HÍRADÁSTECHNIKA

WIENER JÓZSEF
Posta Kísérleti Intézet

Adaptív kiegyenlítők a négyzetes átlaghiba minimalizálására

I. rész

ETO 621.372.65:621.395.38:681.327.8

Az adatátviteli összeköttetések legfontosabb minőségi jellemzője a hibavalószínűség. Célunk az összeköttetést úgy megtervezni, hogy a hibavalószínűség egy megengedett felső korlát alatt maradjon. Ez sok esetben — például telefoncsatornán, 2400 Baudnál nagyobb sebesség esetén — csak a teljes adatátviteli rendszer optimális vagy legalábbis közel optimális kialakításával érhető el.

Az optimalizálás az adatjeleket ért torzulások és a zaj következtében fellépő hibák valószínűségének minimalizálását célozza. Ennek eredménye az, hogy a csatornát a vétel helyén egy olyan vevőszűrővel kell kiegészíteni, amelynek karakterisztikája függ az adatjelek spektrális és statisztikus tulajdonságaitól, a csatorna karakterisztikájától, valamint a zaj jellemzőitől.

A csatornára kerülő adatjelek jellemzői általában kielégítő pontossággal ismertek. Kevésbé igaz ez a zajra, de elég jól közelítjük a valóságot, ha a zaj hatását additív Gauss-zaj feltételezésével vesszük figyelembe.

Az időbeli változások következtében viszont nem ismerjük elég pontosan a csatorna karakterisztikáját, és így nem határozható meg a szükséges vevőszűrő pontos karakterisztikája sem. Ezért a vevőnek egy olyan egységet is tartalmaznia kell, amelynek karakterisztikája az adott adatátviteli összeköttetés által szabott követelményekhez igazodik, és képes követni a csatornakarakterisztika változásait is. Az ilyen követelményeknek az automatikusan változtatható beállítású kiegyenlítők tesznek eleget.

Adatátviteli kiegyenlítési feladatok megoldására különböző típusú mintavételező szűrők használatosak. Rugalmas felépítésük, kedvező idő- és frekvenciatartománybeli tulajdonságaik, továbbá az automatikus kiegyenlítés egyszerű megvalósíthatósága következtében különösen előnyösek a nonrekurzív mintavételező szűrők transzverzális struktúrájú megvalósításai.

Beérkezett: 1978. III. 2.

Az automatikus kiegyenlítőket két csoportra oszthatjuk: preset és adaptív típusúakra.

A preset kiegyenlítő a kapcsolat felvétele után csak rövid ideig működik. Ez idő alatt a pillanatnyi csatornakarakterisztikának megfelelően optimalizálja az adatátviteli összeköttetést. A beállítás a csatornára adott beállító sorozat segítségével történik. A normál adatátviteli üzem alatt a kiegyenlítő beállása változatlan marad, így a későbbi változásokat nem képes korrigálni.

Az adaptív kiegyenlítők — ellentétben a preset rendszerekkel — a normál adatátvitel ideje alatt is működnek. Beállásukat, a csatorna karakterisztikájának változásait követve, szükség esetén megváltoztatják, és így folyamatosan biztosítják a rendszer optimalitását.

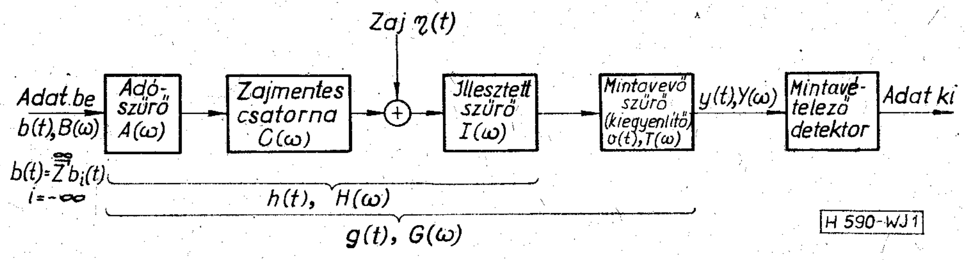
A kiegyenlítők közvetve, a csúcstorzítás vagy a négyzetes átlaghiba minimalizálásával érik el a minimális hibavalószínűséget. A csúcstorzítás minimalizálásával, valamint a preset kiegyenlítőkkel [1] és [4] foglalkozik részletesen.

Jelen dolgozat a négyzetes átlaghibát minimalizáló alapsávi adaptív kiegyenlítők alapvető megvalósításait kívánja tárgyalni. Az ismertetett módszerek és eredmények kiterjeszthetők mindazon adatátviteli rendszerekre, melyeknek létezik alapsávi ekvivalensük [1].

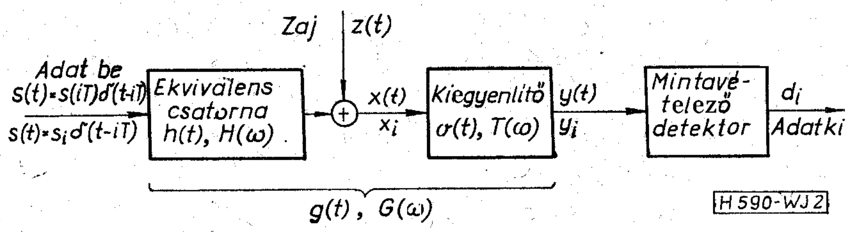
Először a négyzetes átlaghibát minimalizáló adaptív kiegyenlítők tárgyalásához szükséges alapokat foglaljuk össze: az 1. szakaszban bevezetjük az ekvivalens alapsávi rendszer fogalmát, és rögzítjük az alapsávi rendszer számításainkra szolgáló modelljét; a 2. szakaszban definiáljuk a négyzetes átlaghibát; a 3. szakaszban röviden áttekintjük az adaptív kiegyenlítők általános működését.

A 4. szakaszban a döntésirányítású kiegyenlítőt ismertetjük. A gradiens típusú léptető algoritmus ismertetése után két gyors kezdeti beállítást biztosító változatra, az átlagolásos és a sztochasztikus algoritmussal működő ciklikus kiegyenlítőkre térünk rá.

A II. részben a döntésvisszacsatolt kiegyenlítőt és egy döntésirányítású kiegyenlítő típust, valamint



1. ábra. Az alapsávi adatátviteli rendszer vázlata



2. ábra. Ekvivalens alapsávi adatátviteli rendszer

a „keretezés" módszerét fogjuk bemutatni. Végezetül összefoglaljuk és értékeljük a bemutatott eredményeket és megoldásokat. A felhasznált irodalmak jegyzékét is itt fogjuk közölni.

1. Az adatátviteli rendszer modellje

Az alapsávi rendszer vázlatát az 1. ábrán rajzoltuk meg. Feltételezzük azt, hogy a csatorna zajmentes, és a csatorna kimenetén Gauss-amplitúdóeloszlású zaj adódik a jelhez.

Az ábra szerinti rendszer optimalizálása azt eredményezi, hogy a vevőszűrőt 2 részre célszerű bontani: egy a csatornára adott b_i elemi jelhez illesztett szűrőre és egy periodikus karakterisztikájú szűrőre [1]. A periodikus karakterisztikát kiegyenlítőként alkalmazott mintavételező szűrővel tudjuk könnyen biztosítani.

Az 1. ábra szerinti modellt helyettesíthetjük a 2. ábra szerintivel, ahol:

$$H(\omega)=B(\omega)\cdot A(\omega)\cdot C(\omega)\cdot I(\omega). \qquad (1)$$

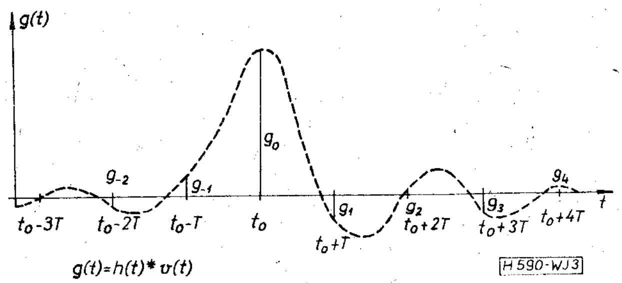
Az 1. ábra $\eta(t)$ zaját az illesztett szűrő transzformálja $z(t)$-be.

Az adatátviteli összeköttetések egy részében lineáris szorzó moduláció, koherens demoduláció és mintavételező detekció használatos. Ilyen feltételek mellett az összeköttetésnek van alapsávi ekvivalense [1], [2], [15], amely számítástechnikailag helyettesíti az eredeti rendszert.

További általánosítást érhetünk el, ha tekintetbe vesszük azt, hogy a PSK moduláció két kvadratúrában levő jel összegének amplitúdómodulációjaként fogható fel [1], [2], így a PSK modulációt alkalmazó rendszereknek is létezik alapsávi ekvivalensük.

Az ekvivalens alapsávi rendszer és a hozzá rendelhető ekvivalens csatornakarakterisztika fogalmának felhasználásával a 2. ábra a fenti modulációs rendszereket is modellezi.

A csatornának egyértelmű jellemzője a súlyfüggvény, példaként a 3. ábrán rajzoltuk meg egy $h(t)$ csatorna és egy $\vartheta(t)$ kiegyenlítő $g(t)$ együttes súlyfüggvényét; az ábrába a T-közű mintákat is berajzoltuk.



3. ábra

Az $y(t)$ jel $k\cdot T+t_0$ időpontokban felvett értékei az alábbi alakba írhatók, végtelen hosszú adatsorozatot feltételezve:

$$y_k=s_k g_0+\sum_{\substack{i=-\infty\\ i\neq k}}^{\infty} s_i g_{k-i}+z_k', \qquad (2)$$

ahol: y_k az $y(t)$ jel mintaértéke $t=kT+t_0$-ban, $k=0, \pm 1, \pm 2, \ldots,$

s_i a $t=iT$ időpontban adott adatjel,

g_{k-i} a $g(t)$ súlyfüggvény mintaértéke,

z_k' a kiegyenlítőn való áthaladás közben módosult $z(t)$ zaj mintája.

Az összefüggésben $s_k h_0$ a mintavételi időpontban „várt" jelminta, a szummázó tag pedig a jelátlapolódást képviseli.

2. Négyzetes átlaghiba

A kiegyenlítő feladata a hibavalószínűség minimalizálása. Olyan kiegyenlítő építése azonban, amely ezt a feladatot közvetlenül, a hibavalószínűség mérésével oldaná meg, lehetetlen. Ennek oka a hibavalószínűség mérésének elvi nehézsége, mivel ehhez az adott adatokat a vétel helyén is ismerni kellene. Más, könnyen kezelhető és mérhető, de a hibavalószínűséggel szoros kapcsolatban levő mennyiségei kell választani a kiegyenlítő működésének alapjául.

Zajmentes esetben a hibamentes mintavételező detekció feltételét az I. Nyquisf-fellélel szabja meg. Eszerint a $G(\omega)$ karakterisztika

$$G_{eq}(\omega)=\begin{cases}\sum\limits_{k=-\infty}^{\infty} G\left(\omega+\frac{2\cdot k\cdot\pi}{T}\right)\cdot e^{j\frac{2\pi}{T}k\cdot t_0}, & \text{ha} \quad |\omega|\leq\frac{\pi}{T}\\ 0 & \text{egyébként}\end{cases} \tag{3}$$

Nyquist-ekvivalensének az ideális aluláteresztő karakterisztikának kell lennie π/T sávszélességgel [1], [2,] [3], ahol az áteresztőtartománybeli csillapítás $g_0\cdot T$.

Ha ez teljesül, akkor:

$$y_k=s_k\cdot g_0. \tag{4}$$

A kiegyenlítők egy része a (4) összefüggés szerint, a $g_i=0$, ha $i\neq 0$ súlyfüggvény minták nullára kényszerítésével (zero forcing) végzi a kiegyenlítést. Az eljárás csak akkor alkalmazható, ha a

$$D_0=\frac{1}{|h_0|}\sum_{\substack{i=-\infty\\ i\neq 0}}^{\infty}|h_i| \tag{5}$$

összefüggéssel definiált kiegyenlítetlen csatornacsúcstorzítás kisebb egynél, $D_0<1$, ami nyitott szemábrát jelent. Általános esetben ($D_0\gtreqless 1$) a csúcstorzítás minimalizálása csak a lineáris programozás módszerével oldható meg, ami sokkal bonyolultabb áramköri felépítést eredményez, mint ha $D_0<1$.

A csúcstorzítás minimálásának nagy előnye, hogy a kiegyenlítés jósága könnyen ellenőrizhető a szemábra segítségével. $D_0<1$ esetén a kiegyenlítő egyszerű felépítésű. A csúcstorzítást minimalizáló kiegyenlítőkkel [1, 3, 4] foglalkozik részletesen.

Könnyű kezelhetőségük következtében igen kedveltek a négyzetes átlaghiba kritériumok. A „várt” és a detektorra jutó jelminták különbségének négyzetes átlaga:

$$e=E_k\{(y_k-S_k\cdot g_0)^2\}=E_k\{e_k^2\}, \tag{6}$$

ahol: ε a négyzetes átlaghiba,

e_k a hibajel, $e_k=y_k-s_k\cdot g_0$,

$E_k\{\cdot\}$ végtelen hosszú sorozatokon végzett átlagolást jelöl.

Bizonyítható [1], hogy abban a gyakorlatilag fontos esetben, amikor az egyes s_k adatok egymástól függetlenek és átlagértékük zérus, akkor a (6) összefüggéssel adott négyzetes átlaghiba minimalizálása egyenértékű az

$$\varepsilon^2=\frac{1}{g_0^2}\sum_{\substack{i=-\infty\\ i\neq 0}}^{\infty}|g_i|^2 \tag{7}$$

négyzetes átlagtorzítás minimalizálásával. Könnyen belátható az is [1], hogy (7) minimális értékénél a csatorna $G_{eq}(\omega)$ és az ideális aluláteresztő $N_{eq}(\omega)$ Nyquist-ekvivalens karakterisztikái különbségének

$$I_2=\int_{-\pi/T}^{\pi/T}|G_{eq}(\omega)-N_{eq}(\omega)|^2 d\omega \tag{8}$$

négyzetes átlaga is minimális lesz.

A (6) összefüggés szokásos alakját kapjuk akkor, ha $g_0=1$:

$$e=E_k\{(y_k-s_k)^2\}=E_k\{e_k^2\}. \tag{9}$$

A négyzetes átlaghibát minimalizáló kiegyenlítők előnye a csúcstorzítást minimalizáló rendszerekkel szemben az, hogy sem a működést, sem a felépítést nem befolyásolja a csatorna jelátlapolódásának nagysága.

Megjegyezzük azt, hogy $D_0<1$ esetén a négyzetes átlaghibát és a csúcstorzítást minimáló kiegyenlítők mintavételező szűrőinek együtthatói közel azonos értékre állnak be [1].

3. Az adaptív kiegyenlítő

Az adaptív kiegyenlítők működése általában a vétel helyén is ismert beállító sorozattal kezdődik. Ennek a sorozatnak a sebessége (ellentétben a preset megvalósításnál alkalmazottal) azonos a normális adatátvitel sebességével. A működésnek ebben a periódusában a hibajel:

$$e_k=y_k-\xi_k, \tag{10}$$

ahol a megkülönböztethetőség érdekében a beállító sorozat elemeit ξ_k-val jelöltük.

Amikor a kiegyenlítés már „elég jó”, akkor lehet átváltani a tényleges adatátvitelre. A kiegyenlítő ekkor is működik, de a további beállítás már a vett és detektált adatok segítségével történik. Arra, hogy mikor „elég jó” a kiegyenlítés, nem lehet pontos meghatározást adni. A határvonal függ a zaj nagyságától és egyéb jellemzőitől, az alkalmazott beállító algoritmustól, valamint attól is, hogy az adaptív struktúrák mely változatát választjuk. Az irodalom általában elfogadja azt, hogy a tényleges adatátvitelre történő átváltás megtörténhet akkor, ha a vett adatok hibátlan detektálásának valószínűsége körülbelül 90%-nál nagyobb.

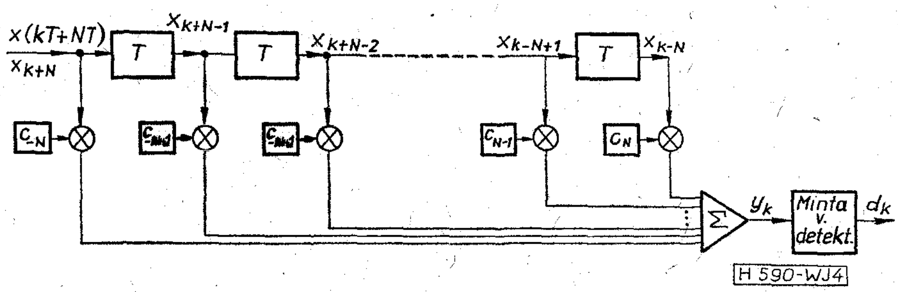
Fentiek alapján a normál adatátvitel alatt a hibajelek az alábbi összefüggéssel becsülhetők:

$$e_k=y_k-d_k, \tag{11}$$

ahol d_k jelöli a detektor kimenetén megjelenő becsült adatjelet.

Az adaptív kiegyenlítő az adatközlés alatt végig, folyamatosan működik, és így adott határokon belül alkalmazkodni tud a csatornának az adatközlés alatt bekövetkező változásaihoz.

Az adaptív kiegyenlítők egy speciális alkalmazása a gyors preset kiegyenlítés, amikor a beállító sorozat átvitelének ideje alatt a rendszert adaptív kiegyenlítőként működtetjük, a tényleges adatközlés alatt pedig az együtthatók már nem változnak.



4. *ábra.* Transzverzális szűrő

4. Transzverzális szűrővel felépített döntésirányítású kiegyenlítő

A transzverzális szűrők (T-szűrők) a nonrekurzív, mintavételező szűrők közé tartoznak [13]. A T-szűrővel felépített rendszerek nagy előnye, hogy a szűrő súlyozó együtthatóit vezérlő algoritmus egyszerű és áramkörileg is könnyen megvalósítható; további kedvező tulajdonságuk az is, hogy a szűrő a súlytényezők bármely értéke esetén stabil.

Egy T-szűrőt a 4. ábrán rajzoltunk fel. Az esetek nagyobb részében elvileg mindegy az, hogy a késleltetés analóg-e, vagy pedig órajellel vezérelhető; ahol azonban szükség van rá, ott külön felhívjuk a figyelmet arra, hogy melyik megoldás alkalmazható.

A T-szűrőket [1, 3, 13, 14] tárgyalja részletesen. A szűrő kimeneti jelének mintája a bemeneti jel mintáival kifejezve:

$$y_k=\sum_{j=-N}^{N} c_j\cdot x_{k-j}. \qquad (12)$$

A négyzetes átlaghibát definiáló (9)-ben a négyzetreemelést elvégezve:

$$\varepsilon=E_k\{y_k^2\}-2\cdot E_k\{y_k\cdot s_k\}+E_k\{s_k^2\}. \qquad (13)$$

(12) behelyettesítésével a (13) összeg első tagja:

$$E_k\{y_k^2\}=\sum_{i=-N}^{N}\sum_{j=-N}^{N} c_i\cdot c_j\cdot E_k\{x_{k-i}\cdot x_{k-j}\}, \qquad (14)$$

míg a második tag:

$$2\cdot E_k\{y_k\cdot s_k\}=2\cdot\sum_{i=-N}^{N} c_i\cdot E_k\{s_k\cdot x_{k-i}\}. \qquad (15)$$

A két utóbbi összefüggés segítségével felismerhető, hogy (13) mátrix alakban is felírható:

$$\varepsilon=\mathrm{e}^T\cdot\mathrm{A}\cdot\mathrm{e}-2\cdot\mathrm{e}^T\cdot\mathrm{v}+E_k\{s_k^2\}, \qquad (16)$$

ahol: e a szűrő együtthatóinak vektora, melynek transzponáltja:

$$\mathrm{e}^T=(c_N,\ c_{-N+1},\ \ldots,\ c_0,\ c_1,\ \ldots,\ c_N);$$

v a keresztkorrelációs vektor,

$$\mathrm{v}^T=(v_{-N},\ \ldots,\ v_0,\ \ldots,\ v_N)$$

és v összetevői a bemenő adatsorozat mintáinak, valamint a szűrő bemenő jelmintáinak keresztkorreláeiói:

$$v_i=E_k\{s_k\cdot x_{k-i}\}, \qquad |i|\leqq N, \qquad (17)$$

végül pedig

A a szűrőre kerülő jelminták autokorrelációs mátrixa, ahol a mátrix elemei:

$$a_{ij}=a_{ji}=E_k\{x_{k-i}\cdot x_{k-j}\}; \qquad |i|,|j|\leqq N. \qquad (18)$$

A négyzetes átlaghiba a c_n együtthatók konvex függvénye [7, 9]. Ebből következően csak egyetlen minimuma lehet, és itt a gradiens zérus.

A négyzetes átlaghiba gradiense:

$$\gamma=\frac{\partial E_k\{(y_k-s_k)^2\}}{\partial\mathrm{e}}=2\cdot E_k\{(y_k-s_k)\cdot\mathrm{x}_k\}, \qquad (19)$$

vagy mátrix alakban:

$$\gamma=2\cdot(\mathrm{A}\cdot\mathrm{e}-\mathrm{v}), \qquad (20)$$

ahol x_k a szűrő megcsapolásain levő, időben változó jelekből képzett vektor, amelynek transzponáltja a kT mintavételi időben:

$$\mathrm{x}_k^T=(x_{k+N},\ \ldots,\ x_k,\ x_{k-1},\ \ldots,\ x_{k-N}). \qquad (21)$$

Az együtthatók optimális értéke a $\gamma=0$ feltétel alapján:

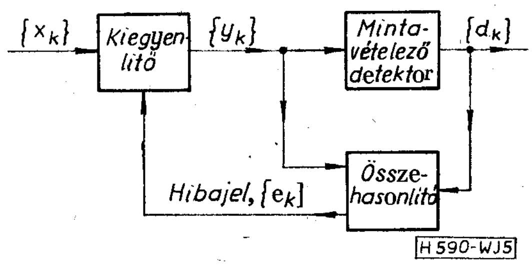
$$\mathrm{c}_{opt}=\mathrm{A}^{-1}\cdot\mathrm{v}. \qquad (22)$$

A (22) összefüggés pontosan meghatározza a T-szűrő optimális beállását, de az alábbi okok miatt — legalábbis ebben a formájában — gyakorlati megvalósításra alkalmatlan:

a) A keresztkorreláció v vektora tartalmazza az adott adatsorozatot ($\{s_k\}$). Ez a vétel helyén nem ismert, helyette leggyakrabban a szűrőt követő detektor kimenetén megjelenő $\{d_k\}$ becsült adatsorozatot használjuk fel a működtetéshez, amint azt előbb a hibajel becslésénél láttuk.

Egy másik lehetőség az információt hordozó jelek blokkokra bontása és ezen blokkok keretezése, amikoris a kiegyenlítést a keret ismert elemeire végezzük el. Az elv nemcsak a döntésirányítású rendszerben alkalmazható, ezért a 7. fejezetben önállóan tárgyaljuk.

b) Az A mátrix és a v vektor meghatározásához a vételi oldalon minden elemet tárolni kellene, majd az adás megszűnése után A-t, A^{-1}-et, v-t meghatározva, az együtthatók optimumra állítását végre lehetne hajtani. Ezután a tárolt x_k sorozatot a T-szűrőn átbocsátva megkaphatnánk a kiegyenlített adatsorozatot. Ez egyrészt csökkentené a csatorna kihasználtságát, másrészt pedig nagy kapacitású, programozott memóriát igényelne. Ehelyett a beállításhoz szükséges mennyiségeket rövid részsoro-



5. ábra. A döntésirányítású rendszer alapsémája

zatokon végzett átlagolással szokásos becsülni. Az együtthatók optimumra állítása fokozatosan, az átlagolások után végrehajtott beavatkozással történik, azaz a (22) egyenletet iterációval oldjuk meg. Nem iterációs technikára [9] mutat be példát.

Az iterációs technikánál az átlagolás hossza lehet rögzített vagy változó. Ez utóbbira példa a szekvenciális vizsgálatok módszere [1, 3]. A rögzített hosszúságú átlagolás szélső esete az egy elemre kiterjedő átlagolás, azaz nincs átlagolás. Ilyen a 4.3. szakasz sztochasztikus algoritmusa.

Az eddigiek figyelembevételével a döntésirányítású kiegyenlítők általános felépítése az 5. ábra szerinti.

4.1 Gradiens típusú léptető alap algoritmus

A döntésirányítású rendszerekben leggyakrabban iterációs technikával, a gradiens típusú léptető algoritmus segítségével történik a (22) egyenlet megoldása. Az m+1-edik és m-edik iterációs lépésben a szűrő együtthatóvektorának különbsége arányos a gradiens értékének m-edik iterációban becsült értékével:

$$\mathrm{c}(m+1)-\mathrm{c}(m)\approx \gamma(m), \qquad (23)$$

ahol az argumentumok az iteráció sorszámát jelölik.

A gradiens (20) egyenlettel adott kifejezését felhasználva (23) szokásos alakja:

$$\mathrm{c}(m+1)=\mathrm{c}(m)-\beta(m)\cdot[\mathrm{A}(m)\cdot\mathrm{c}(m)-\mathrm{v}(m)], \qquad (24)$$

ahol A(m), v(m) véges hosszúságú átlagolás segítségével becsült értékeket jelöl, $\beta(m)$ arányossági tényező, amelynek értéke változhat a kiegyenlítés során, gyakori azonban, hogy állandó értéken tartjuk.

A (24) algoritmus gyorsasága és pontossága függ $\beta(m)$ választásától, ugyanakkor az eljárás nem konvergens $\beta(m)$ bármely értéke mellett. Általános esetben az egyenlet kiértékelése igen nehéz [7].

Elhanyagolások nélkül a nehézséget az jelenti, hogy az összefüggésben szereplő A(m) és v(m) sztochasztikusak. Tételezzük fel azonban, hogy $\beta(m)=\beta$, $\mathrm{A}(m)=\mathrm{A}$ és $\mathrm{v}(m)=\mathrm{v}$ az égyes iterációs ciklusokban állandó értékűek. Az első feltétel tartása csak rajtunk múlik, és gyakrán alkalmazott megoldás. A másik kettő elég jó közelítés egymástól független adatjelek és additív Gauss-zaj feltételezésével, valamint megfelelő hosszúságú átlagolás alkalmazása esetén. Fenti feltételek esetén az algoritmus konvergenciájának elégséges feltétele a

$$0<\beta<\frac{2}{\lambda_{\max}} \qquad (25)$$

egyenlőtlenség teljesülése, ahol $\lambda_{\max}$ az A mátrix sajátértékeinek maximuma [7].

A feltétel a tett kikötések miatt, és mert a sajátértékek révén tartalmazza a csatorna nem teljesen ismert súlyfüggvényét, csak becslésre alkalmazható. Gyakorlati esetekben á zaj elhanyagolása és a súlyfüggvényre tett közelítő feltételezések mellett szokás megbecsülni β értékét.

Matematikai levezetések céljára jól megfelel az algoritmus (24) alakja; könnyebben realizálható összefüggést kapunk azonban, ha a négyzetes átlaghiba gradiensének (19) kifejezését helyettesítjük be:

$$\mathrm{c}(m+1)=\mathrm{c}(m)-\beta(m)\cdot E_k^{(m)}\{e_k\cdot \mathrm{x}_k\}, \qquad (26)$$

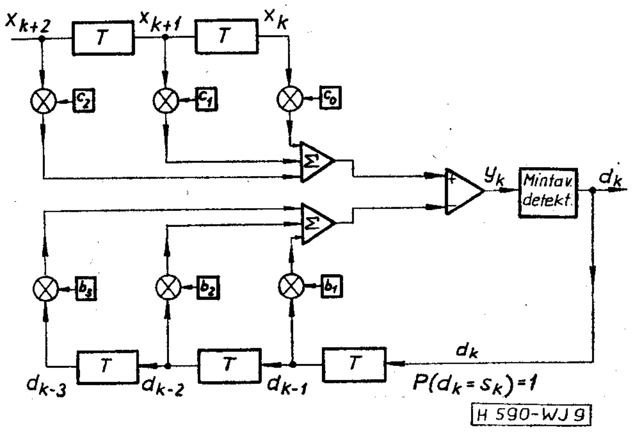
ahol $E_k^{(m)}\{\cdot\}$ az m-edik iterációs lépésben véges hosszúságú sorozatokon végzett átlagolást jelöl.

Az együtthatóvektor komponensei:

$$c_n(m+1)=c_n(m)-\beta(m)\cdot E_k^{(m)}\{e_k\cdot x_{k-n}\}, \qquad |n|\leqq N. \qquad (27)$$

Az utolsó összefüggésből leolvashatóan a kiegyenlítő optimális beállításának feltétele az, hogy a hibajel és a kiegyenlítő késleltető láncán levő jelek keresztkorrelációja zérus legyen. A hibajel becslésére a (10), illetve a (11) összefüggések alkalmazhatók.

A (27) algoritmussal működő kiegyenlítő vázlatát a 6. ábrán rajzoltuk meg, az egyszerűség kedvéért 3 megkapcsolással ($N=1$).



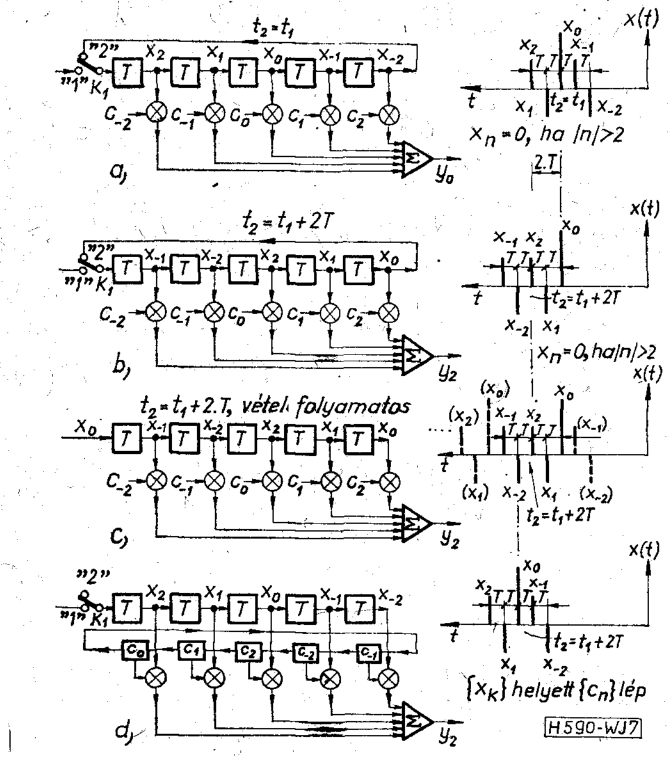
6. ábra. Döntésirányítású kiegyenlítő

A késleltető lánc lehet folytonos vagy diszkrét késleltetésű. A beállító sorozat elemeit a vevő a „beállítósorozat-generátor" révén ismeri, amely lehet pl. álvéletlen generátor vagy „read only" memória.

Az itt ismertetett rendszer talán az egyik leggyakoribb. Beállító sorozat alkalmazásával hatásos, gyors kiegyenlítést tesz lehetővé nagy jelátlapolódással rendelkező, közepes vagy kis zajú csatornákon, többszintű átvitel esetén is.

4.2 Ciklikus kiegyenlítő átlagolással [7]

A csatorna kihasználtságát befolyásolja a kezdő beállítás ideje, célszerű lenne ezt az időt minél jobban csökkenteni. Erre ad egy megoldást a ciklikus kiegyenlítő.



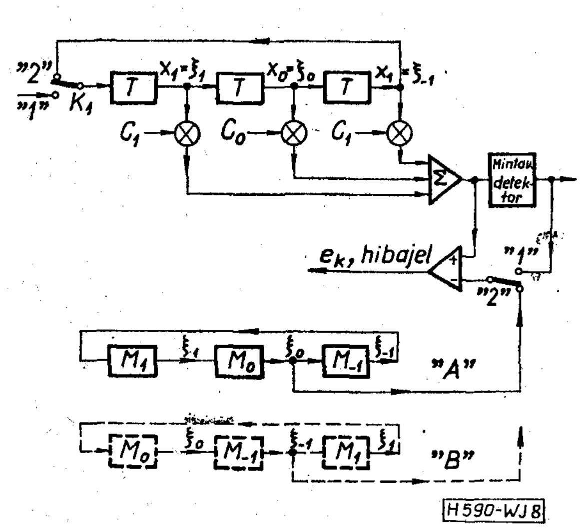
7. ábra. A ciklikus kiegyenlítő alapgondolata

A ciklikus kiegyenlítő-alapgondolatát a 7. ábrasorozaton szemléltettük, egy döntésirányítású rendszeren.

Tételezzük fel, hogy az adó csak annyi elemből álló beállító sorozatot küld, ahány súlyozó együtthatója a kiegyenlítést végző T-szűrőnek van. A beállító sorozat vétele után a K_1 kapcsoló „2" pozícióba helyezésével a 7a ábra szerinti helyzet jön létre, a kimeneten az

$$y_0 = \sum_{n=-N}^{N} c_n \cdot x_{-n} \qquad (28)$$

jel jelenik meg.



8. ábra. Példa az együtthatók léptetésének jelentőségére
A szűrő megcsapolásain levő jelsororozat helyesen: $x_1 = \xi_1$, $x_0 = \xi_0$, $x_{-1} = \xi_{-1}$

Léptessük a 7a ábra szerint hurokba zárt késleltető lánc elemeit kettővel jobbra; az eredmény a 7b ábrán látható, az y_2 kimenőjel:

$$y_2 = c_{-2} \cdot x_1 + c_{-1} \cdot x_{-2} + c_0 \cdot x_2 + c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_0. \qquad (29)$$

Könnyen belátható az, hogy a (29) kimenőjelet kaptuk volna meg az a. ábra szerinti állapot után $2 \cdot T$ idővel akkor is, ha nem hoztuk volna létre a hurkot és az x_2 után újból az x_{-2}, $x_{-1} \ldots x_2$ sorozat érkezett volna (7c ábra).

Előfordulhat az, hogy az x_k jelek léptetésénél kényelmesebben megoldható a c_n súlytényezők léptetése. Így a 7a ábra szerinti megoldással ekvivalens a 7d ábra szerinti abban az esetben, ha a c_n együtthatókat balra léptetjük. Például 2 balra léptetés után a kimeneten újból y_2 adódik.

A c_n együtthatók léptetésének jelentőségét a 8. ábra segítségével szemléltetjük, ahol megrajzoltuk egy döntésirányítású rendszer pillanatnyilag érdekes részeit. A beállítósorozat-generátor M_i memória rekesze a sorozat ξ_i elemét tárolja.

Ha a csatorna jelátlapolódástól mentes, akkor a kiegyenlítő minden együtthatója zérusra áll be, kivéve egyet, amely egységnyi lesz; legyen ez c_0. Ez a feltételezés abból származik, hogy x_k-t tekintjük kiegyenlítendőnek, amihez c_0 tartozik.

Ha az adott és tárolt beállító sorozat egymással szinkronban van — mint a 8. ábra „A" esetében is — akkor valóban c_0 lesz egységnyi. Előfordulhat azonban az is, hogy a memóriasornak a késleltető lánccal szinkronba hozása nem sikerült, és közöttük például a 8. ábra „B" szerinti T-idejű csúszás van. A kiegyenlítőnek a zárt késleltető lánc miatt nincs eleve középső megcsapolása és súlytényezője, bármelyik lehet az. Például a 8. ábra „B" szerinti helyzetben a kiegyenlítő a c_1 súlytényezőt tekinti középsőnek. A beállítás után c_1 egységnyi lesz, a többi együttható zérus. A ciklikus beállítás alatt ez nem baj. A tényleges adatátvitelre való áttérés előtt azonban meg kell vizsgálni, hogy melyik együttható állt be az egységre, majd ezt középre, c_0 helyére, kell léptetni.

A valóságos súlyfüggvények nem ideálisak, de a súlyfüggvény g_0 mintája általában nagyobb abszolút értékű az összes többi mintánál. A kiegyenlítő az előzőek szerint kiválasztott „középső" együtthatót nem egységnyire, de az összes többi abszolút értékénél nagyobbra fogja beállítani. Gyakorlati esetben tehát ezt kell középre, c_0 helyére léptetni.

Fentiekből láthatóan ennél a megoldásnál nem kell megvárni azt, amíg a késleltető lánc és a tárolt beállító sorozat teljesen szinkronban kerülnek, gondoskodni kell azonban arról, hogy a köztük levő időhiba a T mintavételi időnek többszöröse legyen.

A K_1 kapcsoló „2" pozícióba helyezésével a ciklikus beállítás idejére a kiegyenlítő működése függetlenné válik a beérkező adatoktól. Ez módot nyújt arra, hogy a beállítás alatt a kiegyenlítő vezérlését az adatóránál nagyobb sebességű óra vegye át; a beállításhoz szükséges idő az óra sebességének növelésével arányosan csökken.

A beállítás alatt az adatok adása nem szünetel. A beérkező adatok szinkronban tartják az adatórát, így a normális adatátvitelre történő áttérés zökkenőmentesen mehet végbe.

Az eddigiek alapján fel lehet építeni a gradiens típusú léptető algoritmussal működő ciklikus kiegyenlítőt, ez azonos lesz a 6. ábra döntésirányítású rendszerével, csupán két változtatás szükségés. Egyrészt gondoskodni kell arról, hogy a ciklikus beállítás idejére át lehessen kapcsolni a kiegyenlítőt az adatóránál nagyobb sebességű órajelre, másrészt pedig biztosítani kell a késleltető lánc és/vagy az átlagolók tartalmának hurokban történő léptetésének lehetőségét.

A ciklikus beállítás optimális együtthatóvektora nem azonos a véletlen adatokhoz tartozó optimális vektorral. A különbség azonban elég kicsi ahhoz, hogy a tényleges adatátvitelre történő átkapcsolás után biztosított legyen a konvergencia az optimumhoz.

A [7] irodalom részletesen tanulmányozza a ciklikus kiegyenlítő beállítás alatti viselkedését. Arra is választ ad, hogy melyik a legjobb beállító sorozat: legjobb választás a maximális hosszúságú álvéletlen sorozat, bár gyakorlatilag bármely sorozat kielégítő megoldást ad.

A konvergencia sebessége nyilván függ az együtthatók kezdeti értékétől. Abban az esetben, ha a késleltető lánc és a beállító sorozat szinkronba került, legjobb a $c_0=1$, $c_n=0$, $n\neq 0$ választás. Ha nem biztosított a szinkron létrejötte, akkor nem tudhatjuk azt, hogy melyik együttható lesz a ciklikus beállítás során a „középső", ekkor célszerű valamennyi súlytényezőt azonos, mondjuk q értékről indítani, ahol

$$q\approx\frac{1}{2\cdot N+1}. \tag{30}$$

Összefüggéseink nem tartalmazzák a zaj hatását, a pontos számítás bonyolult. Durva becslést kaphatunk azonban a zaj hatására megmaradó négyzetes átlaghibára, ha feltételezzük a kis jelátlapolódást és a $c_i\approx 0$, ha $i\neq 0$ feltételezéssel élünk. Ekkor:

$$e^2\approx\sigma^2, \tag{31}$$

ahol σ^2 az additív Gauss-zaj szórásnégyzete [7].

A ciklikus kiegyenlítő nagyon gyors kezdeti beállítást tesz lehetővé. Egyébként tulajdonságai azonosak a közönséges döntésirányítású rendszerével. Nagy jelátlapolódású csatornán alkalmazása csak akkor célszerű, ha biztosított a vett és tárolt beállító sorozat szinkronizmusa. Előfordulhat ugyanis, hogy nem lesz dominánsan legnagyobb abszolút értékű, azaz „középső" együttható és a berendezés a ciklikus beállítás után rossz pozícióba fogja léptetni az együtthatókat.

4.3 Ciklikus kiegyenlítő átlagolás nélkül sztochasztikus algoritmus [7]

Az eddigiekben olyan megvalósításokat, illetve algoritmusokat vizsgáltunk, ahol a kiegyenlítő súlyozó együtthatóit átlagolás segítségével kapott jelekkel állítottuk be.

Az átlagolás azonban időt és memóriát kíván, ami a működést lassítja. Kérdés, hogy csökkenthető-e az átlagolás hossza, és ez milyen hatásokat okoz.

Tételezzünk fel — mint szélső esetet — egységnyi átlagolási hosszt, azaz ne végezzünk átlagolást. Így a kiegyenlítő minden vett minta után végez korrekciót az együtthatók értékén. Mivel nincs átlagolás, a beavatkozás sztochasztikus jellegű. Ezért az algoritmus neve sztochasztikus algoritmus.

A beállító sorozat beérkezése után a kiegyenlítő késleltető láncán a jelvektor legyen $\mathbf{x}(0)$; ennek m léptetés utáni — az m-edik iterációban felvett értéke — $\mathbf{x}(m)$.

Továbbra is léptető algoritmust alkalmazunk. Az algoritmus matematikai alakja (26)-ból kapható az átlagolás elhagyásával. Vektoralakban az algoritmus:

$$\mathbf{c}(m+1)=\mathbf{c}(m)-\beta\cdot\mathbf{x}(m)\cdot e(m). \tag{32}$$

Az algoritmus akkor konvergens, ha

$$0<\beta<\frac{2}{\mathbf{x}(0)\cdot\mathbf{v}^T(0)}, \tag{33}$$

továbbá ha az $\mathbf{x}(m)$ jelvektor diszkrét Fourier-transzformáltja csak zérustól különböző elemeket tartalmaz. Ez a gyakorlatilag számbajöhető csatornakarakterisztikákra általában teljesül [7].

A sztochasztikus algoritmus állandósult állapotához tartozó optimális együtthatóvektor általában nem azonos sem a ciklikus kiegyenlítő átlagolásos algoritmusának, sem a közönséges döntésirányítású rendszer gradiens típusú léptető algoritmusának optimális együttható vektorával. Az eltérés β-tól függ [7].

A hiba annál kisebb, minél kisebbre választjuk β-t, ami a konvergencia sebességének csökkenését okozza. Nagy kezdeti konvergencia-sebesség érhető el, ha kezdetben nagy β értéket választunk, majd később kisebbre térünk át. Így jó kompromisszum érhető el a gyors konvergencia és az optimális beállítás között. Fenti megfontolásokat természetesen befolyásolja az, hogy az adott alkalmazásban mit ítélünk fontosabbnak: a nagy konvergencia-sebességet vagy a közel optimális beállást a ciklikus beállítás után.

Az átlagolásos algoritmusnál az átlagolás gondoskodik arról, hogy a kiegyenlítő kellőképpen „megfontolt" és külső zavaroktól védett legyen, ez a védelem a sztochasztikus algoritmusnál nincs meg. Itt β elegendően kicsire választásával gondoskodhatunk a megfelelő védettségről.

A kiegyenlítő vázlata lényegében az előző fejezetben ismertetettel azonos. Az eltérés csupán annyi, hogy a keresztkorrelátorokból csak a szorzók maradtak meg.

A sztochasztikus algoritmus beállítás alatti viselkedését — zajmentes esetben — [7] tárgyalja részletesen.