

HÍRADÁSTECHNIKA

Előírt amplitúdó- és fáziskarakterisztikával rendelkező aktív RC szűrők tervezése*

DR. HENK TAMÁS—
SZARKA GÁBOR
Távközlési Kutató Intézet

1. Bevezetés

Sokcsatornás, adatátviteli és más igényes berendezések összetett szűrőkövetelményeit kisebb fokszámmal lehet kielégíteni, ha futásidő-korrektorok alkalmazása helyett együtt approximáljuk az amplitúdó és fáziskarakterisztikákat. Az együttes approximáció problémája szinte már klasszikusnak mondható, de a megoldás kibontakozása Rhodes munkásságával [1] új lendületet kapott. A témakör kiterjedt irodalmából a [2–7] publikációkat emeljük ki.

Az approximációs feladat függ a szűrő realizálásának módjától. Ha a szűrőt valós lezárásokkal rendelkező reciprok reaktáns négyfólyus valósítja meg, akkor az átviteli zérusoknak a $j\omega$ tengelyre szimmetrikusan kell elhelyezkedniük [8], míg a nemreciprok realizálású szűrőkre nincs ilyen megkötés. Az utóbbi szűrőosztályba az aktív RC, a kapcsolt kapacitású (SC), a rekurzív digitális (IIR) és a reflexiós szűrők sorolhatók. A jelen publikáció a nemreciprok realizálású szűrők tervezéséhez kíván hozzájárulni.

A nemreciprok realizálású szűrők együttes approximációját a maximális lapos aluláteresztő esetre többen elvégezték [2, 3, 4]. Az átviteli függvény nevezője csak akkor Hurwitz polinom, ha az amplitúdó és futásidő karakterisztika közelítési rendje legalább 2:1 arányban tér el egymástól.

Szélesebb sávú approximáció interpolációval valósítható meg. Racionális törtfüggvénnyel történő interpoláció magyar vonatkozásai az [5] irodalomban találhatóak meg. Korábbi munkákban reciprok realizálású szűrők tervezésére használták az interpolációt [6] úgy, hogy az átviteli függvényt előírt fázisú polinomokból konstruálták. Hurwitz nevezőt és elegendő szelektivitást az előírt fázis sávszélen történő torzításával lehet biztosítani. Az interpolációt Remez algoritmussal kiegészítve egyenletes ingadozás érhető el [9]. Egyenletes ingadozású, reciprok realizálású szűrők tervezését nemlineáris egyenletrendszer megoldására is visszavezették [7]. A Hurwitz nevező és az elegendő szelektivitás itt is futásidő-torzítást eredményez az áteresztő sáv szélén.

A jelen publikációban a nemreciprok realizálású szűrők approximációját úgy valósítjuk meg, hogy

az amplitúdó, csillapítás és fáziskarakterisztikákat együtt interpoláljuk. Az interpoláció lineáris problémára vezet és rekurzív algoritmusokkal számítható, ha az amplitúdó és fáziskarakterisztika közelítési rendje azonos. A karakterisztikák értékei és deriváltjai tetszőleges frekvenciasorozaton előírhatók, az egyenletes ingadozás eléréséhez azonban a Remez algoritmus értelmében elegendő a karakterisztikák értékeit interpolálni. A tervezés hatékonyságát a SZIMAP2 programmal [10] készített mintapéldán mutatjuk be. Ez a célkitűzés annyiban tér el a hasonló jellegű [11] publikáció célkitűzésétől, hogy a [11]-ben tiszta fázisapproximációra vezettük vissza a problémát, amely mélyebb vizsgálatokat tesz lehetővé, míg a jelen cikk módszere általánosabb problémák megoldására alkalmas. A [11]-ben inkább az elméleti megfontolásokat állítottuk előtérbe, míg a jelen publikációban a szűrőtervezésen van a hangsúly.

2. A feladat kitűzése

Az approximáció során az $S_{1,2}(p)$ aluláteresztő átviteli függvényt az

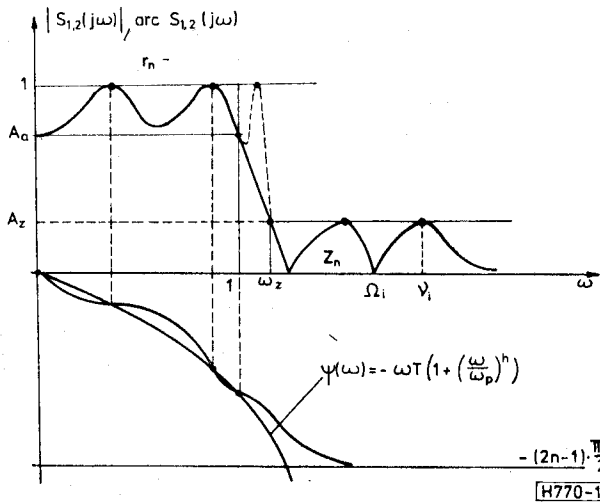
$$S_{1,2}(p) = \frac{N_n(p)}{D_n(p)} \quad (1)$$

racionális törtfüggvény alakjában keressük, ahol a nevező n -ed rendű Hurwitz polinom, a számláló $(n-1)$ -ed rendű tetszőleges valós együtthatójú polinom. Megjegyezzük, hogy a számláló gyökelrendezésére az aktív RC realizálás miatt nincs megkötés. Az aluláteresztő szűrőkövetelmény értelmezése az 1. ábrán látható. Az amplitúdó- és csillapításkarakterisztika lényegében egyenletes ingadozású úgy, hogy az amplitúdó-karakterisztika r_n számú pontban érinti vagy metszi a toleranciasémát, az átmeneti sávban egy kiemelés lehet, amelynek maximális értéke 1 és a zárósáv z_n számú véges frekvenciájú átviteli zérussal rendelkezik. A fáziskarakterisztikára az a követelmény, hogy a fáziskarakterisztika vegye fel a

$$\psi(\omega) = -\omega T \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_p} \right)^h \right] \quad (2)$$

értékeket a fent értelmezett r_n számú pontban. Ez a választás azt eredményezi, hogy a szűrő futásidő-

* A szerzőknek 1980 novemberében az Ifjúsági Konferencián megtartott előadása alapján.



1. ábra. Az aluláteresztő szűrőkövetelmény értelmezése

ingadozása az áteresztősáv nagy részében csaknem egyenletes lesz, és az áteresztősáv felső részében eltorzul. A torzulás mértéke és sávja az ω_p és h mennyiségek választásával tartható kézben. Ez a torzítás biztosítja azt, hogy az átmeneti sáv amplitúdó kiemelése 1-re legyen beállítható, miközben a $D_n(p)$ Hurwitz polinom. A futásidő karakterisztika sáv szélessége így kisebbre adódik, mint az amplitúdó karakterisztika sáv szélessége, mely tulajdonság összhangban van a bevezetésben ismertetett irodalmakban előállított átviteli függvények tulajdonságaival. A futásidő-karakterisztika keskenyebb sáv szélessége általában nem zavaró, mert a jel spektruma a sáv szélen általában kisebb, és így a sáv szélen nagyobb fázistorzítás engedhető meg.

A kitűzött feladatot úgy oldjuk meg, hogy az amplitúdó- és csillapításkarakterisztika szélsőérték helyeit megbecsüljük, a becslés alapján előállítjuk az $S_{1,2}(p)$ racionális törtfüggvényt interpolációval és a szélsőérték helyek becslését az iteratív Remez algoritmussal [9] módosítjuk. Az ω_p -t továbbá felezési eljárással és szelő módszerrel úgy változtatjuk, hogy az átmeneti sáv kiemelése 1 legyen, miközben a $D_n(p)$ Hurwitz polinom.

3. A szűrőtervezés paraméterei

Az amplitúdó-, csillapítás- és futásidő-karakteristikákat a következő paraméterekkel lehet specifikálni:

- A_a áteresztősávi ingadozás;
- ω_z záró és áteresztő frekvencia viszonya;
- A_z zárócsillapítás;
- $\Delta\tau$ áteresztősávi futásidő-ingadozás.

A szűrő T névleges késleltetése szabad paraméter az approximáció számára. A fenti primer paraméterekre történő tervezés azonban túl sok változó iteratív meghatározását igényelné, ezért az alábbiak szerint járunk el. Végezzük el a következő átszámításokat és becsléseket a primer paraméterek felhasználásával:

$$a_a = -20 \cdot \lg A_a, \quad a_z = -20 \cdot \lg A_z, \quad (3)$$

$$n = \frac{3}{\pi^2} \cdot \ln \frac{4A_z}{\sqrt{A_a^2 - 1}} \cdot \ln \frac{8}{\omega_z - 1} \geq 3, \quad (4)$$

$$z_n = \frac{n-1}{3}, \quad r_n = n - z_n, \quad (5)$$

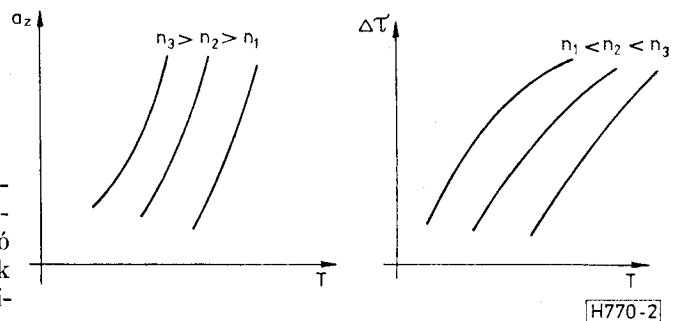
$$T = 0,3 \cdot \frac{a_z}{\omega_z}, \quad h = \frac{3}{2} n, \quad \omega_p = 1,45. \quad (6)$$

E becslések birtokában n , Z_n , T , h és ω_p sorozatokat adunk meg, amelyek az a_a és ω_z primer paraméterekkel együtt egy-egy futtatási feladatot jelentenek. Az adatok közül az ω_p paraméter csak iteráció kezdőértékéül szolgál, míg a többi paraméter a futás során állandó. Lehetőség van arra, hogy az első Remez ciklus előtt esedékes szélsőérték hely becslést csak az első feladat során végezzük el, és a többi feladat számára az első feladat megoldását tekintsük becslésnek.

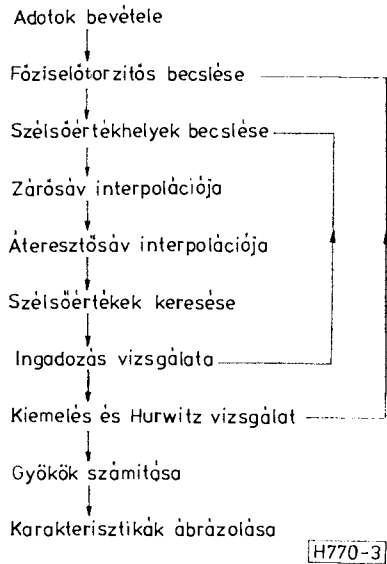
Mivel az így definiált feladatban a közelítendő függvények, a hiba mértéke és a közelítés fokszáma rögzített, a közelítés eredményeként a közelítés hibái, jelen esetben a_z és $\Delta\tau$ kiadódnak. Az n növelésével az a_z növelése és a $\Delta\tau$ csökkentése érhető el, míg a T növelése mind az a_z , mind a $\Delta\tau$ értékeket növeli. Így a program eredményeiből a 2. ábrán látható görbesereg rajzolható meg. Az egyes görbék tartományának a Remez algoritmus konvergenciája szab határt. A kitűzött feladat egyébként nem egyértelmű, az egyes görbék tartományainak alsó részén rendszerint két megoldás található úgy, hogy más és más kezdeti értékekkel indítjuk a Remez algoritmust. Ez a probléma onnan adódik, hogy az áteresztősávi amplitúdó karakterisztika ingadozásainak száma meghaladhatja az r_n -ből következő minimális számot, mivel a szabadságfokok egy része a fáziskarakterisztikára van fenntartva. Az ingadozások számának változása azonban hiszterézissel történik, ha a T kis lépésekben változik és a szélsőérték helyek becslését az előző értékhez tartozó megoldás adja.

4. Algoritmuster

A szóbanforgó szimultán approximációs feladatot megoldó SZIMAP2 program egyszerűsített algoritmusvázlata a 3. ábrán látható. A belső ciklus az



2. ábra. Az $a_z(T, n)$ és a $\Delta\tau(T, n)$ függvények jellege



3. ábra. Egyszerűsített algoritmusvázlat

iteratív Remez algoritmust valósítja meg, míg a külső ciklus az ω_p értékét határozza meg.

Az első Remez ciklusban a szélsőérték helyeket úgy becsüljük, hogy az áteresztő sávot, illetve a zárósávot külön-külön Csebisev módon approximáljuk. A soron következő interpolációt két lépésben valósítjuk meg úgy, hogy külön kezeljük az áteresztő és zárósávot. E célból az $S_{1,2}(p)$ számlálóját két polinom szorzataként kezeljük:

$$S_{1,2}(p) = \frac{C_n(p) \cdot E_n(p)}{D_n(p)} \quad (7)$$

úgy, hogy az $E_n(p)$ a $j\omega$ tengely átviteli zérusait foglalja magába és $C_n(p)$ tetszőleges valós együtthatójú polinom (1. táblázat). A két interpolációs feladatot a 2. táblázat foglalja össze. Az áteresztő sáv interpolációja során egyszerre interpoláljuk az abszolútérték

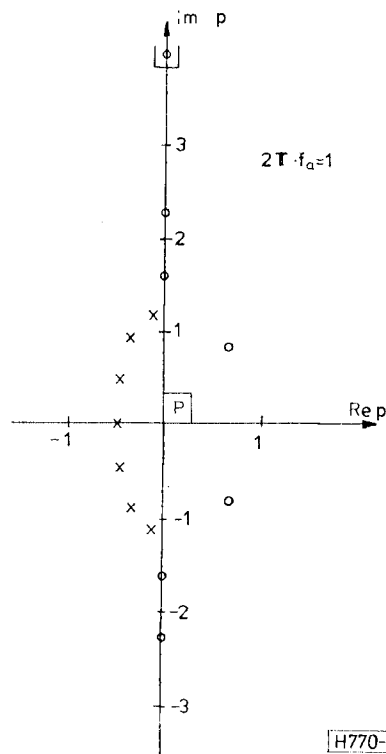
1. táblázat

Polinom	Fokszám	Gyökök
$D_n(p)$	n	Hurwitz
$E_n(p)$	$\sim \frac{2}{3} n$	$j\omega$ tengely
$C_n(p)$	$\sim \frac{1}{3} n$	tetszőleges

2. táblázat

	Adott	Keresett
Áteresztő sáv	$S_{1,2}(j\omega), E_n(p)$	$C_n(p), D_n(p)$
Zárósáv	ν_i vagy $\Omega_i, C_n(p), D_n(p)$	$E_n(p), A_z$

és fáziselőírásokat az ω_i frekvenciákon, miközben az $E_n(p)$ polinom adott. A zárósáv interpolációja során viszont az Ω_i frekvenciákon átviteli zérusokat kell megvalósítani az első Remez ciklusban és a ν_i frekvenciákon kell az A_z abszolút értéket megvalósítani a következő Remez ciklusokban úgy, hogy a $C_n(p), D_n(p)$ adott és az $E_n(p), A_z$ a keresett mennyiségek. A fenti feladatkitűzéseket az indokolja, hogy az interpolációs feladatok így lineáris problémákra vezethetők vissza és a megfelelő megoldások rekurzív formulákkal állíthatók elő. A két interpoláció egymásra hatása azért nem zavaró, mert az interpoláció iteratív ciklusban helyezkedik el. Az interpolációt végrehajtó rekurzív algoritmusokat egy későbbi publikációban ismertetjük, hasonló problémák megoldását egyébként a [11]-ben dolgoztunk ki. Az interpolálással kapott racionális törtfüggvény birtokában megkeressük az amplitúdó- és csillapításkarakterisztika szélsőérték helyeit úgy, hogy az r_n és z_n -től függően felosztjuk az ω tengelyt, majd a pontokra másodfokú parabolát illesztünk. Mivel az áteresztő sávban az ingadozások száma változhat, a keresést minden ciklusban előlről kell kezdeni. Az algoritmusvázlat elemei közül a szélsőértékek keresése igényli a legtöbb gépidőt. A Remez hurok végül is a legnagyobb maximumok és a legkisebb minimumok kiválasztásával zárul. A következő lépés az ω_p meghatározása, amely előkereséssel, felezéssel eljárással és szelőmódszerrel történik úgy, hogy az átmeneti sáv kiemelése 1 legyen, miközben a $D_n(p)$ polinom Hurwitz. Megjegyezzük, hogy a fáziskarakterisztika torzítására a $z_n > 1$ esetben van szükség. Az algoritmusvázlat utolsó két eleme (3. ábra) magától értetődő.



4. ábra. A mintapélda pólus-zérus elrendezése

5. Mintafeladat

Az eljárás illusztrálására egy mintapéldát mutatunk be. Tervezzünk aluláteresztő szűrőt a következő primer paraméterekre:

$$f_a = 1 \text{ Hz}, \quad f_z = 1,54 \text{ Hz},$$

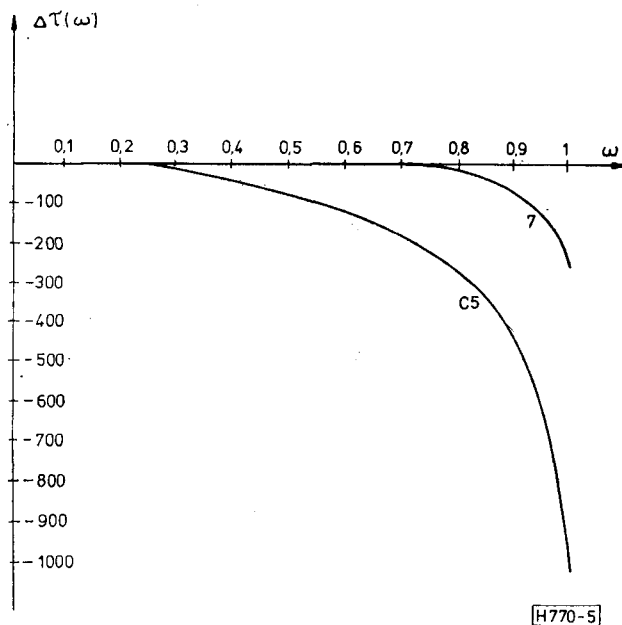
$$a_a = 0,1 \text{ dB}, \quad a_z = 45 \text{ dB}, \quad \Delta\tau = 250 \text{ msec.}$$

A specifikációt a következő szekunder adatokkal elégíthetjük ki:

$$n = 7, \quad z_n = 2, \quad r_n = 5,$$

$$T = 7,122/2\pi \text{ sec}, \quad h = 10, \quad f_p = 1,497.$$

Megjegyezzük, hogy $T = 7,122$ -t kell venni, ha az 1. ábrával összhangban a $2\pi \cdot f_a \cdot T$ -t tekintjük egységnek. A fenti szekunder adatokkal az amplitúdókarakterisztika áteresztősávja 1.08 Hz-re nő az átmeneti sáv kedvező alakulása miatt. A realizálás szempontjából a maximális jósági tényező a döntő, amely ke-
reken $Q_{\max} = 6$ -ra adódott. A gyökök eloszlása egyébként a 4. ábrán látható. Az amplitúdó- és csillapításkövetelményt ötödfokú Causer szűrővel is ki lehet elégíteni, így $Q_{\max} = 4,6$ adódik, vagyis a két szűrő között nincs lényeges realizálási különbség. A két-féle szűrő futásidő-karakterisztikáját az 5. ábrán rajzoltuk meg. Az ábra jól mutatja a kidolgozott szűrőtervezés hatékonyságát: egy másodfokú korrektor nyilvánvalóan nem lenne elégséges az ötödfokú Causer szűrő hasonló mértékű korrigálásához.



5. ábra. Az együttes approximáció hatékonyságának értékelése

6. Értékelés

A jelen publikáció a nemreciprok realizálású szűrők együttes amplitúdó-, csillapítás- és futásidő-approximációját megvalósító új szűrőtervezési eljárásról számol be. Az amplitúdó- és csillapítás-karakterisztikák ingadozása lényegében egyenletes, a futásidő ingadozása pedig közel egyenletes az áteresztő sáv nagy részén. A kidolgozott eljárásnak az a fő saját-sága, hogy az összetett approximáció elvégzése során minimális a nemlineáris feladat megoldásával előállítható ismeretlenek száma, miközben e paramé-terek jelentése igen szemléletes, kezdeti becslés könnyen adható és a körülbelül n dimenziós iteráció hatékony. A számítások során szükséges komplex interpolációt ugyancsak hatékony rekurzív formulák-kal végezzük el, amelyek ismertetésére egy későbbi publikációban kerül sor.

Köszönetnyilvánítás

A szerzők köszönetüket fejezik ki dr. Baranyi Andrásnak, tudományos osztályvezetőnek a munka során folytatott megbeszélésekért.

I R O D A L O M J E G Y Z É K

- [1] J. D. Rhodes: Theory of Electrical Filters. Wiley, 1976.
- [2] M. J. E. Golay: Polynomials of Transfer Functions with Poles Only Satisfying Conditions at the Origin. IRE Trans. Circuit Theory, Vol. CT-7, pp 224–229, Sept 1960.
- [3] L. Gazi: Symultaneously Maximally Flat Approximation of Amplitude and Delay Characteristics in the Low-Pass Case. Non-published communication, Budapest, 1974.
- [4] T. Takebe—K. Kato—K. Nishikawa: Simultaneous Flat Approximations of Amplitude and Group Delay in Transfer Functions, Electronics and Communications in Japan, Vol. 54-A, No. 1, pp 47–53, 1971.
- [5] J. Solyosi: Interpolation with PR Functions Based on F. Fenyves' Method. Periodica Polytechnica, Vol. 15, No. 1, pp 71–76, 1971.
- [6] J. D. Rhodes: Filters Approximating Ideal Amplitude and Arbitrary Phase Characteristics. IEEE Trans CT-20, No. 2, pp 120–124, March 1973.
- [7] J. D. Rhodes—I. H. Zabalawi: Design of Selective Linear-Phase Filters with Equiripple Amplitude Characteristics, IEEE Trans. CAS-25, No. 12, pp 989–1000, Dec. 1978.
- [8] Géher Károly: Lineáris hálózatok. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1975. (5.3.2. és 6.6.2. pontok)
- [9] G. C. Temes and J. A. Bingham: Iterative Chebyshev Approximation Technique for Network Synthesis. IEEE Trans. Circuit Theory, CT-14, pp 31–37, 1967.
- [10] Henk Tamás—Szarka Gábor: SIMAP2 program az egyenletes ingadozású amplitúdó és csillapításkarakterisztikával, valamint előírható futásidő-karakterisztikával rendelkező aktív RC realizálású aluláteresztő szűrők approximációjára. Felhasználói dokumentáció, TKI, 1980.
- [11] Henk Tamás—Földváriné Orosz Julianna: Algoritmus előírt fázisú polinomok előállítására. Híradástechnika, 1981.