

Véges számú pontban előírt FIR szűrő tervezése

HANZÓ LAJOS--
HINSENKAMP LÁSZLÓ
Távközlési Kutató Intézet

Bevezetés

A digitális jelfeldolgozást napjainkban széles körben alkalmazzák, különösen adatátviteli modemekben [1, 2, 3]. Jelfeldolgozó berendezésekben az egyik legfontosabb feladat a digitális szűrők megtervezése. Az adatátviteli modemekben alkalmazott szűrők áteresztő tartományának a Nyquist-karakterisztikát kell közelítenie, és így nem approximálhatók hagyományos tervezési eljárásokkal [4, 5, 10, 11, 12, 13, 14, 15]. A zárósávi követelmény nem egyenletes, a felületeleti csatorna sávjában a csillapításkövetelmény igen szigorú, máshol enyhébb [6]. Olyan tervezési eljárásra van tehát szükség, amellyel bonyolult, a szokásos egyenletes követelménytől mind az áteresztő, mind a zárósávban eltérő szűrők is tervezhetők.

A cikkben egyszerű tervezési eljárást mutatunk be konstans futási idejű FIR szűrők approximálására, majd kiterjesztjük az eljárást minimálfázisú FIR szűrőkre is. Az approximáció jellege mind az áteresztő, mind a zárósávban közelítőleg csebisevi. Az eljárás olyan specifikáción alapszik, amelyben az áteresztősávi csillapítás véges számú pontban pontosan előírható, a zárósávban pedig véges számú átviteli zérust helyezhetünk el (1. ábra). A tervezéshez optimálós lépések sorozata helyett [4, 8, 9] egy lineáris egyenletrendszert kell megoldani.

Az alkalmazott frekvenciatranszformációk

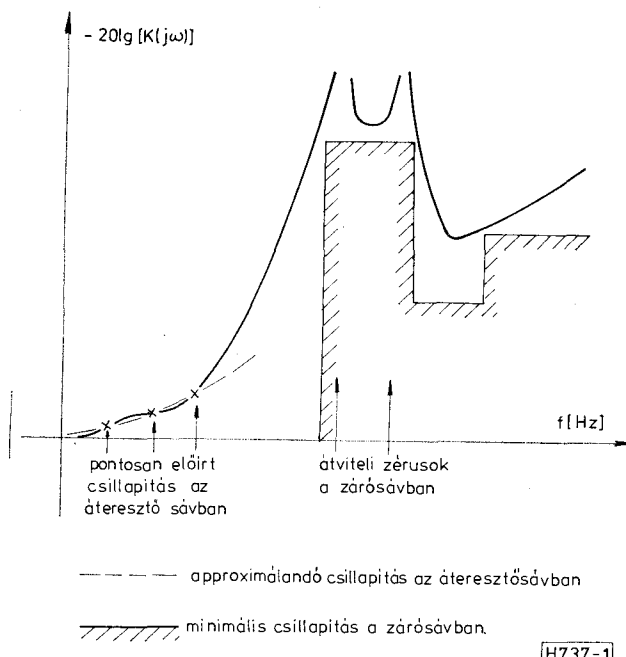
Időben diszkrét (mintavételezett) jelet feldolgozó áramkörök tervezéséhez háromféle transzformációt alkalmaznak elterjedten (2. ábra), [4, 5, 6, 7, 8, 10, 16].

A diszkrét idejű jelfeldolgozó áramkör átvitele a $p = \sigma + j\omega$ komplex frekvenciasíkon a T mintavételi idő reciprokára periodikus [4, 5, 8]. A periodikus karakterisztika egyik szegmensét az

$$s = \frac{1 - e^{-pT}}{1 + e^{-pT}} \quad (1)$$

Richards-transzformáció az $s = \Sigma + j\Omega$ síkon a folytonos idejű szűrők szokásos tartományára képezi le.

Beérkezett: 1980. IV. 22.



1. ábra. Példa aluláteresztő szűrő specifikálására

A képzetes tengelyeket összerendelő transzformáció (1)-ből:

$$\Omega = \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2} \quad (2)$$

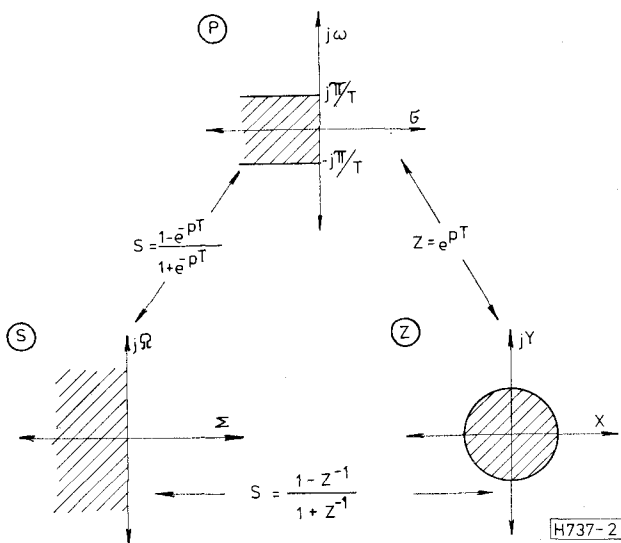
A p síkot a z síkkal, azaz a frekvenciatartománybeli leírást a diszkrét időtartománybeli leírással, a z transzformáció kapcsolja össze:

$$z = e^{pT} \quad (3)$$

Végül az s és z síkot a bilineáris transzformáció kapcsolja össze, amit az alábbi egyszerű formában veszünk fel:

$$s = \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (4)$$

A megvalósított áramkör tulajdonságai a p síkon mérhetők. A p síkon jelentkező periodicitást a transz-



2. ábra. Transzformációk mintavételező áramkörök tervezéséhez

formációk az s és z síkbeli leírásból eltüntetik. Ezért az s és z sík egyetlen pontjának a p síkon végtelen sok pont felel meg, melyeknek a képzetes tengelyre vett vetületei $2\pi/T$ távolságra vannak egymástól. Ettől a periodicitástól eltekintve a transzformációk kölcsönösen egyértelműek.

Az alkalmazott transzformációk eredményeként a $K = U_{ki}/U_{be}$ transzfer függvény az s és z síkon a hálózatelméletben szokásos valós együtthatójú racionális törtfüggvény.

A tervezés menete a következő. Az ω frekvenciatartományban megfogalmazott követelményeket a (2) transzformáció segítségével az Ω frekvenciatartományba transzformáljuk. Az s síkon a követelményt racionális törtfüggvénnyel közelítjük, majd a (4) bilineáris transzformáció segítségével az approximáló függvényt a z síkra transzformáljuk. A z síkbeli polinomok együtthatói ismeretében az áramkör realizálható.

FIR szűrő esetén a transzfer függvényt az s síkon

$$K(s) = \frac{A(s)}{(1+s)^M} = \frac{\sum_{l=0}^P a_l s^l}{(1+s)^M}, \quad M \cong P, \quad (5)$$

alakú megengedett függvényekkel approximáljuk [5, 7, 10, 16]. Konstans futási idő esetén $A(s)$ tiszta páros vagy tiszta páratlan. $K(s)$ nevezetes tulajdonsága, hogy tiszta páros $A(s)$ esetén $K(s)$ fázisa a nulla frekvencián $k\pi$, ahol k egész szám, tiszta páratlan $A(s)$ esetén $(k+1/2)\pi$.

$K(s)$ ismeretében a FIR szűrő súlyozó együtthatóit úgy határozhatjuk meg, hogy a (4) bilineáris transzformáció segítségével az (5)-ben megfogalmazott megengedett függvényeket meghatározzuk a z síkon is [5, 7, 10]:

$$K(z) = \sum_{i=0}^M z^{-i} \sum_{l=0}^P a_l \sum_{k=0}^i \binom{M-l}{i-k} \binom{l}{k} (-1)^k. \quad (6)$$

Ezt összevetve a FIR szűrők transzfer függvényének szokásos alakjával:

$$K(z) = \sum_{i=0}^M d_i z^{-i}. \quad (7)$$

A keresett súlyozó együtthatók:

$$d_i = \sum_{l=0}^P a_l \sum_{k=0}^i \binom{M-l}{i-k} \binom{l}{k} (-1)^k. \quad (8)$$

Az approximációs feladat tehát az $A(s)$ polinom a_l együtthatóinak meghatározását jelenti.

Konstans futási idejű FIR szűrők approximálása

Konstans futási idő esetén (5)-ben $A(s)$ tiszta páros vagy tiszta páratlan. Helyettesítsünk s helyébe $j\Omega$ -t, és emeljük ki az $A(j\Omega)$ polinom origóbeli zérusait:

$$A(j\Omega) = \Omega^K A'(j\Omega), \quad (9a)$$

$$\Omega^K A'(j\Omega) = \Omega^K (a'_0 - a'_2 \Omega^2 + a'_4 \Omega^4 \dots \pm a'_{p-K} \Omega^{p-K}), \quad (9b)$$

$$\begin{aligned} \Omega^K (a'_0 - a'_2 \Omega^2 + a'_4 \Omega^4 - \dots \pm a'_{p-K} \Omega^{p-K}) = \\ = K(j\Omega)(1+j\Omega)^M, \end{aligned} \quad (9c)$$

ahol K az origóban levő zérus multiplicitása, p az $A(s)$ polinom fokszáma. $A'(j\Omega)$ $(p-K)$ -adfokú tiszta páros polinom, ui. ha $A(j\Omega)$ tiszta páratlan volt, akkor páratlan számú origóbeli zérust kiemelve $A'(j\Omega)$ tiszta páros lesz.

Kiemelve a $j\Omega$ tengelyen előre felvett zárósávi zérusokat és az ismert mennyiségeket egy oldalra rendezve:

$$\begin{aligned} A''(j\Omega) = a''_0 - a''_2 \Omega^2 + a''_4 \Omega^4 - \dots \pm a''_{p-2N-K} \Omega^{p-2N-K} = \\ = \frac{K(j\Omega)(1+j\Omega)^M}{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\Omega_{01}^2}\right) \dots \left(1 - \frac{\Omega^2}{\Omega_{0N}^2}\right) \Omega^K}, \end{aligned} \quad (10)$$

ahol N a zárósávi zérusok száma. Az N darab másodfokú gyöktényező kiemelése miatt az $A''(j\Omega)$ polinom $(p-2N-K)$ -adfokú tiszta páros polinom. Mivel $A''(j\Omega)$ folytonos függvény és nem tartalmaz Ω tengelymenti zérusokat, ezért a teljes Ω tartományban azonos előjelű.

Ahhoz, hogy az amplitúdó-karakterisztikát megkaphassuk, mindkét oldalon abszolút értéket kell képezni. Figyelembe véve, hogy $A''(j\Omega)$ a teljes Ω tartományon azonos előjelű:

$$\begin{aligned} \pm (a''_0 - a''_2 \Omega^2 + a''_4 \Omega^4 - \dots \pm a''_{p-2N-K} \Omega^{p-2N-K}) = \\ = \frac{|K(j\Omega)|(1+\Omega^2)^{\frac{M}{2}}}{\left|1 - \frac{\Omega^2}{\Omega_{01}^2}\right| \dots \left|1 - \frac{\Omega^2}{\Omega_{0N}^2}\right| \Omega^K}, \end{aligned} \quad (11)$$

ahol $|K(j\Omega)|$ az approximálandó csillapítás, amelyet véges számú pontban előírva, az ismeretlen a_l együtthatókat meghatározhatjuk. Az ismert jobb oldalt $D(\Omega)$ -val jelölve, (11) $(p-2N-K)$ ismeretlenes lineáris egyenletrendszerrel írható át:

$$\begin{aligned}
a_0'' - a_2'' \Omega_1^2 + a_4'' \Omega_1^4 - \dots \pm a_{p-2N-K}'' \Omega_1^{p-2N-K} &= D(\Omega_1), \\
a_0'' - a_2'' \Omega_2^2 + a_4'' \Omega_2^4 - \dots \pm a_{p-2N-K}'' \Omega_2^{p-2N-K} &= D(\Omega_2), \\
&\vdots \\
a_0'' - a_2'' \Omega_{p-2N-K}^2 + a_4'' \Omega_{p-2N-K}^4 - \dots \pm a_{p-2N-K}'' \Omega_{p-2N-K}^{p-2N-K} &= D(\Omega_{p-2N-K}),
\end{aligned} \quad (12)$$

ahol a (11) bal oldalán levő kettős előjeltől — önkényesen — a pozitív választottuk. A negatív előjel választása esetén ugyanazok a súlyozó együtthatók negatív előjellel adódnak [lásd (8) és (13)].

Az $A(s)$ polinom meghatározásához az $A''(s)$ polinomot a zárósávi zérusokból képzett szorzattal kell megszorozni:

$$A(s) = A''(s) \left(1 + \frac{s^2}{\Omega_{01}^2}\right) \dots \left(1 + \frac{s^2}{\Omega_{0N}^2}\right) s^K. \quad (13)$$

$A(s)$ ismeretében a $K(z)$ polinom együtthatóit a (8) összefüggéssel számolhatjuk.

Felüláteresztő szűrőt és sávszűrőt transzformáció [5] helyett alkalmasan felvett zárósávi zérusokkal és helyesen megválasztott mintavételi frekvenciával tervezhetünk.

A szükséges fokszám meghatározásához először meg kell becsülni a zárósávi zérusok számát és azt, hogy az áteresztő (és az átmeneti) sávban hány pontban írjuk elő a teljesítendő csillapításmenetet.

A fokszám alsó határa abból adódik, hogy (5)-ben a fokszámfeltételt teljesíteni kell. (12) figyelembevételével:

$$P = 2(L-1) + 2N + K \cong M, \quad (14)$$

ahol P $K(s)$ számlálójának a fokszáma, M a nevező fokszáma, L a csillapításelőírások, K az origóban levő zérusok, N a transzfer zérusok száma. Ha $M = P$,

akkor a mintavételi frekvencia felénél a csillapítás véges, ha $M > P$, akkor a fokszámkülönbséggel megegyező zérus van a mintavételi frekvencia felénél.

Azonos fokszám esetén L -et növelve N -t és K -t csökkenteni kell, és az áteresztősávi hiba csökken a zárósávi csillapítás rovására. Ezzel tulajdonképpen a zárósávból zérusokat csoportosítunk át az áteresztősávba. Egy, az áteresztősávban elhelyezett zérus 20 dB/D kiemelését okoz a transzformált Ω frekvencián a zárósávban. A transzformálatlan ω frekvencián egy áteresztősávi megkötés által okozott zárósávi kiemelés:

$$a = 10 \lg \left[1 + \left(\operatorname{tg} \frac{f \cdot 180}{f_0} \right)^2 \right] \quad [\text{dB}], \quad (15)$$

ahol f_0 az áteresztősávi zérus törésponti frekvenciája. A 3. ábrán feltüntettük az egy áteresztősávi megkötés által a zárósávban okozott kiemelés mértékét a törésponti frekvenciával paraméterezve.

Az approximáció első lépéseként felvesszük a zárósávi zérusokat. Áteresztősávi megkötést nem teszünk, de a tervezett megkötések számát a fokszámba beszámítjuk. Innen kiindulva a fokszámot addig növeljük, míg a becsült kiemeléssel növelt zárósávi követelmény nem teljesül. Ezután elhelyezzük az áteresztősávi megkötéseket, majd a pontok kismértékű átrendezésével finomítjuk az approximációt.

Minimálfázisú FIR szűrők approximálása

A minimálfázisú FIR szűrőhöz tartozó $A(s)$ polinomnak a jobb félsíkon, a $K(z)$ polinomnak az egységkörön kívül nincsenek zérusai [5, 7, 10]. Könnyen belátható, hogy ha egy konstans futási idejű FIR szűrőnek az s síkon a $j\Omega$ tengelyen, illetve a z síkon az egységkörön kettős zérusai vannak, akkor a bal félsíkon, illetve az egységkör belsejében levő zérusokat és a $j\Omega$ tengelyen, illetve az egységkörön levő kettős zérusok egyikét összefogva $A_B(s)$, illetve $K_B(z)$ polinomba, a jobb félsíkon, illetve az egységkörön kívüli és a $j\Omega$ tengelyen, illetve az egységkörön levő többi zérussal $A_f(s)$, illetve $K_f(z)$ polinomot képezve, a hálózatfüggvényt két egyforma csillapítású részre bonthatjuk [17]:

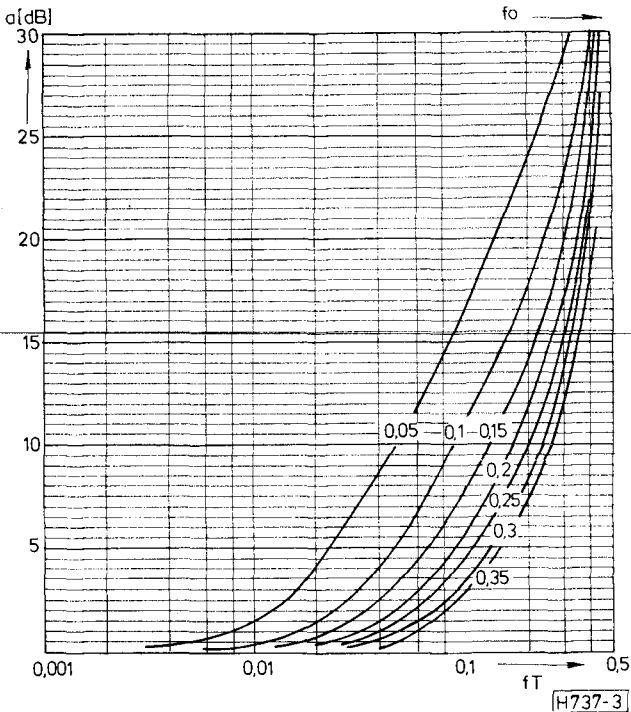
$$K(s) = \frac{A(s)}{(1+s)^M} = \frac{A_B(s)}{(1+s)^{M/2}} \cdot \frac{A_f(s)}{(1+s)^{M/2}}, \quad (14)$$

illetve:

$$K(z) = K_B(z)K_f(z), \quad (15)$$

és:

$$|K_{MF}(j\Omega)| = \frac{|A_B(j\Omega)|}{(1+\Omega^2)^{M/4}} = \frac{|A_f(j\Omega)|}{(1+\Omega^2)^{M/4}} = \sqrt{|K(j\Omega)|}. \quad (16)$$



3. ábra. Egy áteresztősávi megkötés által okozott zárósávi kiemelés

A fentiek alapján minimálfázisú FIR szűrőt úgy tervezünk, hogy az adott csillapítás-karakterisztika négyzetét olyan $K(s)$ hálózatfüggvénnyel approximáljuk, amelynek a $j\Omega$ tengelyen kettős zérusai vannak. Az $A(s)$ polinom bal oldali zérusait és a $j\Omega$ tengelyen levő zérusok egyikét kiválasztjuk. Az így előállított $A_B(j\Omega)$ polinom együtthatóiból a $K_B(z)$ polinom együtthatóit (8)-cal számíthatjuk. A bal oldali zérusok kiválasztására hatékony numerikus módszert ismertet [18].

Tervezési példák

1. Adószűrő 4800 b/s adatátviteli modemhez

Az adószűrő feladata az adatjelek sávzélességének korlátozásával a moduláció után visszatükröződő komponensek zavaró hatásának megelőzése, valamint a Nyquist-karakterisztika adóoldalra eső részének kialakítása és a spektrum kitisztítása a felügyeleti csatorna sávjában. Az alapsávi adószűrő alkalmazásával elkerülhető a nagyobb frekvencián való moduláció és az azt követő lekeverés. Ez az áramköri megtakarítás biztosítja a digitális szűrő gazdaságosságát.

Az adószűrő bemenetére az adatátviteli berendezésbe érkező adatjel kerül. A kimenet a modulátorhoz csatlakozik. Mivel a modulátor is digitális áramkörből épül fel, a szűrés és moduláció összevontan, közös áramkörrel realizálható. A szűrőkövetelményt a 4. ábra mutatja.

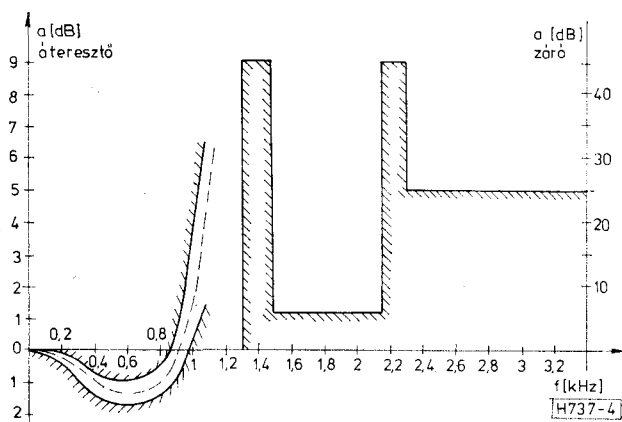
Az áteresztősávban öt frekvencián írtuk elő a csillapításmenetet. A zárósávban a felügyeleti csatorna sávjában három átviteli zérust, a felügyeleti csatorna helyére eső tükröződő tartományban pedig két zérust helyeztünk el. A többi zérust közel egyenletesen osztottuk el a zárósávban. A nyolc bitre kerekített súlyozó együtthatókkal számított karakterisztikákat az 5. ábrák mutatják.

2. Hilbert-transzformátor PSK modemekhez

Az ideális Hilbert-transzformátor átvitele:

$$H(\omega) = -j \operatorname{sign} \omega. \quad (17)$$

A Hilbert-transzformátor tehát az adatjel spektrumát 90° -kal elforgatja.



4. ábra. Adószűrő specifikáció 4800 b/s modemhez

A transzformátor bemenete az A/D átalakító kimenetére, kimenete a korrektorból, időzítés- és vivő-visszaállítóból és demodulátorból álló, digitális realizációjú jelfeldolgozó áramkörre csatlakozik. A csillapítás-követelmény 700 Hz-től 2900 Hz-ig $0 \pm 0,1$ dB.

Annak érdekében, hogy a csillapítás-karakterisztika 1800 Hz-re (a vivőfrekvenciára) algebrailag szimmetrikus legyen, a transzverzális szűrő egy elemének késleltetését 3600 Hz reciprokára kell választani. A Hilbert-transzformációhoz szükséges $\pi/2$ fázistolást akkor kapjuk, ha az $A(s)$ polinom tiszta páratlan, azaz a nulla frekvenciára páratlan számú (legalább egy) átviteli zérust kell felvenni. Mivel a Hilbert-

HIBAKARAKTERISZTIKA

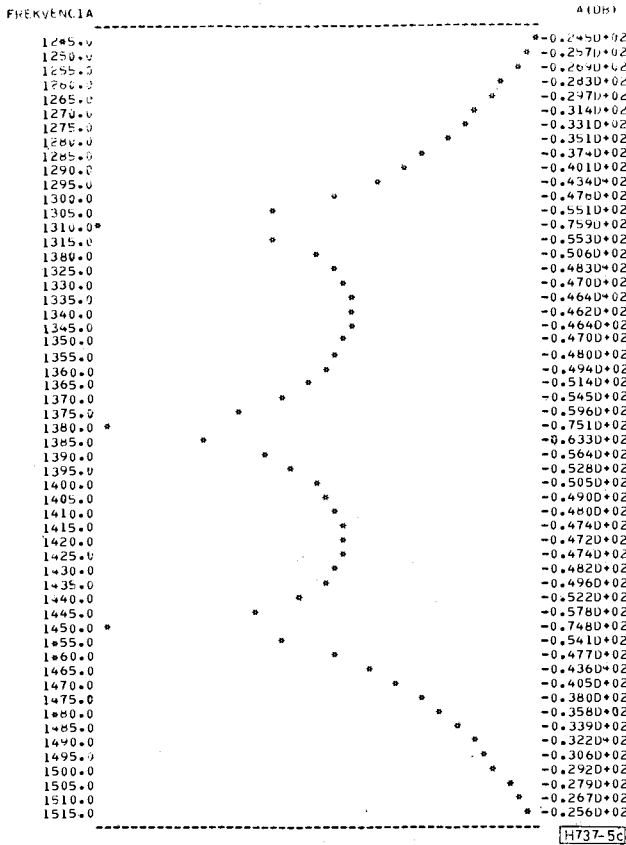
F /HZ/	A /DB/	REFERENCIA
0,00	0,0000+00	*
50,00	-4,0000-02	*
100,00	-1,3760-01	*1
150,00	-2,3470-01	*1
200,00	-2,6610-01	*1
250,00	-1,2930-01	*1
300,00	-4,0000-02	*
350,00	1,3210-01	*1
400,00	2,3420-01	*1
450,00	2,3470-01	*1
500,00	1,3050-01	*1
550,00	-4,0000-02	*
600,00	-2,4950-01	*1
650,00	-4,0410-01	*1
700,00	-4,3000-01	*1
750,00	-2,2770-01	*1
800,00	-4,0000-02	*
850,00	2,5100-01	*1
900,00	4,6020-01	*1
950,00	5,1250-01	*1
1000,00	2,3330-01	*1
1050,00	-4,0070-02	*
1100,00	-2,6770-01	*1
1150,00	4,3040-01	*1
1200,00	7,6060+00	*

H737-5a

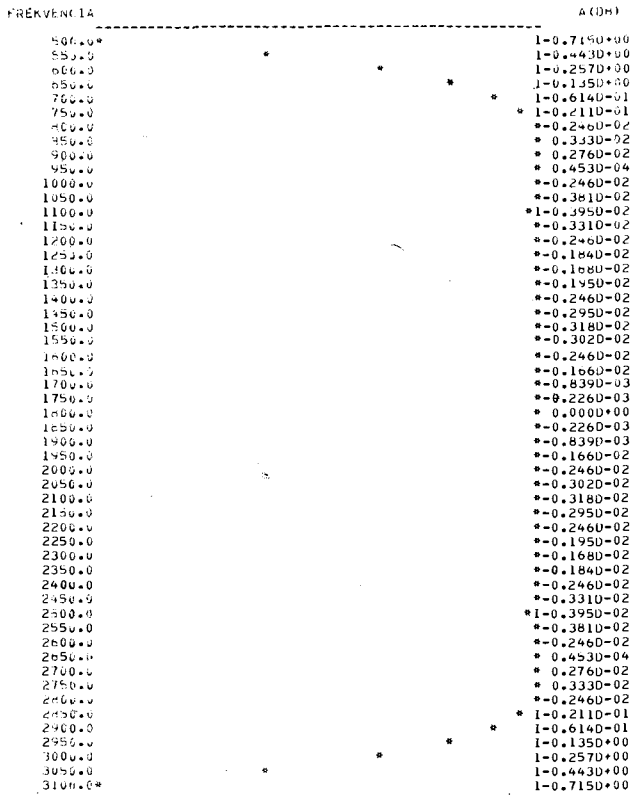
AMPLITUDU KARAKTERISZTIKA KVANTÁLT

FREKVENCIA	A (DB)
0,0	0,0000+00
50,0	-0,2700-01
100,0	-0,8510-01
150,0	-0,1160+00
200,0	-0,5230-01
250,0	0,1430+00
300,0	0,4520+00
350,0	0,8100+00
400,0	0,1130+01
450,0	0,1340+01
500,0	0,1400+01
550,0	0,1320+01
600,0	0,1160+01
650,0	0,9870+00
700,0	0,8750+00
750,0	0,8510+00
800,0	0,8540+00
850,0	0,7730+00
900,0	0,4610+00
950,0	-0,2370+00
1000,0	-0,1470+01
1050,0	-0,3420+01
1100,0	-0,6280+01
1150,0	-0,1040+02
1200,0	-0,1630+02
1250,0	-0,2570+02
1300,0	-0,4740+02
1350,0	-0,4700+02
1400,0	-0,5050+02
1450,0	-0,7480+02
1500,0	-0,2920+02
1550,0	-0,1930+02
1600,0	-0,1350+02
1650,0	-0,9690+01
1700,0	-0,7400+01
1750,0	-0,6280+01
1800,0	-0,6210+01
1850,0	-0,7140+01
1900,0	-0,9120+01
1950,0	-0,1230+02
2000,0	-0,1700+02
2050,0	-0,2360+02
2100,0	-0,3480+02
2150,0	-0,9070+02
2200,0	-0,5710+02
2250,0	-0,5860+02
2300,0	-0,5430+02
2350,0	-0,3730+02
2400,0	-0,3050+02
2450,0	-0,2750+02
2500,0	-0,2750+02
2550,0	-0,3150+02
2600,0	-0,6410+02
2650,0	-0,2900+02
2700,0	-0,2410+02

H737-5b



H737-5c



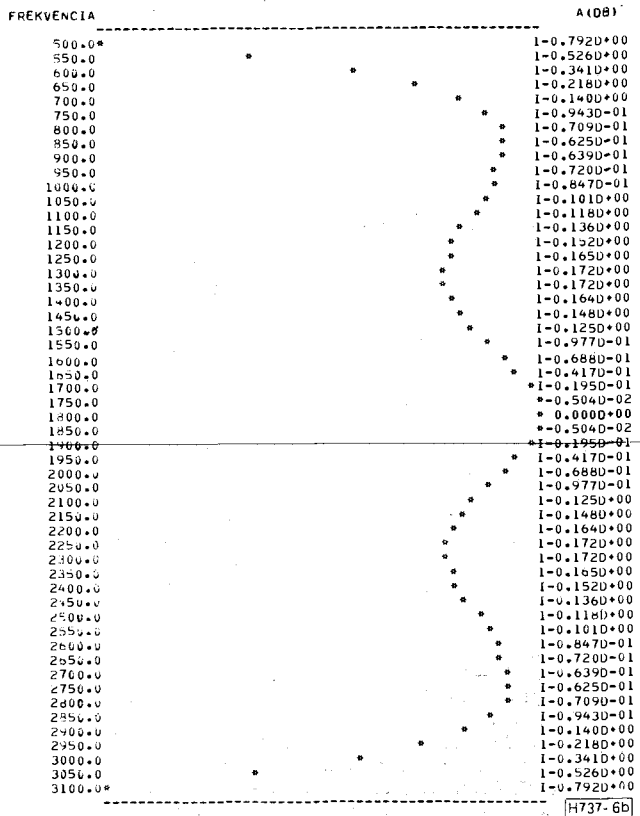
H737-6a

5. ábra. Adószűrő 4800 b/s modemhez, a) az átérésztősávi hiba, b) átvitel a specifikált tartományban, c) átvitel a felügyeleti csatorna sávjában

transzformátornak — a nulla frekvencia környezetén kívül — nincsen zárósávja, több zárósávi zérust nem kell felvenni, azaz az átviteli sávban $\frac{M-1}{2} + 1$ előírást tehetünk a csillapításmenetre. Ezeket az előírásokat csak az algebrailag szimmetrikus átérésztősáv egyik felére, nullától 1800 Hz-ig vagy 1800 Hz-től 3600 Hz-ig kell megtenni, mert a sáv másik fele automatikusan kialakul. Mivel célszerű, ha a csillapítás-hiba a sávszéleken nagyobb, a megkötéseket az átérésztősávban egyenletesen helyeztük el. Ahhoz, hogy 1800 Hz-en (s síkon a végtelenben) az átvitel véges legyen, $P=M$ -et kell felvenni, azaz a transzformátornak páratlan fokszámúnak kell lennie.

Az approximációt kilencedfokú és hetedfokú hálózatfüggvénnyel végeztük el. A kilencedfokú hálózatfüggvény maximális eltérése 0 dB-től, 700 Hz-től 2900 Hz-ig pontos együtthatókkal: $-0,06 + 0,003$ dB, a hetedfokúé $-0,06 + 0,05$ dB. Nyolc bite való kerekítés után kilencedfoknál $-0,17 + 0$ dB, a hetedfoknál $-0,016 + 0,087$ dB (6. és 7. ábrák).

Figyelemre méltó, hogy a kilencedfokú hálózatfüggvény eredő hibája nagyobb, annak ellenére, hogy a pontos együtthatókkal számított amplitúdó-karakterisztika pontosabb volt, mint a hetedfokú amplitúdó-karakterisztika. A hetedfokú transzformátor azért is kedvezőbb, mert a nagyobb hiba a sáv szélén van.



H737-6b

6. ábra. Kilencedfokú Hilbert-transzformátor, a) pontos súlyozó együtthatókkal, b) nyolc bite kerekített súlyozó együtthatókkal

FREKVENCIA	A (dB)	FREKVENCIA	A (dB)
500.0*	1 -0.9380+00	500.0*	1 -0.8920+00
550.0	1 -0.5950+00	550.0	1 -0.5490+00
600.0	1 -0.3470+00	600.0	1 -0.3000+00
650.0	1 -0.1740+00	650.0	1 -0.1260+00
700.0	1 -0.6090-01	700.0	1 -0.1560-01
750.0	* 0.5840-02	750.0	1* 0.4950-01
800.0	1* 0.3880-01	800.0	1* 0.4030-01
850.0	1* 0.4850-01	850.0	1* 0.8730-01
900.0	1* 0.4380-01	900.0	1* 0.7930-01
950.0	1* 0.3180-01	950.0	1* 0.6360-01
1000.0	* 0.1800-01	1000.0	1* 0.4570-01
1050.0	* 0.5840-02	1050.0	1* 0.2930-01
1100.0	*1 -0.2580-02	1100.0	* 0.1670-01
1150.0	*1 -0.6630-02	1150.0	* 0.5600-02
1200.0	*1 -0.6650-02	1200.0	* 0.4810-02
1250.0	*1 -0.3680-02	1250.0	* 0.4900-02
1300.0	* 0.9400-03	1300.0	* 0.6360-02
1350.0	* 0.5840-02	1350.0	* 0.9080-02
1400.0	* 0.9890-02	1400.0	* 0.1150-01
1450.0	* 0.1230-01	1450.0	* 0.1280-01
1500.0	* 0.1280-01	1500.0	* 0.1270-01
1550.0	* 0.1160-01	1550.0	* 0.1120-01
1600.0	* 0.9000-02	1600.0	* 0.8560-02
1650.0	* 0.5840-02	1650.0	* 0.3310-02
1700.0	* 0.2860-02	1700.0	* 0.2690-02
1750.0	* 0.7570-03	1750.0	* 0.7100-03
1800.0	* 0.0000+00	1800.0	* 0.0000+00
1850.0	* 0.7570-03	1850.0	* 0.7100-03
1900.0	* 0.2860-02	1900.0	* 0.2690-02
1950.0	* 0.5840-02	1950.0	* 0.5510-02
2000.0	* 0.9000-02	2000.0	* 0.4360-02
2050.0	* 0.1160-01	2050.0	* 0.1120-01
2100.0	* 0.1280-01	2100.0	* 0.1270-01
2150.0	* 0.1230-01	2150.0	* 0.1260-01
2200.0	* 0.9890-02	2200.0	* 0.1150-01
2250.0	* 0.5840-02	2250.0	* 0.9080-02
2300.0	* 0.9400-03	2300.0	* 0.6360-02
2350.0	*1 -0.3680-02	2350.0	* 0.4500-02
2400.0	*1 -0.6650-02	2400.0	* 0.4810-02
2450.0	*1 -0.6630-02	2450.0	* 0.8560-02
2500.0	*1 -0.2580-02	2500.0	* 0.1670-01
2550.0	* 0.5840-02	2550.0	* 0.2930-01
2600.0	* 0.1800-01	2600.0	1* 0.4570-01
2650.0	1* 0.3180-01	2650.0	1* 0.6360-01
2700.0	1* 0.4380-01	2700.0	1* 0.7930-01
2750.0	1* 0.4850-01	2750.0	1* 0.8730-01
2800.0	1* 0.3880-01	2800.0	1* 0.8330-01
2850.0	* 0.5840-02	2850.0	1* 0.4950-01
2900.0	1 -0.6090-01	2900.0	*1 -0.1380-01
2950.0	1 -0.1740+00	2950.0	1 -0.1240+00
3000.0	1 -0.3470+00	3000.0	1 -0.3000+00
3050.0	1 -0.5950+00	3050.0	1 -0.5490+00
3100.0*	1 -0.9380+00	3100.0*	1 -0.8920+00

H737-7a

H737-7b

7. ábra. Hetedfokú Hilbert-transzformátor, a) pontos súlyozó együtthatókkal, b) nyolc bitre kerekített súlyozó együtthatókkal

Köszönetnyilvánítás

A szerzők a FIR szűrők elméletét dr. Sallai Gyula hivatkozott munkáiból tanulták. Külön köszönettel tartozunk dr. Sallai Gyulának a kézirat alapos átnézéséért.

I R O D A L O M

[1] Leuthold P.: Digitale Netzwerkstrukturen zur Durchführung von Faltungsoperationen mit mehrdimensionalen Kernen. Habilitationsschrift, Institut, für Hochfrequenztechnik, Eidgenössische Hochschule, Zürich, 1971.
 [2] Leuthold P.: A new concept for the realisation of data modems with integrated digital filters and modulators. Philips Res. Rep., 1972. V. 27. pp. 223—243.
 [3] Van Gerwen P. J.—Werhoeckx H. A. M. et al.: Microprocessor implementation of high speed data modems. IEEE Trans. on Comm., V. 25. N. 2. Febr. 1977. pp. 238—250.
 [4] Peled A.—Liu B.: Digital signal processing, theory, design and implementation. John Wiley and Sons, New York, 1976.
 [5] Sallai Gy.: Direkt módszerek véges memóriájú digitális szűrők tervezéséhez. Híradástechnika, 1978. október, XXIX. évfolyam, 10. szám 289—296. old.
 [6] Bács E.—Hanzó L. és mások: Data transmitter using variable digital filter. Proc. of the Sixth Coll. on Microwave Communication, Vol. 1. X—5/29. 1.
 [7] Sallai Gy.: Transzverzális szűrők tervezése leképzéssel és kompenzációval. Kandidátusi értekezés, 1976.

[8] Rabiner R.—Gold B.: Theory and application of digital signal processing. Prentice-Hall, New-Jersey, 1975.
 [9] Vich R.: Synthesis of digital filters and correctors with finite impulse response and linear phase based on the principle of frequency sampling. Proceedings of ICEC 79, Praha 1979. pp. 324.
 [10] Sallai Gy.: Approximation of FIR digital filters by bilinear transformation. Circuit Theory and Applications, V. 7. 1979. pp. 267—275.
 [11] Grupp W.: A closed form design method for FIR filters. INT. SYMP. ON CIRCUITS AND SYSTEMS, July 17—19. 1979. pp. 1—2.
 [12] Evans R. J.: Robust FIR digital filter design. INT. SYMP. ON CIRCUITS AND SYSTEMS, July 17—19. 1979. pp. 3—4.
 [13] Feldmann M.: Direct synthesis of minimum-phase transversal filters. INT. SYMP. ON CIRCUITS AND SYSTEMS, July 17—19. 1979.
 [14] Novak D. J.: Linear phase digital filter design. Proc. of the IEEE, May 1969. pp. 850—851.
 [15] Prabhu K. M. M.—Renganathan H.: Optimised data windows. Electronics Letters, V. 16. N. 1. January 1980. pp. 38—40.
 [16] Scanlan S. O.—Rhodes J. D.: Microwave networks with constant delay. IEEE Trans. on Circ. Theory, V. 14. N. 3. 1967. pp. 290—297.
 [17] Ueda, H.—Aoyama T.: Design of minimum phase FIR filters. The Trans. of the ICECE of Japan, V. 62. N. 9. Sept. 1979. pp. 603—604.
 [18] Eckelmann G. F.: Ein schnelles und zuverlässiges Rechenprogramm zur genauen Hurwitzfaktorisierung eines Polynoms in der Netzwerksynthese. Doktorische Arbeit, Darmstadt, 1976. május.