

Vivő-szinkronizáló módszerek tulajdonságainak összehasonlítása digitális fázismoduláció (PSK) esetén

ETO 621.395.44.072.9;621.376.4

Koherens információközlő rendszerekben a vevőoldalon szükséges referenciajelek előállítására, azaz vivő-, szimbólum- (bit-) szinkronizálásra gyakran alkalmaznak fáziszárt rendszereket, különösen akkor, amikor a rádiócsatornán történt áthaladás során megváltozott (és időben változó) jelparaméterek leutánzása (követése) a cél. Pontos szinkronizálás természetesen még zajmentes esetben sem lehetséges, zajos esetben pedig maguk a referenciajelek is zajosak, s ez a körülmény a demodulálás jóságát (digitális rendszerekben a hibavalószínűséget, analóg rendszerekben pedig pl. a kimeneti jel-zaj viszonyt) befolyásolja. Ennek vizsgálata képezi jelen munka tárgyát, két- és négyszintű digitális fázismoduláció (PSK) esetén.

Jelölések

α	a hurok jel-zaj viszonya,
B_L	ekvivalens hurok-zajsávzsélesség,
B_i	bemeneti sávzsélesség,
b	relatív hurok sávzsélesség: az $1/T_0$ bemeneti sávzsélesség és a hurok-zajsávzsélesség viszonya,
D_φ^2	$= E(\varphi - E\varphi)^2$ a fázis varianciája,
E	a statisztikus átlagolás jele,
k	a teljesítménymegosztásra jellemző tényező: a moduláló és a teljes teljesítmény viszonya,
$m(t)$	a moduláló jel,
$\tilde{m}(t)$	a moduláló jel becslése,
$n(t)$	bemeneti additív zaj,
$p(\varphi)$	φ valószínűség-sűrűségfüggvénye,
P, P_m, P_v	teljes, moduláló és vivőteljesítmény,
P_r	valószínűség,
P_e, \bar{P}_e	hibavalószínűség, átlagos hibavalószínűség,
R	bemeneti jel-zaj viszony digitális modulációnál: a jelteljesítmény és az $1/T_0$ sávzsélességben bejövő zaj hányadosa,
$s(t)$	a bemenőjel,
σ_φ	a Gauss-eloszlás szórása.

1. PSK-jelek demodulálása, szinkronizálási feladatok

Digitális fázismodulációnál az

$$s(t) = \sqrt{2}A \cos[\omega_0 t + \Theta_i(t) + \Theta_0] \quad (1)$$

bemenőjel fázisa felel meg a szimbólumkészlet elemeinek:

$$\Theta_i(t) = \frac{2\pi}{M} (i-1); \quad i = 1, 2, \dots, M; \quad t_k \leq t \leq t_k + T_0, \quad (2)$$

ahol $M=2$ bináris fázismoduláció, BPSK esetén és $M=4$ négyállapotú fázismoduláció, QPSK esetén.

Az optimális döntési eljárás alapegyenlete bináris PSK-ra a következő (l. pl. [1, 2]):

$$\frac{1}{2\pi N_0} \int_0^{T_0} y(t) [s_1(t) - s_0(t)] dt + \frac{E_0 - E_1}{4\pi N_0} \geq 0, \quad (3)$$

ahol $y(t) = s(t) + n(t)$ és $E_0 = \int_0^{T_0} s_0^2(t) dt$,

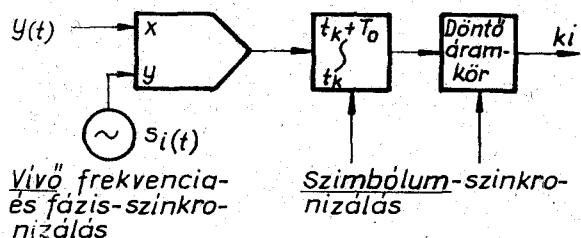
$E_1 = \int_0^{T_0} s_1^2(t) dt$ a jelek energiái, N_0 pedig a zaj egy-

oldalas spektrális sűrűsége.

Az algoritmus ebben az esetben ismert módon korrelátorral (általános esetben több korrelátorral) valósítható meg, s ebben az esetben szükség van a vivő- és szimbólumperiodicitás pontos ismeretére a vevőoldalon (koherens demodulálás). Ennek gyakorlati közelítésére szinkronizálási feladatokat kell ellátni (kvázikoherens demodulálás), amelyeket az 1. ábrán illusztráltunk [3].

Mivel a legtöbb esetben a szinkronizálási feladatok mint a jel megváltozott paramétereinek a leutánzása merülnek fel, a szinkronizálás követő rendszerekkel valósítható jól meg. A [4]-ben ismertetett alapvető fáziszárt rendszerek mind vivő-, mind szimbólum-szinkronizálásra alkalmasak. Az összetettebb fáziszárt rendszerek (döntésvisszacsatolt hurok és kombinációja a Costas-hurokkal) egyúttal jól közelítik a véletlen frekvenciájú és fázisú PSK-jel optimális vételi algoritmusát additív gaussi zajban [2, 5, 6, 7].

A nem ideális szinkronizálás hatását a demodulálás jóságára sokan vizsgálták. A munkák egy része a statikus hibák, így pl. a vivőfrekvencia eltérésének és az elemijel-átmenetek pontatlan ismeretének együttes hatásával foglalkozik [8]. A publikációk másik része azzal a gyakorlatilag sokszor fontos esettel foglalkozik, amikor a vevőoldalon előállított referenciajelek zajossága rontja a vétel minőségét [9, 10].



[H 511-SC1]

1. ábra. Koherens demodulálás, szinkronizálási feladatok

A vétel minőségét meghatározó tényező a hibavalószínűség, amely bináris esetben a

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{R} \quad (4)$$

összefüggésből, négyállapotú esetben pedig a

$$P_e = \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{R}{2}} - \frac{1}{4} \operatorname{erfc}^2 \sqrt{\frac{R}{2}} \quad (5)$$

összefüggésből számítható [1] koherens demodulálás (ideális szinkronizálás) esetén. Adott φ vivő- és τ szimbólum-szinkronizálási hiba esetén a hibavalószínűség nyilván ezek függvénye:

$$P_e = f(R, \varphi, \tau). \quad (6)$$

Zaj esetén ezek a fázishibák véletlen mennyiségek, és a vétel minőségére — az ideális esethez képesti romlás mértékére — alkalmas jellemzőként kínálkozik az átlagos hibavalószínűség, azaz a hibavalószínűség φ és τ statisztikája szerinti várható értéke [5]:

$$\bar{P}_e = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-T_0}^{T_0} P_e(\varphi, \tau) p(\varphi, \tau) d\varphi \cdot d\tau. \quad (7)$$

Megjegyezzük, hogy az átlagos hibavalószínűség mellett a gyakorlati tervezés során gyakran nagyobb hasznát lehet venni más jellemzőknek. Így pl. megadhatjuk annak a valószínűségét, hogy a hibavalószínűség egy alkalmasan megválasztott küszöbszintet meghalad. Ez az érték:

$$P_r\{P_e > P_{ek}\} = P_r\{|\varphi| > \varphi_k\} = 1 - 2F_\varphi(\varphi_k), \quad (8)$$

ahol φ_k az

$$\frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{R} \cos \varphi_k) = P_{ek} \quad (9)$$

vagy az

$$\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{R}{2}} \cos \varphi_k\right) - \frac{1}{4} \operatorname{erfc}^2\left(\sqrt{\frac{R}{2}} \cos \varphi_k\right) = P_{ek} \quad (10)$$

feltételből adódó küszöb-fázishiba (F_φ -vel φ eloszlásfüggvényét jelöltük).

Visszatérve a számításaink, ill. összehasonlításaink alapjául kiválasztott átlagos hibavalószínűsége, a (7) képlet akkor érvényes, ha a vivő fázishibája lassan változik, azaz egy szimbólumnyi idő alatt közel konstans. Ez egyébként a gyakorlati esetek többségében teljesül, hiszen ehhez az kell, hogy a vivőszűrő — legyen az lineáris szűrő vagy valamilyen fáziszárt szinkronizáló rendszer — sávzélessége kisebb legyen a bemeneti sávzélességnél. Egyéb esetek (gyorsan vagy mérsékelten változó fázishiba) vizsgálatára [6]-ban találunk közelítő módszereket és eredményeket.

A vivő- és szimbólum-szinkronizálási hiba együttes hatásának meghatározására a [7] összefüggésnek megfelelően az együttes sűrűségfüggvényt kell meghatározni. Kimutatható [5], hogy akár azonos forrásból származnak, akár függetlenek ezek a referenciajelek, az együttes romlás nem nagyobb mértékű, mintha csak a vivő-szinkronizálási hibát vennék figyelembe.

Munkánkban ennek megfelelően a nem ideális vivő-szinkronizálás hatásának vizsgálatát tűztük ki célul.

Korábbi hasonló számítások, ill. összehasonlítások nem terjedtek ki BPSK-nál a döntésvisszacsatolt hurokra, ill. a QPSK-ra [5, 6, 11]. Referenciáknál a koherens demodulálással adódó legkisebb hibavalószínűség szolgálhat, de összehasonlításként célszerű a differenciális fázismoduláció inkoherens (késleltetési) demodulálásakor adódó hibavalószínűséget is feltüntetni, mivel ekkor vivő-szinkronizálásra elvileg nincs szükség. Itt azonban [11]-gyel ellentétben figyelembe vesszük, hogy a szimbólum-szinkronizálási és késleltetési hiba hatására — a vizsgált kvázikoherens eljárásokkal összevethető körülmények között — a hibavalószínűség rosszabb az ideális eseténél.

2. A linearizált PLL modellek alkalmazása

Számításainkban a fázis sűrűségfüggvényét a normális eloszlás sűrűségfüggvényével fogjuk közelíteni. Az egzakt, nemlineáris vizsgálatból adódó összefüggések számítástechnikailag is nehezen kezelhetők, különösen igaz ez a döntésvisszacsatolt hurok esetére. Lényegesebb azonban az az indok, hogy a gyakorlati esetekben általában jó közelítés is ez a modell, hiszen kisebb hurok jel-zaj viszonynál a fáziszár elvesztésének valószínűsége lenne túl nagy.

A gaussi közelítés további indoklásra szorul az elnyomott vivőt helyreállító hurkok esetén, amikor a hurok előtt nemlinearitást találunk. Ilyenkor a zaj a hurok szűrő bemenetén természetesen nem gaussi, azonban azzal jól közelíthető, ha a hurok sávzélessége kicsi a nemlineáris elemet megelőző sávzélességhez képest.

Szintén a gyakorlati rendszerekkel szembeni követelményekből indulunk ki második feltételezésünkkel, nevezetesen hogy a hurok kezdeti frekvenciakülönbsége olyan kicsi, hogy a fázis várható értéke közel zérus. Ezzel természetesen megfelelő frekvencia-bebecslési eljárásokat tételezünk fel [5].

Ezek után a számításokhoz mindössze a fázis varianciájára van szükség. Egyszerű fáziszárt huroknál ez a hurok jel-zaj viszony reciproka, négyzetreemelt- és Costas-huroknál is jól ismertek az eredmények [5, 6], BPSK-ra a

$$D_\varphi^2 = \frac{B_L}{B_m \cdot R} \left(1 + \frac{1}{R}\right) \quad (11)$$

képlet, míg négyállapotú PSK, megfelelően negyedfokú nemlinearitást tartalmazó hurok, ill. megfelelően módosított Costas-hurok esetén a

$$D_\varphi^2 = \frac{B_L}{B_m \cdot R} \left(1 + \frac{9}{2R} + \frac{6}{R^2} + \frac{16}{R^3}\right) \quad (12)$$

képlet adja meg a fázis varianciáját. A döntésvisszacsatolt hurokban a fázis varianciáját [4]-ben határoztuk meg. Eszerint bináris esetben a

$$D_\varphi^2 = \frac{B_L N_0}{P(1 - 2P_e)} \quad (13)$$

összefüggés érvényes, ahol P_e (4) szerinti, négyállapotú esetben pedig a

$$D_\varphi^2 = \frac{B_L N_0}{P(i - 2P_e)} \quad (14)$$

összefüggés, ahol

$$P'_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{R}{2}}. \quad (15)$$

3. A hibavalószínűség számítása

3.1. Pilot-vivós eset

Vivó-szinkronizálásra az egyik lehetőség modulálatlan vivókomponens kisugárzása és egyszerű fáziszárt hurok alkalmazása a vevőben. Mivel az adóteljesítmény sokszor kötött tervezési paraméter, fontos az a kérdés, hogyan célszerű azt megosztani a modulálatlan vivókomponens és a modulációs tartalom között. Intuitíve is belátható, hogy létezik egy optimális arány, amely adott bemenő jel-zaj viszony esetén a legkisebb átlagos hibavalószínűséget adja. Számszerű eredményekhez numerikus módszerek alkalmazásával jutunk [10, 12], esetleg analitikus-grafikus módszerek vezetnek célhoz [13].

Az átlagos hibavalószínűség [5]-nek megfelelően a következő összefüggésből határozható meg:

$$\bar{P}_e = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sigma_\varphi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp\left(-\frac{\varphi^2}{2\sigma_\varphi^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{2R_0} \cos \varphi\right) d\varphi, \quad (16)$$

ahol $\sigma_\varphi^2 = \frac{1}{\alpha}$ a fáziszaj varianciája adott hurok jel-zaj viszonyánál, R_0 a P_m modulációs teljesítménynek megfelelő jel-zaj viszony.

A teljes adóteljesítmény konstans értéken való tartása mellett a modulációs tartalomra $P_m = k \cdot P$, szinkronizálásra $P_p = (1-k)P$ teljesítmény jut, ahol $k = P_m/P$ a teljesítmény megosztására jellemző tényező. E szerint $R_0 = k \cdot R$, $\alpha = b(1-k)R$, ahol b a bemeneti sávszélesség és a fáziszárt hurok sávszélességének viszonya.

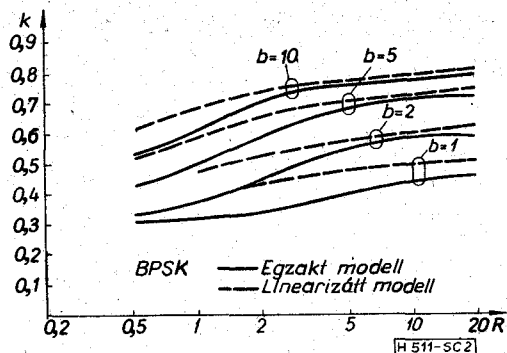
Érdekes számunkra a legkisebb átlagos hibavalószínűséget adó (optimális) k tényező meghatározása a bemenő jel-zaj viszony függvényében, különböző relatív hurok-sávszélesség esetén. A k szerinti minimumkeresés a (16) összefüggés alapján analitikusan nem végezhető el vagy legalábbis csak addig, amíg táblázatos függvényekhez nem jutunk, s így grafikus vagy numerikus módszerekre van szükség [13]. A legegyszerűbb út ezért a fenti kifejezés numerikus integrálása és az optimum meghatározása.

A gépi számítások során az erfc függvényre és a módosított Bessel-függvényekre [14]-ben, ill. [15]-ben közölt approximációs polinomokon alapuló eljárásokat, valamint Simpson-integráló eljárást használtunk fel. A számítások eredményeképpen a minimális hibavalószínűségnek megfelelő, optimális k értéket az R paraméter függvényében a 2. ábrán tüntettük fel. Ábrázoltuk az összehasonlítás kedvéért az egzakt vizsgálatból adódó

$$p(\varphi) = \frac{\exp(\alpha \cos \varphi)}{2\pi I_0(\alpha)} \quad (17)$$

ún. Tihonov-sűrűségfüggvény [16] felhasználásával elvégzett számítás eredményét is.

Megfigyelhető, hogy növekvő R esetén a teljes adóteljesítmény egyre nagyobb része fordítható a modu-



2. ábra. Optimális teljesítménymegosztás, BPSK

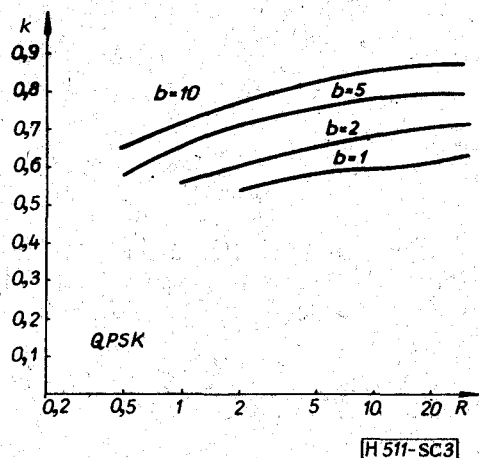
lációs tartalomra, mivel a szinkronizálás minősége egy adott jel-zaj viszony elérése után már nem befolyásolja a hibavalószínűséget. Triviális továbbá, hogy a k tényező növelésével is hasonló a helyzet. Az egzakt és a linearizált modellekből kapott eredményeket összehasonlítva, látható, hogy kis R és/vagy kis b esetén az eltérés számottevő (a gaussi modell nem jó közelítés), ellenkező esetben az eltérés nem jelentős. Az átmenet 5...10 körüli hurok jel-zaj viszony értékeknél következik be, ami jól megfelel annak a korábban már idézett számítási és mérési eredménynek, amely szerint a gaussi sűrűségfüggvény kb. ekkora hurok jel-zaj viszony felett tekinthető jó közelítésnek.

Az optimális teljesítménymegosztásnak megfelelő átlagos hibavalószínűséget hasonlítjuk össze a későbbiekben az elnyomott vivós hurok alkalmazásánál adódóval.

Négyállapotú moduláció (QPSK) esetére az optimális teljesítményosztás és az ennek megfelelő hibavalószínűség (10) felhasználásával a következő összefüggésből határozható meg:

$$\bar{P}_e = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\varphi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \exp\left(-\frac{\varphi^2}{2\sigma_\varphi^2}\right) \left\{ \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{R_0}{2}} \cos \varphi\right) - \frac{1}{4} \left[\operatorname{erfc}^2\left(\sqrt{\frac{R_0}{2}} \cos \varphi\right) \right] \right\} d\varphi. \quad (18)$$

Az optimális k tényezőt a 3. ábrán tüntettük fel, amely jellegre megegyezik a bináris esettel.



3. ábra. Optimális teljesítménymegosztás, QPSK

3.2. Costas- és döntésvisszacsatolt hurok

Az átlagos hibavalószínűséget most is (4), ill. (5) felhasználásával számíthatjuk ki. Most azonban a modulációs tartalomra jut a teljes adóteljesítmény ($R' = R$), és a (16)–(18) képletekben $\alpha = b \cdot R$.

3.3. Hibavalószínűség DPSK-nál

Differenciális fázismoduláció inkoherens demodulálásakor a hibavalószínűséget az alábbi képletek adják meg. Bináris esetben [17]:

$$P_e = \frac{1}{2} \exp(-R) \quad (19)$$

érvényes, többszintű modulációnál általában nincs lehetőség zárt alakban való megadásra [6], azonban négyállapotú esetben [18]-ban találunk egy összefüggést, amely $R \cong 5$ -re jó közelítés, általában pedig felső korlát:

$$P_e \cong \operatorname{erfc} \frac{R}{\sqrt{2(1+2R)}} \quad (20)$$

A fenti összefüggések pontos késleltetésre és szimbólum-szinkronizálásra vonatkoznak. Ezek hibája hasonló módon befolyásolja a vétel minőségét, mint a vivő szinkronizálásé koherens demodulálásnál. Ezt mutatjuk meg röviden az alábbiakban.

Az egyik lehetséges módszer szerint tételezzük fel, hogy szimbólum-szinkronizálásra Costas- vagy négyzetremelő hurkot használunk, és a kapott referencia-jellel vezéreljük a késleltető áramkört (4. ábra).

A nem ideális szinkronizálás következtében fellépő ΔT_0 késleltetési hiba úgy hat, mintha – koherens demodulálásnál – $\varphi = \omega_p \Delta T_0$ fázishibával kellene számolnunk. Bevezetve a $\tau = \frac{\Delta T_0}{T_0}$, $K = \omega_p \sqrt{\frac{2\pi}{T_0}}$ jelöléseket, τ eloszlását gaussianak feltételezve, az átlagos hibavalószínűség bináris esetben a következő lesz:

$$\bar{P}_e = \frac{1}{2} \int \exp(-R \cos^2 2\pi K \tau) \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_\tau} \exp(-\tau^2/2\sigma_\tau^2) d\tau \quad (21)$$

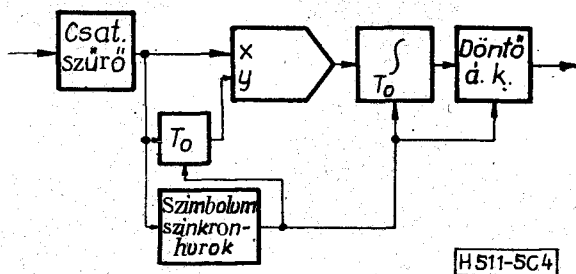
A koherens demodulálásnál alkalmazott vivőkövető hurkokénak a szimbólum-szinkronizáló hurok sávzélessége K -ad része lehet, összehasonlítható feltételek mellett. Így σ_τ K -ad része a megfelelő σ_φ varianciának, azonban, mint az a (21) képletből látható, a τ szimbólum-szinkronizálási hibát úgy is figyelembe vehetjük, hogy a φ vivő-fázishibával számolunk:

$$\bar{P}_e = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \exp(-R \cos^2 \varphi) \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_\varphi} \exp(\varphi^2/2\sigma_\varphi^2) d\varphi, \quad (22)$$

ahol σ_φ^2 a négyzetremelő típusú hurkokra jellemző (11) érték. Hasonlóképpen négyszintű differenciális fázismoduláció esetén, (20)-nak megfelelően:

$$\bar{P}_e = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_\varphi} \int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{erfc} \frac{R \cos^2 \varphi}{\sqrt{2(1+2R \cos^2 \varphi)}} \exp(-\varphi^2/2\sigma_\varphi^2) d\varphi, \quad (23)$$

ahol σ_φ^2 a (12) képletből számolható.



4. ábra. DPSK demodulálás

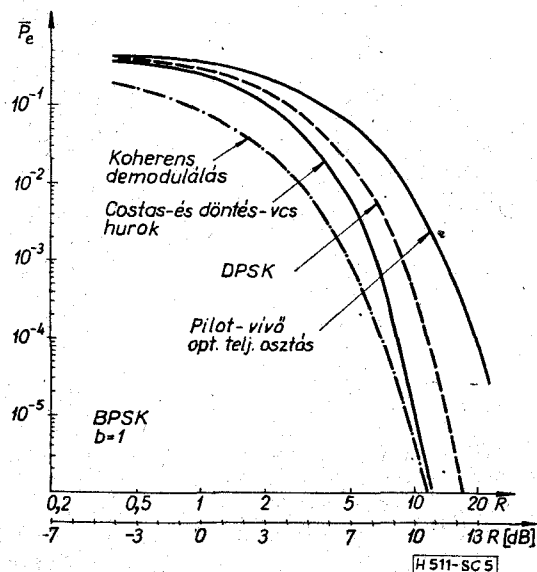
Az integrátor és a döntő áramkör időzítésének hibája – az 1. pontban mondottaknak megfelelően – itt is elhanyagolható.

4. Az eredmények összehasonlítása

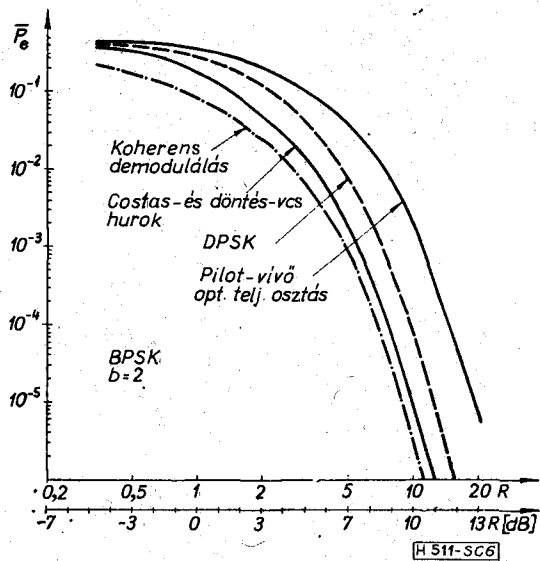
A részletes számítások eredményeit az 5–9. ábrákon illusztráltuk. Bináris esetben a viszonyokat négy különböző relatív sávzélességre mutattuk be, a négy-szintű esetet csak $b = 2$ -nél mutattuk meg. A részletes eredményekből az alábbi következtetések vonhatók le:

1. BPSK-nál az elnyomott vivőt helyreállító hurok két vizsgált típusa, a Costas-hurok és a döntésvisszacsatolt hurok gyakorlatilag egyformán viselkedik (egyetlen görbe az 5–8. ábrákon). QPSK-nál a döntésvisszacsatolt hurok kisebb b és kis-közepes jel-zaj viszony esetén számottevően jobb eredményt ad a Costas-huroknál, $b \cong 5$ és $R \cong 5$ esetén az eltérés már nem jelentős.

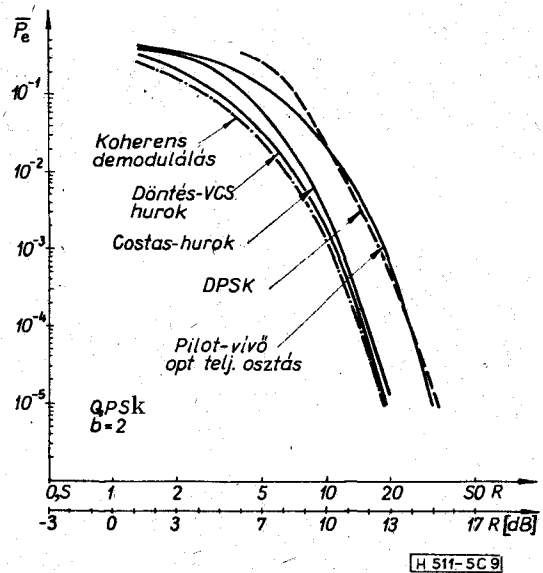
2. A tárgyalt két elnyomott vivős hurok tulajdonságai minden körülmények között felülmúlják a pilot-vivős módszerét, ez utóbbinál a legjobb esetet, az optimális teljesítményosztást vettük figyelembe. A különbség kis b értékeknél jelentős: $b = 1, 2$ -nél 3 dB, $b = 5$ -nél 2 dB, és még $b = 10$ esetén is viszonylag nagy bemeneti jel-zaj viszonynál is kb. 1,5 bB.



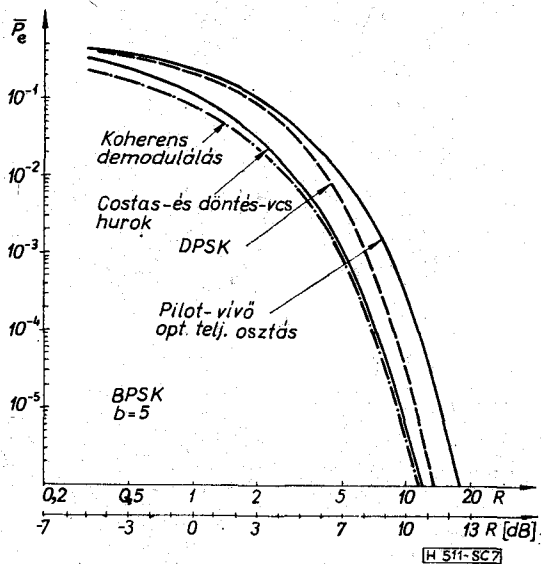
5. ábra. Átlagos hibavalószínűség, BPSK, $b = 1$



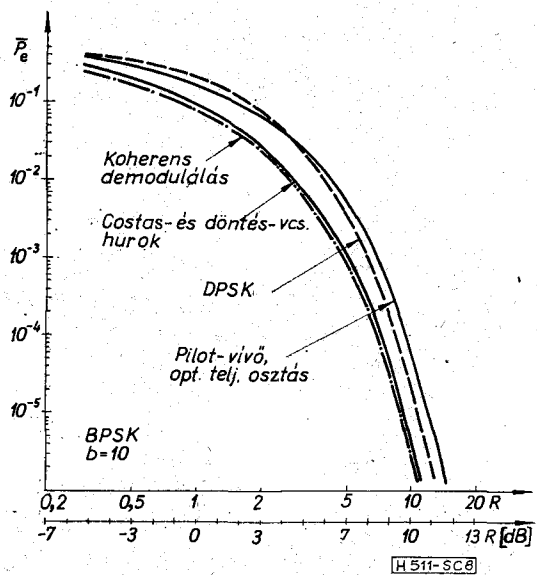
6. ábra. Átlagos hibaválósínúség, BPSK, $b = 2$



9. ábra. Átlagos hibaválósínúség, QPSK, $b = 2$



7. ábra. Átlagos hibaválósínúség, BPSK, $b = 5$



8. ábra. Átlagos hibaválósínúség, BPSK, $b = 10$

3. Az elnyomott vivőt helyreállító módszereknél a bemeneti jel—zaj viszony növelésével egyre jobban megközelítjük az elérhető legjobb hibaválósínúséget ($b=5 \dots 10$ vagy ennél nagyobb értékeknél az eltérés már néhány dB-es jel—zaj viszonynál jelentéktelen).

4. Differenciális fázismodulációnál az átlagos hibaválósínúség mindig kisebb, mint pilot-vivős eljárásnál, de mindig nagyobb, mint az elnyomott vivős módszereknél.

Összefoglalás

A PLL elven megvalósított vivő-szinkronizálás hibájának (az előállított vivő zajosságának) hatását az átlagos hibaválósínúséggel vettük figyelembe. Összehasonlítottuk a pilot-vivős módszert optimális vivő/moduláló teljesítményarány esetén, a Costas-hurokkal és a döntésvisszacsatolt hurokkal megvalósított vivő-szinkronizálás tulajdonságaival, két- és négyállapotú fázismoduláció esetén.

A számítások eredményei egyrészt megegyeznek az ismert eredményekkel abban, hogy kimutatják, miszerint a pilot-vivős módszer tulajdonságai mindig elmaradnak az elnyomott vivős módszerek mögött. Az eddigiekhez képest új tanulságok vonhatók le viszont a döntésvisszacsatolt hurok tulajdonságait illetően, amely BPSK-nál a Costas-hurokétól nem sokban különbözik (így a kettő közül választást gyakorlati, megvalósítási szempontok döntenek el), négyesetben viszont annál számottevően jobb tulajdonságú. Emellett a vivő-szinkronizálást nem igénylő, de a szimbólum-szinkronizálási és a késleltetési hibától hasonló módon szenvedő differenciális fázismodulációval is összehasonlítottuk a fenti eljárásokat.

A közölt eredmények alapján — legalábbis első közelítésben — megválaszolható az a lényeges tervezési kérdés, hogy mekkora legyen adott esetben a szinkronizáló hurok sávszélessége.

IRODALOM

- [1] *Tihonov, V. I.*: Sztatisticeszkaja radiotehnika. Moszkva, Szvjaz, 1966.
- [2] *Fink, L. M.*: Teoria peredaci diszkretnüh szoobszenij. Moszkva, Szovjetskoe Radio, 1970.
- [3] *Szviridenko, Sz. Sz.*: O ponjatii szinhronizacii v radiotehnike i szvjazi. Radiotehnika, t. 27, 11, 1972.
- [4] *Szabó Cs.*: A fáziszárt hurok mint vivószűrő. Híradástechnika, megjelenés alatt
- [5] *Stiffler, J. J.*: Theory of Synchronous Communication. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1972.
- [6] *Lindsey, W. C.—Simon, M. K.*: Telecommunication Systems Engineering. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1972.
- [7] *Tihonov, V. I.*: Nelinejnaja optimal'naja filtracija i kvazikogerentnűj prijom szignalov. Izv. VUZ Radioelektronika, t. XIII, 2.
- [8] *Szviridenko, Sz. Sz.*: Ocenka pomehousztojsivoszti prijoma szignalov sz neideal'noj szinhronizaciej. Elektroszvjaz, 12. 1971.
- [9] *Lindsey, W. C.*: Phase-Shift-keyed Signal Detection with Noisy Reference Signals. IEEE Trans. on AES, AES—2, 4.
- [10] *Bussgang, J. J.—Leiter, M.*: Phase-Shift-Keying with a Transmitted Reference. IEEE Trans on Com. Tech. Vol. 14.
- [11] *Feistel, C. H.—Gregg, W. D.*: Performance Characteristics of Adaptive/Self Synchronizing PSK Receivers Under Common Power and Bandwidth Conditions. IEEE Trans on Com. Tech. COM—18, 5, 1970.
- [12] *Stiffler, J. J.*: On the Allocation of Power in a Synchronous Binary PSK Communication System. Proc. Nat. Telem. Conf. Los Angeles, 1964.
- [13] *Szenderszkij, V. A.*: O pomehousztojsivoszti prijoma szignalov v kanale sz neideal'noj szinhronizaciej. Elektroszvjaz, 12. 1971.
- [14] *Hastings, C.*: Approximations for digital computers. Princeton, N. J., 1955.
- [15] *Allen, E. E.*: Polynomial approximations for some modified Bessel functions. Math. Tabl. Aids. Comp. Vol. 10. 1956.
- [16] *Tihonov, V. I.*: Vlijanie sumov na rabotu szhemű fazovoj avtopodsztrojki casztotű. Avtomatika i Telemekhanika, 9. 1959.
- [17] *Cahn, C. R.*: Performance of Digital Phase Modulation Communication Systems. IRE Trans. on Com. Syst. CS—7, 1. 1959.
- [18] *Bussgang, J. J.—Leiter, M.*: Error Rate Approximations for Differential Phase Shift Keying. IEEE Trans. CS—12, 1.