

Gradiens adaptív kiegyenlítő modellezése

KÓSA ZSUZSA —
SZEKENI JÁNOS

Távközlési Kutató Intézet

A meglévő telefonhálózaton működtetett közép- és nagysebességű adatátviteli berendezések csatornához alkalmazkodó jeldetekciót igényelnek. Általánosan ismert a demodulátor—kiegyenlítő—döntő felépítésű vevő [3, 5], amely akár hagyományos, akár mikroprogramozott rendszerrel megvalósítható. A tárolók árának és a műveletek idejének csökkenésével egyre jobban elterjednek az együttes, alkalmazkodó, maximális valószínűségi becslésen alapuló — Viterby, Stack stb. — jeldetekciók [10]. Ez a módszer nagy számítás- és tárolókapacitás-igénye miatt még perspektivikus jellegű.

A kiegyenlítők a szabályozás folyamatossága alapján csoportosíthatók. Adaptív a kiegyenlítő, ha az adatátvitel alatt folyamatosan szabályoz [3]. A preset kiegyenlítő a kapcsolat felépítése során egyszer beáll, majd merev szűrőként viselkedik [6]. Szakaszos kiegyenlítést lehet elérni az ún. keretező módszerrel [4]. Manuális kiegyenlítőt bérelt hálózaton alkalmaznak [9], telepítéskor a kiegyenlítő beállítható, ezután időinvariáns digitális szűrőnek tekinthető. Az egyértelműség kedvéért a továbbiakban kiegyenlítőn mindig adaptív automatikus kiegyenlítőt értünk.

Automatikus kiegyenlítővel először Lucky foglalkozott [5] 1965-ben. Kiegyenlítési kritériumnak a szemábra beszűkülését leíró csúcstorzítást alkalmazta, [6]-ban már említi a négyzetes átlagtorzítás is mint kiegyenlítési kritériumot. A négyzetesátlagtorzítás egy módosított változatát ismerteti Gersho [3] 1969-ben megjelent cikke. A hazai irodalomban Wiener [4] nyújtott áttekintést a témáról. Guidoux [7] a döntésirányítású és döntésvisszacsatolt struktúrák összehasonlításával foglalkozott. Falconer [1, 2] együttes kiegyenlítést és vivőfázis-visszaállítását javasol döntésirányítású struktúrában. Gitlin és Weinstein a kiegyenlítőkhöz szükséges kerekítési pontosságot tárgyalja [8].

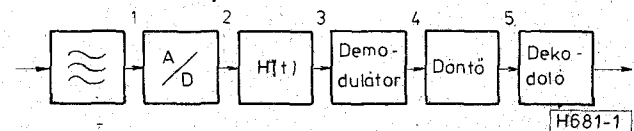
Az irodalom egy-egy struktúra részletesebb vizsgálatával foglalkozik, de nem ad összehasonlítási lehetőséget a különböző felépítések között. A konvergenciatartomány határait általában nem vizsgál-

ják. Szükségesnek látszott egy egyszerű modell felállítása, amelynek segítségével adott feladathoz struktúrát lehet választani, és megadható a konvergenciatartomány is.

Az 1. fejezet a kiegyenlítő elhelyezésével, a leírásával, a modellek áttekintésével foglalkozik, megadja a kiegyenlítés alapalgorithmusát és általános leírását. A 2. fejezet az egyszerű, zaj- és kvantálásitorzításmentes vivősávi modellt írja le; választ ad az optimális beállítás és a konvergencia kérdéseire. A 3. fejezetben a sztochasztikus gradiens-algoritmust használó kiegyenlítő képletei alapján gyakorlati vázlatot adunk a megvalósításhoz, majd a vivőfázis-szabályzással és a kezdeti beállítással foglalkozunk. A 4. fejezet írja le tömören az alapsávi elhelyezés modelljét, az 5. fejezetben összefoglaljuk eredményeinket.

1. A kiegyenlítő általános leírása

Tekintsük a lineáris modulációt (QAM) alkalmazó adatátviteli modem [9] vevőoldalának azt a részét, ahová a kiegyenlítőt elhelyezhetjük (1. ábra).



1. ábra. Modem vevőoldal a kiegyenlítő nélkül

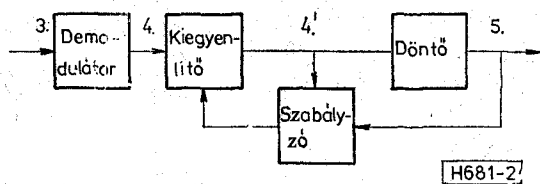
Az analóg szűrőre egyrészt a kis sávzélességű, nagy intenzitású zavaró jelek (pl. felügyeleti csatorna jelei) elnyomása miatt, másrészt a mintavételes rendszer használata miatt van szükség. Az A/D átalakítóból a jel, formálásra, a $H(t)$ komplex súlyfüggvényű digitális szűrőre kerül, amely előállítja a Hilbert-transzformáltat is [1, 2]. A demodulátor és a döntő az alapsávba helyezi a jelet, és előállítja a döntött adatértékeket. A dekódoló alakítja adatsorozattá az adatértékek halmazát.

A kiegyenlítő a vevőoldal 4. ill. 3 pontjain illeszthető be, alap- vagy vivősávban (2. és 3. ábra). A szabályozó jelet az 5. ponton és a kiegyenlítő kimenetén megjelenő értékből képezzük.

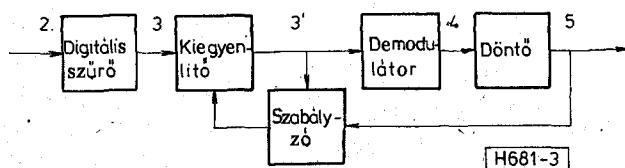
Az alapsávi kiegyenlítő előnye, hogy általában kevesebb számítást igényel. A vivősávi kiegyenlítő számítási igénye valamivel nagyobb, viszont bármilyen demodulációs eljárás esetén alkalmazható (pl. nemlineáris demodulációnál is), valamint együttes vivőfázis-szabályozást és -kiegyenlítést tesz lehetővé, ami gyorsíthatja a jeldetekciót. Így az utóbbi elhelyezést célszerűbb megvalósítani.

Mind vivősávi, mind alapsávi elhelyezésben alkalmazható döntésirányítású (4. ábra) vagy döntés-visszacsatolt (5. ábra) struktúrájú kiegyenlítő.

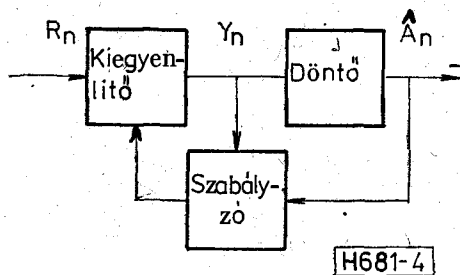
Mindkét felépítésben az előre-, ill. visszacsatoló egység transzverzális szűrőből áll. Így viselkedésük lineáris egyenletrendszerrel leírható.



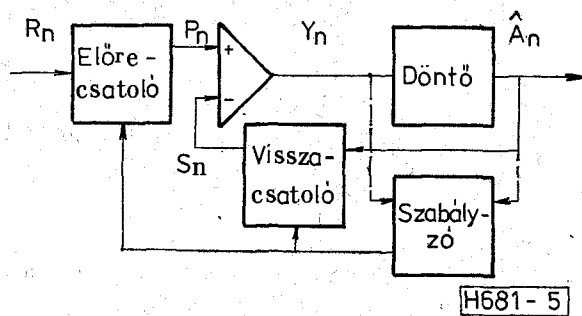
2. ábra. Alapsávi kiegyenlítő vázlata



3. ábra. Vivősávi kiegyenlítő vázlata



4. ábra. Döntésirányítású struktúra



5. ábra. Döntés-visszacsatolt struktúra

Az átviteli csatorna torzításából adódóan két zavaró jelenség lép fel: a kvadratúrában levő modulációs csatornák közötti áthallás (ICI), ill. az azonos csatornán belüli jelátlapolódás (ISI) (6. ábra, [13]). A csatorna viselkedését és a kiegyenlítő működését egyszerűen leírhatjuk komplex leírásmóddal (7. ábra), ahol a valós és képzetes részeket egymástól függetlennek tekinthetjük. Az értelmezésre a gyakorlati kivitelezés során gondosan ügyelni kell.

A kiegyenlítetttség mértéke a négyzetes átlagtorzítás (ϵ_n), amely a küldött adatjel és a kiegyenlített, demodulált jel különbségnégyzetének várható értéke. A 4., 5. és 7. ábrák alapján:

$$\epsilon_n = \langle |Y_n - A_n|^2 \rangle, \quad (1)$$

ahol $\langle \rangle$ várhatóérték-képzést jelöl. A_n természetesen a vétel helyén nem áll rendelkezésünkre, csak az \hat{A}_n döntött érték. Az alábbi feltételek teljesülése esetén A_n helyettesíthető \hat{A}_n -nel:

— a küldött adatsorozat korrelálatlan és energiája egységnyi:

$$\langle A_i A_j^* \rangle = \delta_{ij}, \quad \text{ahol } \delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{ha } i \neq j \\ 1 & \text{ha } i = j \end{cases}, \quad (2a)$$

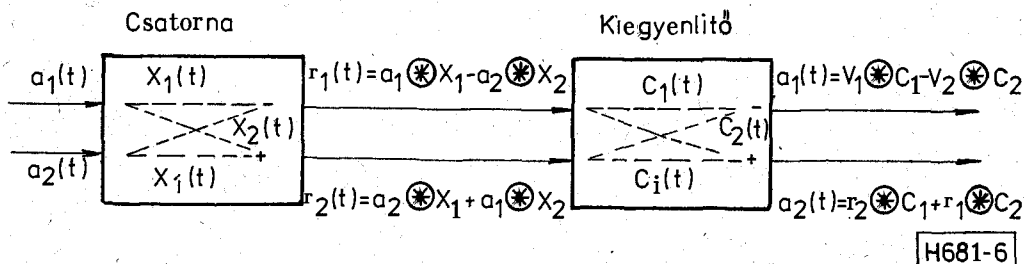
— a döntés nagy valószínűséggel jó, ha a döntött adatsorozatban is fennáll a korrelálatlanság:

$$\langle \hat{A}_i \hat{A}_j^* \rangle = \delta_{ij}, \quad (2b)$$

$$\langle A_i \hat{A}_j^* \rangle = \delta_{ij}, \quad (2c)$$

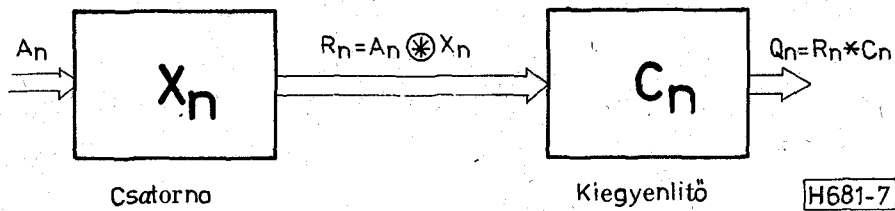
ahol a * a komplex konjugálást jelöli.

Mivel ϵ_n megfigyeléséhez végtelen idejű átlagolásra lenne szükség, ϵ_n helyett vezessük be a megfigyelhető e_n valószínűségi változót, ami a pillanatnyi hiba



H681-6

6. ábra. Az átviteli út időtartományi modellje: a_1, a_2 — szinuszos, koszinuszos csatorna küldött jelei, r_1, r_2 — szinuszos, koszinuszos csatorna vett jelei, q_1, q_2 — szinuszos, koszinuszos csatorna kiegyenlített jelei, $X(t)$ — egyenes csatorna súlyfüggvénye, $X_2(t)$ — áthallási súlyfüggvény, C_1, C_2 — kiegyenlítő súlyfüggvényei, * — konvolúció jele



7. ábra. Az átviteli út komplex modellje: $A_n = a_1(nT) + ja_2(nT)$ küldött adatjel, $R_n = r_1(nT) + jr_2(nT)$ vett minta, $Q_n = q_1(nT) + jq_2(nT)$ kiegyenlített minta, $X_n = x_1(nT) + jx_2(nT)$ a csatorna súlyfüggvénye, $C_n = c_1(nT) + jc_2(nT)$ a kiegyenlítő súlyfüggvénye

abszolút érték négyzetét jelenti:

$$\varepsilon_n = |Y_n - \hat{A}_n|^2. \quad (3a)$$

ε_n várható értéke a (2) kifejezések alapján megegyezik ε_{n-1} -nel:

$$\langle \varepsilon_n \rangle = \langle |Y_n - \hat{A}_n|^2 \rangle \approx \langle |Y_n - A_n|^2 \rangle = \varepsilon_n. \quad (3b)$$

A gradiens algoritmus használata esetén a kiegyenlítő súlyozó együtthatói ε_n , ill. ε_n gradiensével arányosan módosulnak:

$$C_{n+1} = C_n - k \text{ grad } \varepsilon_n \quad (\text{determinisztikus meghatározás}), \quad (4a)$$

$$C_{n+1}^s = C_n - k \text{ grad } \varepsilon_n \quad (\text{sztochasztikus módszer}). \quad (4b)$$

Lineáris kifejezések esetén a várhatóérték- és a gradiensképzés felcserélhető, így (3b) segítségével bizonyítható, hogy a sztochasztikus módszer várható értékben megfelel a determinisztikus meghatározásnak:

$$\langle C_{n+1}^s \rangle = C_n - k \text{ grad } \langle \varepsilon_n \rangle = C_n - k \text{ grad } \varepsilon_n = C_{n+1}. \quad (4c)$$

Optimális beállítás a $\text{grad } \varepsilon_n = 0$ pontban jön létre. Megfelelő méretű kiegyenlítővel elméletileg bármilyen – adatot el nem nyelő – csatornát teljesen ki lehet egyenlíteni, így $\varepsilon_{\min} = 0$ elérhető. A gyakorlatban azonban nincs lehetőség nagy fokszerű kiegyenlítésre, tehát optimális beállítás esetén is adódik egy maradék négyzetesátlag-torzítás, így általában $\varepsilon_{\min}(\text{fokszám}) \geq 0$. Valamilyen kezdeti beállításból indulva, a kiegyenlítő utáni jel torzítása ε_n , és ha n tart a végtelenhez, akkor $\varepsilon_\infty = \varepsilon_{\min}$.

Ezután az áttekintés után keressünk választ a zaj- és kerekítés nélküli, véges fokszerű modell alapvető kérdéseire.

- Optimális beállítás esetén mekkora a maradék négyzetesátlag-torzítás, és milyen értéket vesznek fel a súlyozó együtthatók.
- Adott kezdeti állapotból kiindulva, n lépés után mekkora a szabályzással még kiküszöbölhető torzítás.
- A $\text{grad } \varepsilon_n$ szorzótényezője mekkora értéket vehet fel.

Mindhárom kérdést részletesen lehetne vizsgálni az eddig leírt négy lehetséges fölépítésben és elhelyezésben. Mi a legbonyolultabb struktúrát, a vivősávi, döntésirányítású rendszert vizsgáljuk részletesen,

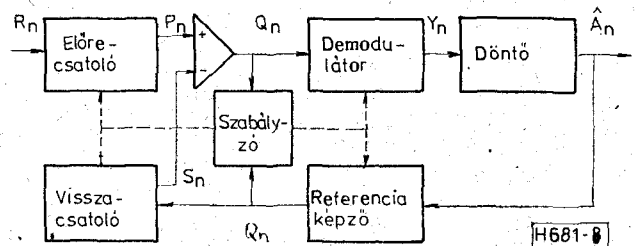
azonban minden lényeges eredménynél rámutatunk a döntésirányítású fölépítés egyszerűbb eredményeire is.

Az alapsávi elhelyezés tömör levezetése a függelékben található.

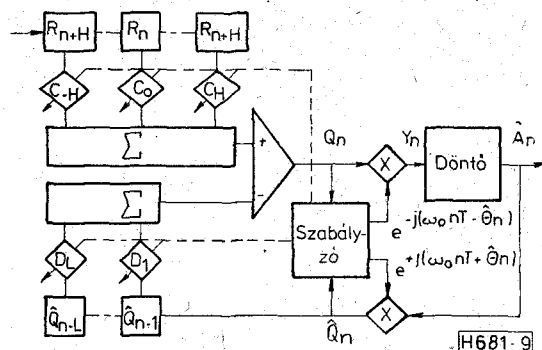
2. A vivősávi kiegyenlítő modellje

Döntésvisszacsatolt vivősávi kiegyenlítőt ábrázol a 8. ábra.

Döntésirányítású kiegyenlítőnél a visszacsatoló egység elmarad, $P_n = Q_n$. Alapsávi elhelyezésűknél – mivel a demodulációt a kiegyenlítés előtt el kell végezni – a modellből kimarad a referencia képzés és a demoduláció, $Q_n = Y_n$ és $\hat{Q}_n = \hat{A}_n$. Mindezek figyelembevételével vizsgáljuk a teljes kiépítést tartalmazó kiegyenlítő működését optimális beállítás, szabályozás és konvergencia szempontjából a részletesebb 9. ábra alapján.



8. ábra. Döntésvisszacsatolt vivősávi kiegyenlítő tömbvázlata



9. ábra. Döntésvisszacsatolt vivősávi kiegyenlítő felépítése

2.1. Modellegyenletek

A kiegyenlítő előtti csatorna az \mathbf{X} vektorral, a komplex súlyfüggvény mintavételi időközönként felvett értékeivel jellemezhető. \mathbf{X}^a -val jelöljük az alapsávi ekvivalens súlyfüggvényt, \mathbf{X} -szel a vivős csatorna súlyfüggvényét: $X_k = X_h^a \exp(j\omega_0 kT)$, ahol ω_0 a vivőfrekvencia, és T a mintavételi időköz. Ennek alapján a kiegyenlítő n -edik bemeneti mintája, R_n felírható alap-, ill. vivősávi elhelyezés esetén:

$$R_n = \sum_{h=-H}^H X_h^a A_{n-h} \exp(j\omega_0 nT + j\theta_n) = R_n^a \exp(j\omega_0 nT + j\theta_n), \quad (5)$$

ahol θ_n a vivő pillanatnyi fázisa, H a csatorna emlékeztére jellemző. A továbbiakban is a felső index nélküli jelölések vivősávi, az a indexűek alapsávi mennyiségeket jelentenek.

A 9. ábrán látható két tranzverzális szűrő kimeneti jele vektor-vektor szorzattal (konvolúcióval) leírható:

$$P_n = \sum_K C_K^* R_{n-K} = C_n^* R_n, \quad (6a)$$

$$S_n = \sum_I D_I^* Q_{n-I} = D_n^* Q_n, \quad (6b)$$

ahol vektorok és mátrixok esetén a $*$ komplex konjugált transzponáltat jelöl; az n -edik lépésben

$$C_n^* = (C_{-M}^*, \dots, C_0^*, \dots, C_M^*), \quad D_n^* = (D_1^*, \dots, D_L^*),$$

valamint

$$R_n = (R_{n+M}, \dots, R_n, \dots, R_{n-M})$$

és

$$Q_n = (Q_{n-1}, \dots, Q_{n-L}).$$

A döntésvisszacsatolt kiegyenlítő működési egyenletei az eddigiek alapján a következők:

$$Q_n = P_n - S_n = C_n^* R_n - D_n^* \hat{Q}_n, \quad (7a)$$

$$Y_n = Q_n \exp(-j\omega_0 nT - j\hat{\theta}_n), \quad (7b)$$

$$\hat{Q}_n = \hat{A}_n \exp(j\omega_0 nT + j\hat{\theta}_n). \quad (7c)$$

Döntésirányítású kiegyenlítőnél a (7a) egyenlet egyszerűsödik:

$$Q_n = P_n = C_n^* R_n. \quad (7d)$$

A szabályzás alapjául szolgáló négyzetesátlagtorzítás, az (1) definíció alapján fölírható a 9. ábra modelljére:

$$\epsilon_n = \langle |Y_n - A_n|^2 \rangle = \langle |(C_n^* R_n - D_n^* \hat{Q}_n) \exp(-j\omega_0 nT - j\hat{\theta}_n) - A_n|^2 \rangle. \quad (8)$$

Ezt részletesen kifejtve kapjuk ϵ_n alapegyenletét:

$$\begin{aligned} \epsilon_n = & C_n^* \langle R_n R_n^* \rangle C_n + D_n^* \langle \hat{Q}_n \hat{Q}_n^* \rangle D_n + \langle A_n A_n^* \rangle - \\ & - C_n^* \langle R_n \hat{Q}_n^* \rangle D_n - D_n^* \langle \hat{Q}_n R_n^* \rangle C_n - \\ & - C_n^* \langle R_n A_n^* \exp(-j\omega_0 nT - j\hat{\theta}_n) \rangle - \\ & - \langle A_n \exp(j\omega_0 nT + j\hat{\theta}_n) R_n^* \rangle C_n + \\ & + D_n^* \langle Q_n A_n^* \exp(-j\omega_0 nT - j\hat{\theta}_n) \rangle + \\ & \langle A_n \exp(j\omega_0 nT + j\hat{\theta}_n) \hat{Q}_n^* \rangle D_n. \end{aligned} \quad (9)$$

Vizsgáljuk meg a (9) egyenlet egyes tagjait egyszerűsítések és értelmezések céljából, a (2), (5) és (7) képletek fölhasználásával:

$$\langle A_n A_n^* \rangle = 1, \quad (10a)$$

$$\langle \hat{Q}_n \hat{Q}_n^* \rangle = \mathbf{I} \quad \text{egységmátrix}, \quad (10b)$$

$$\langle \hat{Q}_n A_n^* \exp(-j\omega_0 nT - j\hat{\theta}_n) \rangle = \mathbf{0} \quad \text{nulla vektor}, \quad (10c)$$

$$\langle R_n A_n^* \exp(-j\omega_0 nT - j\hat{\theta}_n) \rangle = \mathbf{X} \exp(j\hat{\theta}_n - j\theta_n), \quad (10d)$$

mert

$$\begin{aligned} \langle R_n A_n^* \exp(-j\omega_0 nT - j\hat{\theta}_n) \rangle_k = \\ = \sum_{k_h=-H}^H X_h^a \langle A_{n+k-h} A_n^* \rangle \exp(j\omega_0 kT + j\theta_n - j\hat{\theta}_n). \end{aligned}$$

További jelölések bevezetésével áttekinthetőbbé válik a (9) egyenlet:

$$\langle R_n R_n^* \rangle = \alpha. \quad (11a)$$

α a csatorna korrelációs mátrixa [1, 2], amelynek egyik eleme:

$$\alpha_{ki} = \sum_{h=-H}^H X_h^a X_{h-k+i}^a \exp(j\omega_0 iT - j\omega_0 kT). \quad (11b)$$

α pozitív definit, hermitikus, Toeplitz-típusú mátrix [11].

$$\langle R_n \hat{Q}_n^* \rangle = \beta. \quad (11c)$$

β visszacsatoló mátrix (2c), (5) és (7c) alapján kifejezhető \mathbf{X} csatornasúlyfüggvény értékeivel. β egyik eleme:

$$\begin{aligned} \beta_{ki} = R_{n-k} \hat{Q}_{n-i}^* = \\ = \sum_{h=-H}^H X_h^a \langle A_{n-k-h} \hat{A}_{n-i}^* \rangle \exp(j\omega_0 iT - j\omega_0 kT) = X_{i-k} \quad (11d) \end{aligned}$$

β általában téglalap mátrix, mivel az előresatoló és visszacsatoló fokszáma nem azonos.

A (10) és (11) kifejezések alapján a négyzetesátlagtorzítás áttekinthetőbb alapegyenlete:

$$\begin{aligned} \epsilon_n = C_n^* \alpha C_n + D_n^* D_n + 1 - C_n^* \beta D_n - C_n^* \mathbf{X} \exp(j\theta_n - j\hat{\theta}_n) - \\ - \mathbf{X}^* C_n \exp(j\hat{\theta}_n - j\theta_n) - D_n^* \beta^* C_n. \end{aligned} \quad (12)$$

Döntésirányítású esetben $D_n = \mathbf{0}$ miatt a D_n -et tartalmazó kifejezések kimaradnak:

$$\begin{aligned} \epsilon_n = C_n^* \alpha C_n + 1 - C_n^* \mathbf{X} \exp(j\theta_n - j\hat{\theta}_n) - \\ - \mathbf{X}^* C_n \exp(j\hat{\theta}_n - j\theta_n). \end{aligned} \quad (13)$$

2.2. Optimális beállítás

A négyzetesátlag-torzítás (12)-beli kifejezése alapján keressük az optimális beállítást jelentő C_{opt} és D_{opt} vektorokat, valamint ϵ_{min} értékét.

Az optimumban ϵ_n C_n^* és D_n^* szerinti gradiense 0, és a vivőfázis beállítása pontos: $\hat{\theta}_n = \theta_n$

$$\frac{\partial \epsilon_n}{\partial C_n^*} = \mathbf{0} = \alpha C_{\text{opt}} - \beta D_{\text{opt}} - \mathbf{X}, \quad (14a)$$

$$\frac{\partial \epsilon_n}{\partial \mathbf{D}_n^*} = \mathbf{0} = \mathbf{D}_{\text{opt}} - \boldsymbol{\beta}^* \mathbf{C}_{\text{opt}}. \quad (14b)$$

A két egyenlet alapján kifejezhetők az optimális értékek:

$$\mathbf{C}_{\text{opt}} = (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\beta}^*)^{-1} \mathbf{X}, \quad (15a)$$

$$\mathbf{D}_{\text{opt}} = \boldsymbol{\beta}^* \mathbf{C}_{\text{opt}} = \boldsymbol{\beta}^* (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\beta}^*)^{-1} \mathbf{X}, \quad (15b)$$

$$\epsilon_{\min} = 1 - \mathbf{X}^* (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\beta}^*)^{-1} \mathbf{X}. \quad (15c)$$

Döntésirányítású esetben a kifejezések egyszerűbbé válnak:

$$\mathbf{C}_{\text{opt}} = \boldsymbol{\alpha}^{-1} \mathbf{X}, \quad (16a)$$

$$\epsilon_{\min} = 1 - \mathbf{X}^* \boldsymbol{\alpha}^{-1} \mathbf{X}. \quad (16b)$$

Egy tervezési paraméterként adott ϵ_{\min} értékhez a kiegyenlítő fokszáma (15c) és (16b) képletekből számítható [12].

2.3. A szabályozás fennmaradó torzítása

Valamely ismert kezdeti állapotból ($\mathbf{C}_0, \mathbf{D}_0$) kiindulva keressük az n -edik lépésbeli négyzetesátlag-torzítást, ϵ_n -t. Az optimális beállítás értékeinek segítségével mind a négyzetesátlag-torzítás, mind a transzverzális szűrők együtttható-vektorai fölírhatók egy optimális-és egy hibaérték összegeként:

$$\mathbf{C}_n = \mathbf{C}_{\text{opt}} + \mathbf{E}_n, \quad (17a)$$

$$\mathbf{D}_n = \mathbf{D}_{\text{opt}} + \mathbf{F}_n, \quad (17b)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_n = & [1 - \mathbf{X}^* (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\beta}^*)^{-1} \mathbf{X}] + \\ & + [\mathbf{E}_n^* \boldsymbol{\alpha} \mathbf{E}_n + \mathbf{F}_n^* \mathbf{F}_n - \mathbf{E}_n^* \boldsymbol{\beta} \mathbf{F}_n - \mathbf{F}_n^* \boldsymbol{\beta}^* \mathbf{E}_n] = \epsilon_{\min} + \gamma_n. \end{aligned} \quad (17c)$$

A gradiens szabályozás fölfogható úgy is, hogy csak a hibavektorokat csökkenti minden lépésben, így (17) és (4) felhasználásával:

$$\mathbf{E}_{n+1} = \mathbf{E}_n - \eta (\boldsymbol{\alpha} \mathbf{E}_n - \boldsymbol{\beta} \mathbf{F}_n) = (\mathbf{I} - \eta \boldsymbol{\alpha}) \mathbf{E}_n + \eta \boldsymbol{\beta} \mathbf{F}_n, \quad (18a)$$

$$\mathbf{F}_{n+1} = \mathbf{F}_n - \mu (\mathbf{F}_n - \boldsymbol{\beta}^* \mathbf{E}_n) = (1 - \mu) \mathbf{F}_n + \mu \boldsymbol{\beta}^* \mathbf{E}_n. \quad (18b)$$

A továbbiakban ezeket a keresztben rekurzív kifejezéseket matikailag kezelhetőbb alakra hozzuk: egy $\boldsymbol{\alpha}$ és $\boldsymbol{\beta}$ mátrixokból alkotott \mathcal{A} hiper mátrix és egy $[\mathbf{E}_n, \mathbf{F}_n] = \mathbf{Z}_n$ hibavektor segítségével.

$$\gamma_n = [\mathbf{E}_n^*, \mathbf{F}_n^*] \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}^* & -\boldsymbol{\beta} \\ -\boldsymbol{\beta}^* & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_n \\ \mathbf{F}_n \end{bmatrix} = \mathbf{Z}_n^* \mathcal{A} \mathbf{Z}_n, \quad (19)$$

$$\mathbf{Z}_{n+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{n+1} \\ \mathbf{F}_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \eta \boldsymbol{\alpha} & \eta \boldsymbol{\beta} \\ \mu \boldsymbol{\beta}^* & (1 - \mu) \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_n \\ \mathbf{F}_n \end{bmatrix} = (\mathbf{I} - \mathbf{K} \mathcal{A}) \mathbf{Z}_n, \quad (20)$$

ahol \mathbf{K} diagonálmátrix:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \eta \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mu \mathbf{I} \end{bmatrix}.$$

A (19) és (20) képletek összevetésével a kezdeti hibavektor függvényeként megadható az n -edik lépésben a szabályozásból még fennmaradó torzítás:

$$\gamma_n = \mathbf{Z}_0^* \mathcal{A} (\mathbf{I} - \mathbf{K} \mathcal{A})^{2n} \mathbf{Z}_0. \quad (21a)$$

Az eddigi eredményeket összegezve, az \mathbf{X} csatorna súlyfüggvény és $\mathbf{C}_0, \mathbf{D}_0$ kezdeti beállítás ismeretében, megadható $\epsilon_n = \epsilon_{\min} + \gamma_n$, a négyzetesátlag-torzítás.

Döntésirányítású esetben a (21a) kifejezés egyszerűbbé válik:

$$\gamma_n = \mathbf{E}_0^* \boldsymbol{\alpha} (\mathbf{I} - \eta \boldsymbol{\alpha})^{2n} \mathbf{E}_0. \quad (21b)$$

2.4. A szabályozás konvergenciája

(21) alapján keressük az n -edik lépésbeli, szabályozásból fennmaradó torzítást, és vizsgáljuk a konvergencia feltételeit. Az első két lépésben az ún. szabályozási torzítás könnyen felírható:

$$\gamma_0 = \mathbf{Z}_0^* \mathcal{A} \mathbf{Z}_0, \quad (22a)$$

$$\gamma_1 = \mathbf{Z}_0^* \mathcal{A} (\mathbf{I} - \mathbf{K} \mathcal{A})^2 \mathbf{Z}_0. \quad (22b)$$

(20) és (21a) alapján az $(n+1)$ -edik lépésbeli, szabályozásból fennmaradó torzítás a következő:

$$\begin{aligned} \gamma_{n+1} &= \mathbf{Z}_n^* (\mathbf{I} - \mathbf{K} \mathcal{A}) \mathcal{A} (\mathbf{I} - \mathbf{K} \mathcal{A}) \mathbf{Z}_n = \\ &= \gamma_n - \mathbf{Z}_n^* \mathbf{A} [2\mathbf{K} - \mathbf{K} \mathcal{A} \mathbf{K}] \mathbf{A} \mathbf{Z}_n, \end{aligned} \quad (23a)$$

ahol

$$[2\mathbf{K} - \mathbf{K} \mathcal{A} \mathbf{K}] = \begin{bmatrix} 2\eta \mathbf{I} - \eta^2 \boldsymbol{\alpha} & \mu \eta \boldsymbol{\beta} \\ \mu \eta \boldsymbol{\beta}^* & (2\mu - \mu^2) \mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (23b)$$

$\gamma_{n+1} < \gamma_n$ bármely n -re, azaz a γ_n sorozat nullához konvergál, ha a $[2\mathbf{K} - \mathbf{K} \mathcal{A} \mathbf{K}]$ mátrix pozitív definit. Gersgorin tétele [11] alapján, amely a komplex elemű mátrixok sajátértékeinek elhelyezkedésére ad tartományt, η és μ lehetséges értékeire mátrix sornormákkal kifejezhető egyenlőtlenség-rendszert kapunk:

$$\begin{aligned} 0 < 2\eta - \eta^2 \sum_{j=1}^M |\alpha_{ij}| - |\mu \eta| \max_i \sum_{j=1}^L |\beta_{ij}| = \\ = 2\eta - \eta^2 \|\boldsymbol{\alpha}\| - |\eta \mu| \|\boldsymbol{\beta}\|, \end{aligned} \quad (24a)$$

$$0 < 2\mu - \mu^2 - |\mu \eta| \max_i \sum_{j=1}^M |\beta_{ij}^*| = 2\mu - \mu^2 - |\mu \eta| \|\boldsymbol{\beta}^*\|, \quad (24b)$$

ahol

$$\|\mathbf{B}\| = \sup_i \sum_j |B_{ij}|.$$

Ezen egyenlőtlenség-rendszer egy nyílt η, μ tartományt ad, amelyen belül bármely kezdeti hibavektorból kiindulva biztosított a konvergencia:

$$0 < \mu < \min \left\{ 2; \frac{2}{\|\boldsymbol{\beta}\|} \right\}, \quad (25a)$$

$$0 < \eta < \min \left\{ \frac{2 - \mu}{\|\boldsymbol{\beta}^*\|}; \frac{2 - \mu \|\boldsymbol{\beta}\|}{\|\boldsymbol{\alpha}\|} \right\}. \quad (25b)$$

Döntésirányítású esetben μ nem szerepel, tehát

$$0 < \eta < \frac{2}{\|\boldsymbol{\alpha}\|}. \quad (26)$$

Azt az érdekes eredményt kaptuk, hogy az előre-csatolót befolyásoló η és a visszacsatolóra ható μ értékei egymástól nem lehetnek függetlenek a konvergenciatartományon belül, és értékeiket a csatorna-korreláció és a csatorna-súlyfüggvény elemei befo-

lyásolják. Döntésirányítású esetben η konvergencia-tartományát csak a csatornakorreláció határozza meg.

3. Sztochasztikus algoritmus

A következőkben a sztochasztikus algoritmust alkalmazzuk a kiegyenlítő kimenetén megjelenő jelek négyzetes-átlagtorzításának minimalizálására, valamint a vivőfázis szabályzására.

3.1. A négyzetes átlagtorzítás minimalizálása

Az 1. fejezetben említettük, hogy ϵ_n helyett célszerű s_n megfigyelése, és várható értékben a két módszer eredménye megegyezik.

Kapcsolt hálózatokban nem ismerhető teljes pontossággal a csatorna \mathbf{X} súlyfüggvénye, így olyan algoritmust kell keresni, amely ismert tényezőkből szabályoz. A vevőoldalon mérhető s_n valószínűségi változó valamilyen átlagának gradiensét alkalmazva, megfelelően lehet szabályozni a kiegyenlítő tranzverzális szűrőit. e_n átlagolás nélküli felhasználásával kapjuk a sztochasztikus gradiens-algoritmust [1, 2, 4].

Írjuk fel e_n kifejezését (9)-hez hasonlóan:

$$\begin{aligned} \epsilon_n &= |Y_n - \hat{A}_n|^2 = \\ &= |(\mathbf{C}_n^* \mathbf{R}_n - \mathbf{D}_n^* \hat{\mathbf{Q}}_n) \exp(-j\omega_0 nT - j\hat{\theta}_n) - \hat{A}_n|^2. \end{aligned} \quad (27a)$$

Elvégezve a kijelölt műveleteket, és figyelembe véve (7c)-t:

$$\begin{aligned} e_n &= \mathbf{C}_n^* \mathbf{R}_n \mathbf{R}_n^* \mathbf{C}_n + \mathbf{D}_n^* \hat{\mathbf{Q}}_n \hat{\mathbf{Q}}_n^* \mathbf{D}_n + \hat{A}_n \hat{A}_n^* - \\ &- \mathbf{C}_n^* \mathbf{R}_n \hat{\mathbf{Q}}_n^* \mathbf{D}_n - \mathbf{D}_n^* \hat{\mathbf{Q}}_n \mathbf{R}_n^* \mathbf{C}_n - \hat{\mathbf{Q}}_n \mathbf{R}_n^* \mathbf{C}_n - \\ &- \mathbf{C}_n^* \mathbf{R}_n \hat{\mathbf{Q}}_n^* + \mathbf{D}_n^* \hat{\mathbf{Q}}_n \hat{\mathbf{Q}}_n^* + \hat{\mathbf{Q}}_n \hat{\mathbf{Q}}_n^* \mathbf{D}_n. \end{aligned} \quad (27b)$$

A szűrőegyütthatókat az s_n négyzetes-átlagtorzítás \mathbf{C}_n^* és \mathbf{D}_n^* szerinti gradienseivel szabályozzuk:

$$\mathbf{C}_{n+1} = \mathbf{C}_n - \eta \text{grad } s_n \Big|_{\mathbf{C}_n^*}; \quad \mathbf{D}_{n+1} = \mathbf{D}_n - \mu \text{grad } e_n \Big|_{\mathbf{D}_n^*}. \quad (28a)$$

(36) alapján kifejezhető a pillanatnyi torzítás gradiense

$$\frac{\partial \epsilon_n}{\partial \mathbf{C}_n^*} = \mathbf{R}_n \mathbf{R}_n^* \mathbf{C}_n - \mathbf{R}_n \hat{\mathbf{Q}}_n^* \mathbf{D}_n - \mathbf{R}_n \hat{\mathbf{Q}}_n^* = \mathbf{R}_n (\mathbf{Q}_n^* - \hat{\mathbf{Q}}_n^*) = \mathbf{R}_n e_n^*, \quad (28b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon_n}{\partial \mathbf{D}_n^*} &= \hat{\mathbf{Q}}_n \hat{\mathbf{Q}}_n^* \mathbf{D}_n - \hat{\mathbf{Q}}_n \mathbf{R}_n^* \mathbf{C}_n - \hat{\mathbf{Q}}_n \hat{\mathbf{Q}}_n^* = \\ &= -\hat{\mathbf{Q}}_n (\mathbf{Q}_n^* - \hat{\mathbf{Q}}_n^*) = -\hat{\mathbf{Q}}_n e_n^*, \end{aligned} \quad (28c)$$

ahol $e_n = Q_n - \hat{Q}_n$ a pillanatnyi hibajel.

A sztochasztikus algoritmus felhasználásával tehát könnyen megfigyelhető, ismert értékek alapján lehet a szabályzást realizálni:

$$\mathbf{C}_{n+1} = \mathbf{C}_n - \eta \mathbf{R}_n (\mathbf{Q}_n^* - \hat{\mathbf{Q}}_n^*) = \mathbf{C}_n - \eta \mathbf{R}_n e_n^*, \quad (29a)$$

$$\mathbf{D}_{n+1} = \mathbf{D}_n + \mu \hat{\mathbf{Q}}_n (\mathbf{Q}_n^* - \hat{\mathbf{Q}}_n^*) = \mathbf{D}_n + \mu \hat{\mathbf{Q}}_n e_n. \quad (29b)$$

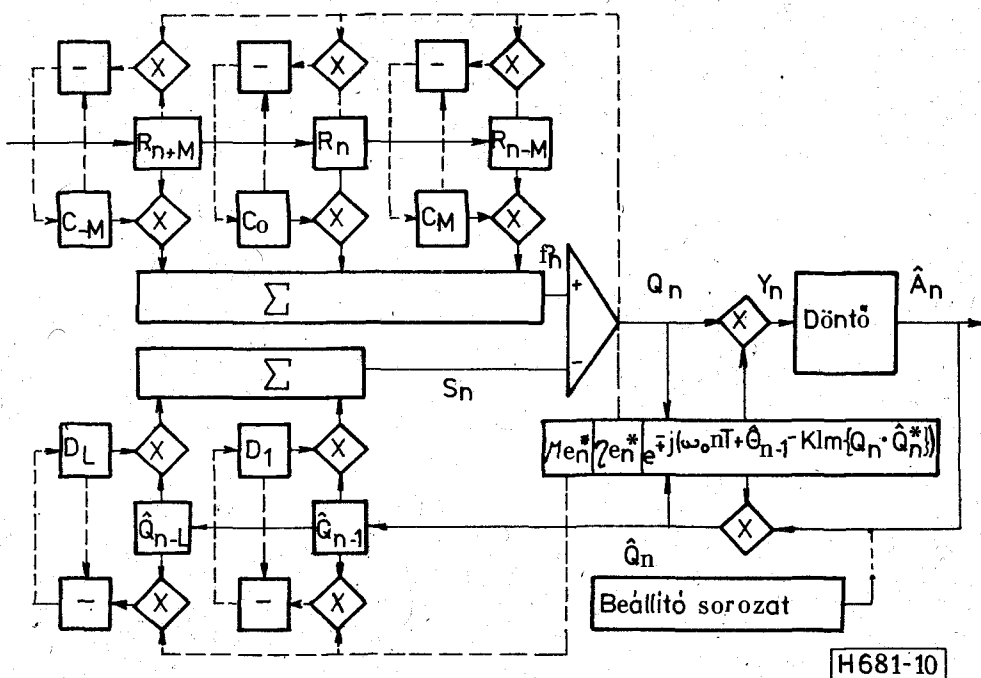
3.2. Vivőfázis-szabályozás

A sztochasztikus gradiens-algoritmus lehetőséget ad az e_n becült vivőfázis ismert értékekből való szabályzására is:

$$\hat{\theta}_{n+1} = \hat{\theta}_n - k \text{grad } \epsilon_n \Big|_{\hat{\theta}_n}. \quad (30a)$$

A (9) és (27b) kifejezésekből számítható a pillanatnyi torzítás becült-vivőfázis szerinti gradiense:

$$\frac{\partial \epsilon_n}{\partial \hat{\theta}_n} = Q_n \hat{Q}_n^* - Q_n^* \hat{Q}_n = \text{Im}(Q_n \hat{Q}_n^*). \quad (30b)$$



10. ábr. Döntésvisszacsatolt vivősávi kiegyenlítő és vivőfázis-szabályozó vezérléssel együtt

Így a vivófázis szabályozása is az előállított Q_n referencijelből és a kiegyenlítő kimeneti jeléből — Q_n -ből — lehetséges:

$$\hat{\Theta}_{n+1} = \hat{\Theta}_n - K \operatorname{Im}(Q_n \hat{Q}_n^*). \quad (30c)$$

3.3. Gyakorlati felépítés

A 9. ábrát az eddigi vizsgálatok alapján kiegészíthetjük a konkrét realizálások vázlatával. Sztochasztikus gradienst alkalmazó, döntésvisszacsatolt vivósávi kiegyenlítő ábrázol a 10. ábra.

A kiegyenlített jelek (Q_n), és a referenciajelek (\hat{Q}_n) összehasonlításával képezzük az $e_n^* = Q_n^* - \hat{Q}_n^*$ hibajeleket. A hibajelet az előre-csatolóban (η) és a visszacsatolóban (μ) különböző arányban vesszük figyelembe. Minden súlyozó együtthatóhoz külön beállító rész tartozik. A vivó becsült fázisát, $\hat{\Theta}_n$ -t is minden mintavételi időközben szabályozzuk, ezért az a valódi fázis körül fog valamilyen szórással ingadozni. A beállítójel-sorozat 4800 bps adatátviteli sebességű modem esetén — a 105–106 interface jelek azonos irányú elátmenetei között — előre ismert, ezért a kiegyenlítés kezdeti időszakában kiküszöbölhető a demoduláció-döntés hibája. A tényleges adatkapcsolat létrejöttétől az adatkapcsolat bontásáig a \hat{Q}_n referenciajel képzése a döntő kimenetéről történik.

Döntésirányítású rendszernél a teljes visszacsatoló blokk a szabályozással együtt elmarad.

4. Alapsávi kiegyenlítő modellje (Függelék)

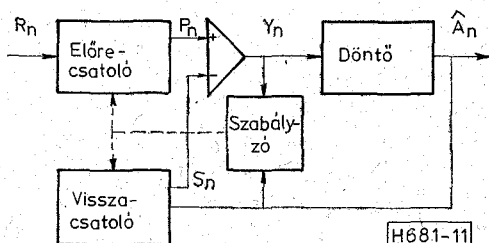
Alapsávban elhelyezett kiegyenlítő mutat a 11. ábra. A visszacsatoló blokk döntésirányítású rendszernél elmarad.

A modell egyenletei a 2. és 3. fejezettel analóg módon:

$$\epsilon_n = \langle |Y_n - A_n|^2 \rangle = \langle |C_n^* R_n - D_n^* \hat{A}_n - A_n|^2 \rangle, \quad (31a)$$

ahol $\hat{A}_n = [\hat{A}_{n-1}, \dots, \hat{A}_{n-L}]$ a döntött adatsorozat. A (31a) egyenletet kifejtve

$$\begin{aligned} \epsilon_n = & C_n^{a*} \langle R_n^a R_n^{a*} \rangle C_n^a + D_n^{a*} \langle \hat{A}_n \hat{A}_n^* \rangle D_n^a + \langle A_n A_n^* \rangle - \\ & - C_n^{a*} \langle R_n^a \hat{A}_n^* \rangle D_n^a - D_n^{a*} \langle \hat{A}_n R_n^{a*} \rangle C_n^a - \langle A_n R_n^{a*} \rangle C_n^a - \\ & - C_n^{a*} \langle R_n^a A_n^* \rangle + D_n^{a*} \langle \hat{A}_n A_n^* \rangle + \langle A_n \hat{A}_n^* \rangle D_n^a. \end{aligned} \quad (31b)$$



11. ábra. Alapsávi, döntésvisszacsatolt kiegyenlítő tömbvázlata

Az egyenlet tagjait külön-külön vizsgáljuk meg.

$$\langle A_n A_n^* \rangle = 1; \langle \hat{A}_n \hat{A}_n^* \rangle = \mathbf{I}, \langle \hat{A}_n A_n^* \rangle = \mathbf{0} \quad (32)$$

$\langle R_n^a R_n^{a*} \rangle = \alpha^a$ a csatorna alapsávi keresztkorrelációs mátrixa, melynek elemei:

$$\alpha_{kl}^a = \sum_{h=-H}^{+H} X_h^a X_{h-k+l}^{a*} = \alpha_{ke} \exp(-j\omega_0 l T + j\omega_0 k T) \quad (33a)$$

pozitív definit, hermitikus, Teoplitz-típusú mátrix. $\langle R_n^a \hat{A}_n^* \rangle = \beta^a$ alapsávi visszacsatoló, téglalap alakú mátrix, melynek elemei:

$$\beta_{kl}^a = \langle R_{n-k}^a \hat{A}_{n-l}^* \rangle = X_{l-k}^a. \quad (33b)$$

Ezek alapján ϵ_n^a kifejezhető:

$$\begin{aligned} \epsilon_n = & C_n^{a*} \alpha C_n^a + D_n^{a*} D_n^a + 1 - C_n^{a*} \beta^a D_n^a - D_n^{a*} \beta^{a*} C_n^a - \\ & - C_n^{a*} X^a - X^{a*} C_n^a. \end{aligned} \quad (34)$$

Optimális beállítás esetén $\operatorname{grad} \epsilon_n = 0$

$$\frac{\partial \epsilon_n}{\partial C_n^*} = 0 = \alpha^a C_{\text{opt}}^{a*} - X^a - \beta^a D_{\text{opt}}^a, \quad (35a)$$

$$\frac{\partial \epsilon_n}{\partial D_n^*} = 0 = D_{\text{opt}}^a - \beta^{a*} C_{\text{opt}}^a. \quad (35b)$$

E kifejezésekből a súlyozó tényezők optimális értékei:

$$C_{\text{opt}}^a = (\alpha^a - \beta^a \beta^{a*})^{-1} X^a, \quad (36a)$$

$$D_{\text{opt}}^a = \beta^{a*} C_{\text{opt}}^a = \beta^{a*} (\alpha^a - \beta^a \beta^{a*})^{-1} X^a. \quad (36b)$$

A maradék négyzetes-átlagtorzítás:

$$\epsilon_{\text{min}}^a = 1 - X^{a*} (\alpha^a - \beta^a \beta^{a*})^{-1} X^a. \quad (36c)$$

Összevetve a vivósávban realizált kiegyenlítő képleteivel:

$$C_{\text{opt}K} = C_{\text{opt}K}^a \exp(-j\omega_0 k T), \quad (37a)$$

$$D_{\text{opt}L} = D_{\text{opt}L}^a \exp(-j\omega_0 l T), \quad (37b)$$

$$\epsilon_{\text{min}} = \epsilon_{\text{min}}^a. \quad (37c)$$

Döntésirányítású kiegyenlítő esetében, $D_n = \mathbf{0}$ alapján tovább egyszerűsödnek a képletek:

$$\epsilon_n^a = C_n^{a*} \alpha^a C_n^a + 1 - C_n^{a*} X^a - X^{a*} C_n^a, \quad (38a)$$

$$C_{\text{opt}}^a = (\alpha^a)^{-1} X^a, \quad (38b)$$

$$\epsilon_{\text{min}}^a = 1 - X^{a*} (\alpha^a)^{-1} X^a = 1 - X^{a*} \alpha^{-1} X^a = \epsilon_{\text{min}}. \quad (38c)$$

A szabályzás folyamatát vizsgálva felírhatjuk:

$$C_n^a = C_{\text{opt}}^a + E_n^a, \quad D_n^a = D_{\text{opt}}^a + F_n^a, \quad (39a)$$

$$\epsilon_n = \epsilon_{\text{min}} + \gamma_n^a. \quad (39b)$$

(38c), (39) és (34) összevetésével:

$$\gamma_n^a = E_n^{a*} \alpha^a E_n^a - E_n^{a*} \beta^a F_n^a - F_n^{a*} \beta^{a*} E_n^a + F_n^{a*} F_n^a. \quad (40a)$$

(21) mintájára E_n^a -t, F_n^a -t és α^a , β^a -t összevonva Z_n^a - és \mathcal{A}^a -ba:

$$\gamma_n^a = [E_n^{a*}, F_n^{a*}] \begin{bmatrix} \alpha^a & -\beta^a \\ -\beta^{a*} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_n^a \\ F_n^a \end{bmatrix} = Z_n^{a*} \mathcal{A}^a Z_n^a. \quad (40b)$$

Könnyen belátható, hogy a gradiens algoritmust alkalmazhatjuk csak a hibavektorokra is:

$$\mathbf{E}_{n+1}^a = (\mathbf{I} - \eta \boldsymbol{\alpha}^a) \mathbf{E}_n^a + \eta \boldsymbol{\beta}^a \mathbf{F}_n^a, \quad (41a)$$

$$\mathbf{F}_{n+1}^a = (1 - \mu) \mathbf{F}_n^a + \mu \boldsymbol{\beta}^{a*} \mathbf{E}_n^a. \quad (41b)$$

Az utóbbi vektorokat közös vektorba összevonva:

$$\mathbf{Z}_{n+1}^a = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{n+1}^a \\ \mathbf{F}_{n+1}^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{I} - \eta \boldsymbol{\alpha}^a) & \eta \boldsymbol{\beta}^a \\ \mu \boldsymbol{\beta}^{a*} & (1 - \mu) \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_n^a \\ \mathbf{F}_n^a \end{bmatrix} = (\mathbf{I} - \mathcal{K} \mathcal{A}^a) \mathbf{Z}_n^a. \quad (41c)$$

Ezek alapján γ_n^a (21)-hez hasonlóan itt is felírható \mathbf{Z}_0^a -val:

$$\gamma_n^a = \mathbf{Z}_0^{a*} \mathcal{A}^a (\mathbf{I} - \mathcal{K} \mathcal{A}^a)^{2n} \mathbf{Z}_0^a. \quad (42)$$

A konvergenciát vizsgálva belátható, hogy alap-sávi esetben is a vívősávi modell eredményei érvényesek.

$$0 < \mu < \min \left\{ 2; \frac{2}{\|\boldsymbol{\beta}^a\|} \right\}, \quad (43a)$$

$$0 < \eta < \min \left\{ \frac{2 - \mu}{\|\boldsymbol{\beta}^{a*}\|}; \frac{2 - \mu \|\boldsymbol{\beta}^a\|}{\|\boldsymbol{\alpha}^a\|} \right\}. \quad (43b)$$

Döntésirányítású rendszerekben \mathbf{D}_n , és a hozzá tartozó szabályzás elmarad.

$$\mathcal{A}^a = \boldsymbol{\alpha}^a, \quad (44a)$$

$$\mathbf{Z}_n^a = \mathbf{E}_n^a. \quad (44b)$$

5. Összefoglalás

Az előzőekben egy egyszerű modell alapján vizsgáltuk az adaptív kiegyenlítő működési, elhelyezési és föl-építési kérdéseit. Gyakorlatban használható tömbvázlatokat és kifejezéseket adtunk a legteljesebb kiépítésű kiegyenlítő és vívőfázis-szabályozó esetére. A közölt eredmények alapján működő kiegyenlítő realizálható konkrét digitális áramkörökkel, mikro-

processzoros logikával vagy más mikroprogramozott rendszerrel. Az adott egyenletek alapján a megfelelő struktúra választása a gazdasági és műszaki paraméterek — ár, idő, maximális torzítás stb. — figyelembevételével történhet. Elméletileg bármilyen — torzított, de meg nem szakadt — csatorna kiegyenlíthető elég nagy fokszámú, ill. elég lassú kiegyenlítővel. Konkrét feladatnál célszerű a tervezést számítógéppel segíteni. A TKI-ban fejlesztett TANÉKV, TAFOURIER és TAKIEGYF nevű programok lehetővé teszik, hogy adott csatornahalmaz és előírt négyzetes-átlagtorzítás mellett a $\mathbf{C}_{x \text{opt}}$, $\mathbf{D}_{x \text{opt}}$, ϵ_{\min} és ϵ_n értékeket, valamint a hozzájuk rendelt fokszámokat meghatározhassuk [12].

I R O D A L O M

- [1] Falconer, D. D.: Jointly Adaptive Equalization and Carrier Recovery In Twodimensional Digital Communication Systems. BSTJ, 55. No. 3. March, 1976. pp. 317—334.
- [2] Falconer D. D.: Analisis of a Gradient Algorithm for Simultaneous Passband Equalization and Carrier Phase Recovery. BSTJ, 55. No. 4. April, 1976. pp. 408—429.
- [3] Gersho, A.: Adaptive Equalization of Highly Dispersive Channels for Data Transmission. BSTJ, 48. No. 1. January, 1969. pp. 55—70.
- [4] Wiener J.: Adaptív kiegyenlítők a négyzetes-átlaghiba minimalizálása I—II. Híradástechnika, XXIX. évf. 1978. 8—9. sz. 225—231. 246—269.
- [5] Lucky, R. W.: Automatic Equalization for Digital Communication. BSTJ, XLIV. April, 1965.
- [6] Lucky—Salz—Weldon: Adatátvitel. Műszaki Könyvkiadó, 1973.
- [7] Guidoux, L.: Egalisation Autoadaptives des Lignes Telephoniques. Philips Res. Rep., Supplements 1976. No. 7.
- [8] Gilin, R. D.—Weinstein: On the Required Tap Weight Precision for Digitally Implemented, Adaptive Mean square Equalisers. BSTJ, 58. No. 2. February, 1979. pp. 301—321.
- [9] CCITT Orange Book. Vol. VIII. 1.
- [10] Conference on Data Transmission. 1977. Laughborow.
- [11] Rózsa P.: Lineáris algebra. Műszaki Könyvkiadó, 1976.
- [12] TANÉKV, TAKIEGYF, TAFOURIER programok, TKI.
- [13] Henk T.: PSK adatátvitel torzítástanalízise. TKI Közlemények, 1979. XXIV. 1.