül, akkor a (31) nevezője, a $P_n(p)\cdot Q_n(p)$ polinom Hurwitz páros n-re és nem Hurwitz páratlan n-re.

A lineáris fázis közelítése során a φ_c és T szabad paraméterek az approximáció számára. A φ_c megfelelő választásával a (31) közelcsillapításának szimmetriája biztosítható. A φ_c egyébként úgy is választható, hogy a (31) számlálójában essen ki a (2n—1) rendű tag, vagyis hogy a végtelenben háromszoros zérus keletkezzék. Megjegyezzük, hogy e kétféle φ_c érték csaknem azonos. A T értékével ugyanakkor a megfelelő sávszélesség állítható be. A 6. tételből következik, hogy az amplitúdó-karakterisztika sávszélessége nagyobb, mint a futásidő-karakterisztika sávszélessége.

Az 1. ábrán egy konkrét példa karakterisztikái láthatók, ahol az n=6, $\varphi_c=3.627$, $T=7.92/\omega_c$ választással éltünk.

6. Összefoglalás

Kitűztük az általánosított fázisinterpoláció feladatát és rekurzív numerikus algoritmusokat származtattunk a feladat megoldására. A fő algoritmus a Routh algoritmus általánosításának is tekinthető.



1. ábra. Szimmetrikus, maximális lapos sávszűrő karakterisztikák

Egy példa kapcsán megmutattuk, hogy a fázis-approximáció jól használható egyidejű amplitúdó és fáziskövetelményeket kielégítő szimmetrikus sávszűrő átviteli függvényének előállítására.

Köszönetnyilvánítás

Köszönet illeti S. O. Scanlan professzort (University College, Dublin), J. D. Rhodes professzort (University of Leeds) és Dr. H. Bahert (University College, Dublin) a Henk Tamás kétéves írországi tanulmányútján folytatott megbeszélésekért.

IRODALOM

[1] *J. D. Rhodes:* Theory of Electrical Filters, Wiley, 1976.
[2] *S. Darlington:* Network Synthesis Using Tchebycheff Polynomial Series, BSTJ, Vol. 31, pp. 613—665, 1952.
[3] *G. Szentirmai:* The problem of phase equalization, IEEE Trans. Circuit Theory, CT—6, pp. 272—277, 1959.
[4] *B. D. Rakovich and D. M. Rabrenovich:* Method of Synthesis of Phase-Correcting Networks, Proc. IEE, Vol. 115, pp. 57—67, 1968.
[5] *H. J. Orchard and G. C. Temes:* Maximally Flat Approximation Techniques, Proc. IEEE, Vol. 56, pp 65—66, 1968.
[6] *J. D. Rhodes:* Filters Approximating Ideal Amplitude and Arbitrary Phase Charaeteristics, IEEE Trans. Circuit Theory, CT—20, pp 120—124, 1973.
[7] *M. F. Fahmy:* Transfer Functions with Arbitrary Phase Characteristics, Int. J. Cir. Theor. Appl., Vol. 7, pp 21—29, 1979.
[8] *L. F. Lind—S. A. Mohammed:* Arbitrary Phase Polynomials, Electronics Letters, 16, pp 78—80, 1980.
[9] *R. Gregorian and G. C. Temes:* Design Techniques for Digital and Analog All-Pass Circuits, IEEE Trans. Circuits and Systems, CAS—25, pp 981—988, 1978.
[10] *Kiyasu—Zen'iti:* On the Design Method of Delay Networks, J. Inst. Elect. Commun. Engs., Japan, Vol. 26, p 598, (1943, japán nyelven)
[11] *W. E. Thomson:* Delay Networks Having Maximally

Fiat Frequency Characteristics, Proc. IEE, Vol. 96, Pt. III, pp 487—490, 1949.

[12] *L. Storch:* Synthesis of Constant-Time-Delay Ladder Networks Using Bessel Polynomials, Proc. IRE, Vol. 42, pp 1666—1675, 1954.

[13] *T. A. Abele:* Transmission Line Filters Approximating a Constant Delay in a Maximally Fiat Sense, IEEE Tarns. Circuit Theory, CT—14, pp 298—306, 1967.

[14] *J. D. Rhodes:* The Design and Synthesis of a Class of Microwave Bandpass Linear Phase Filters, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, MTT—17, pp 189—204, 1969.

[15] *V. Garault*, P. Jarry and M Clapeau: Microwave Filters with Fiat Time Delay Both in Passband and Stopband, IEEE Trans. Circuits and Systems, CAS—22, pp 424—427, 1975.

[16] *J. D. Rhodes:* Matched-Filter Theory for Doppler-Invariant Pulse Compression, IEEE Trans. Circuit Theory, CT—19, pp 53—59, 1972.

[17] *W. F. McGee:* Band-Pass Bessel Polynomial Filters and Delay Approximation, IEEE Trans. Circuit Theory, CT—12, pp 622—623, 1965.

[18] P. *H. Halpern:* Solution of Fiat Time Delay at Finite Frequencies, IEEE Trans. Circuit Theory, CT—18, pp 241—246, 1971.

[19] *J. D. Rhodes and M. Z. Ismail:* Cascade Synthesis of Selective Linear-Phase Filters, IEEE Trans. Circuit Theory, CT—19, pp 183—189, 1972.

[20] *M. F. Fahmy:* Generalized Bessel Polynomials with Application to the Design of Bandpass Filters with Approximately Fiat Group Delay Response, Int. J. Cir. Theor. Appl., Vol. 5 pp 337—342, 1977.

[21] *G. Gordos:* Chebyshev Approximation of a Constant with Prescribed Nonuniform Error, Proc. of the Int. Symp. on Network Theory, Belgrade, Sept 1968, pp 330—342.

[22] *J. D. Rhodes:* A Low-Pass Prototype Network for Microwave Linear Phase Filters, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, MTT—18, pp 290—301, 1970.

[23] *M. F. Fahmy and J. D. Rhodes:* The Equidistant Linear Phase Polynomial for Distributed and Digital Networks, Int. J. Cir. Theor. Appl., Vol. 2, pp 341—351, 1974.

[24] *J. D. Rhodes and M. J. F. Fahmy:* Proof of the Recurrence Formula for the Distributed Equidistant Linear Phase Polynomial, Int. J. Cir. Theor. Appl., Vol. 2, pp 405—406, 1974.

[25] *T. Henk:* General Algorithm for Phase-Interpolation, European Conference on Circuit Theory and Design, Warsaw, Sept 2—5, 1980, Vol. 1, pp 271—276.

[26] *T. Henk:* The Generation of Arbitrary-Phase Polynomials by Recurrence Formulas, submitted to the Int. J. Cir. Theor. Appl.

[27] *G. C. Temes and J. A. Bingham:* Iterative Chebyshev Approximation Techniques for Network Synthesis, IEEE Trans. Circuit Theory, CT—14, pp 31—37, 1967.

[28] *F. R. Gantmacher:* The Theory of Matrices, Chelsea, New York, 1959.

[29] *Földváriné Orosz Julianna:* Felhasználói dokumentáció a polinomok fázisapproximációjára készült programcsomaghoz, TKI, 1980.

PÁLYÁZATI FELHÍVÁS

A Híradástechnikai Tudományos Egyesület diplomaterv- és szakdolgozatpályázatot hirdet

- a Budapesti Műszaki Egyetem Villamosmérnöki Karán
- a Győri Közlekedési és Távközlési Műszaki Főiskolán
- a Kandó Kálmán Villamosipari Műszaki Főiskola Gyengeáramú Karának Híradásipari, Alkatrészgyártó és Számítástechnikai Szakán,

valamint

- a Zrínyi Miklós Akadémián

végző hallgatók részére.

A pályázaton mindazon hallgató résztvehet, aki államvizsgáját legkésőbb a tárgyév *október 31*-ig jeles vagy jó eredménnyel leteszi és diplomatervét, illetve szakdolgozatát az Állami Vizsgáztató Bizottság a pályázatra alkalmasnak tartja.
A pályázat célja a jó tanulmányi eredményt és a legjobb diplomatervet, illetve szakdolgozatot kidolgozó végzős szakemberek megbecsülése és munkájuk külön jutalmazása.
A pályázatra az Állami Vizsgáztató Bizottság közvetítésével lehet jelentkezni.

Pályadíjak: a diplomaterv-pályázaton:

I. díj	1500,— Ft
II. díj	1200,— Ft
III. díj	1000,— Ft

a szakdolgozat-pályázaton:

I. díj	1200,— Ft
II. díj	1000,— Ft
III. díj	800,— Ft

A díjak odaítéléséről bíráló bizottság dönt, amelynek elnökét és két tagját a HTE, további két tagját az iskola jelöli ki. A díjakat az Egyesület ünnepélyes ülésén nyújtják át a nyerteseknek.
A díjnyertesek a HTE rendezvényei keretében munkájukról előadást tarthatnak és tanulmányt jelentethetnek meg az egyesület tudományos lapjában, a Híradástechnikában.

Dr. Pap László
a HTE Oktatási Bizottságának vezetője