

Az aktív RC-szűrők költségoptimalizálása és több paraméteres érzékenységi problémái

ETO 621-372.54.049.776:621.372.57

A hibrid integrált áramköri technika hazai alkalmazási lehetőségeinek vizsgálata intézetünk egyik kiemelt kutatási területe. Ennek keretében a kifejezetten felhasználói igényre tervezett áramkörök mellett egyes áramkörrelátók fejlesztését végezzük általános felhasználásra, ezt speciális hálózatelméleti kutatásokra építjük. Az áramkörrelátók egyik csoportját alkotják az aktív RC-szűrők, amelyek felhasználási területe attól függően szélesíthető ki, hogy milyen műszaki színvonalú szolgáltatást nyújtanak adott előállítási költséggel. A széles körű gazdaságos felhasználás elősegítése érdekében szükséges az aktív RC-szűrők költségoptimalizálása, ill. érzékenység-vizsgálata. E cikk a kutatómunka lényegesebb fázisait foglalja össze.

Az első része összefoglalja azt a két legfontosabb szűrőkapcsolást, amely a további tárgyalás alapját képezi, majd foglalkozik a kiemelt áramkörök több paraméteres érzékenység-számításával és tolerancia-analízisével, különös tekintettel a hibrid integrált áramkörök passzív alkatrészei közötti korrelációra.

1. A tömeggyártáshoz illeszkedő célfüggvény előállítása

1.1. Ha egy elektronikus áramkört tömeggyártásra terveznek, alapvető követelmény, hogy a termékmennyiség nagy hányada a megadott specifikáció kívánt tartományába essék, azaz nagy legyen a termelékenység.

A termelékenység és a lehető legkisebb előállítási költség összehangolása érdekében optimalizálni kell a realizálandó hálózat átviteli függvényét, ill. az áramkör árát [1].

Általában kétfajta tolerancia-problémáról beszélhetünk. Az első típusba sorolhatjuk azt az esetet, amikor az elemék toleranciája csak véges számú diszkrét érték lehet. Ez a diszkrét elemekből felépülő áramkör esetében fordul elő. A második kategóriába sorolható az az eset, amikor az áramköri elem folytonosan változó, tetszőleges értéket vehet fel. Ez utóbbi eset az integrált áramköröknél gyakori. Ennek kapcsán tételezzük fel, hogy adott egy áramkör és egy sorozat áramköri elem, amelyet x_i -vel jelölünk ($i=1, 2, 3, \dots, n$). Az átviteli függvény m diszkrét frekvencián legyen adott, ezek értéke T_i^0 ($i=1, 2, 3, \dots, m$) (T_i^0 a névleges áramköri átvitelt jelöli). Ezután meg kell határozni az áramköri elemek Δx_i ($i=1, 2, 3, \dots, n$) toleranciáját oly módon, hogy:

a) A termelékenység megfelelő legyen, azaz az áramkörök egy adott százalékánál a T_i^0 ($i=1, 2, 3, \dots, m$) átviteli függvény ne térjen el jobban a név-

leges T_i^0 értékektől, mint egy előre meghatározott érték az elemek tetszőleges értékétől.

b) Az előállítás költsége legyen kisebb, mint egy előre megadott maximális érték.

Amennyiben egy áramkört 100%-os kihozatalra tervezünk, a felültervezés esetéről beszélhetünk. Ezt megértendő, ha 10% elemszórás is 100% kihozatalt jelent, akkor az 5%-os is. Ennek megfelelően vezessük be a normalizált átviteli eltérést.

Legyen \bar{T}_i^u és \bar{T}_i^l az átviteli függvény toleranciájának felső és alsó határa az i -edik frekvencia-pontban.

$$\bar{T}_i^l < T_i^0 < \bar{T}_i^u, \quad i=1, 2, 3, \dots, m$$

ahol az aktuális átvitel az i -edik frekvencián T_i^u és T_i^l értékek között mozoghat. A normalizált átviteli eltérés így:

$$S_i = \max \left[\left| \frac{T_i^u - T_i^0}{T_i^u - \bar{T}_i^0} \right|; \left| \frac{T_i^l - T_i^0}{\bar{T}_i^l - T_i^0} \right| \right], \quad (\bar{T}_i^0 = T_i^0);$$

a maximális normalizált átviteli eltérés pedig:

$$S_M = \max_i \{ |s_i| \}_{i=1}^m.$$

100%-os termelékenység feltétele, hogy $S_M \leq 1$. A túltervezés elkerülése céljából S_M értéke úgy választandó meg, hogy $K < S_M < 1$ legyen, ahol $K \sim 0,9$.

1.2. A fenti előírások tehát a realizálandó hálózatra vonatkoznak, és az átviteli függvény ($T(p)$) oldaláról közelítik meg a tervezési problémát. Ennek az átviteli függvénynek a realizálása többfajta módon történhet, de végül is mindegyikhez az általános hálózat paramétereit kell meghatározni. Jelöljük az általános hálózat-átviteli függvényét

$$T(p) = \frac{\sum_i a_i p_i}{\sum_i b_i p_i} \text{-vel,}$$

ahol p a komplex frekvencia.

A fenti polinom/polinom alakban megadott hálózat-átviteli függvény, amely különböző módon — Butterworth, Csebisev, Thompson, Gaussian, elliptikus stb. közelíti a feladatot — nagyban meghatározza, hogy a feladat mily módon, mekkora költséggel oldható meg. Ha futási időkre nincs különös megkötés, úgy az elliptikus szűrő adja a legkisebb fokszámot, míg kötött futási idő esetén a Thompson vagy a korrektoval kiegyesített elliptikus aktív szűrő realizálása ajánlható.

E cikkben a különböző approximációkkal nem foglalkozunk, s ezért tételezzük fel, hogy a feladat megadott addig a pontig, hogy a $T(p)$ függvény má-

sodfokú tagok szorzatára bontott:

$$T(p) = \prod_i \frac{1 + a_i p + b_i p^2}{1 + q_i p + s_i p^2}$$

Aktív szűrővel ezek az általános másodfokú blokkok realizálhatók. A továbbiakban néhány aktív szűrőtípust ismertetünk a realizálásukhoz tartozó tervezési módszerekkel, amelyek valamilyen okból hibrid integrált áramköri kivitelezésre alkalmasak.

2. Aktív szűrő konfigurációk

Az 1. ábra egy általános, IC-s aktív RC-szűrőt mutat. A szűrő átviteli függvénye [2]:

$$K(p) = \frac{-Y_1 \cdot Y_3}{Y_5(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 Y_4}$$

Az elemek megfelelő megválasztásával különböző típusú másodfokú alaptagok nyerhetők.

A különböző típusú szűrőket és paramétereiket a 2. ábra foglalja össze. Az egy IC-vel felépített aktív szűrő érzékenységei arányosak az elérendő Q jóság tényezővel. Így ezek az áramkörök abban az esetben amikor Q értéke nagy, nem használhatók. Az áramkör — különösen sávszűrő esetében — nehezen hangolható, mivel ω_0 és Q általában függ az összes áramköri elemtől. Általános célra ezért olyan megoldás ajánlható, amely mindhárom feladatot egyetlen felépítéssel oldja meg és érzékenységi viszonyai jók. Erre a célra az állapotváltozós szűrők felelnek meg a legjobban.

E típus alap-konfigurációja a 3. ábrán, tervezési értékén az 1. táblázatban láthatók.

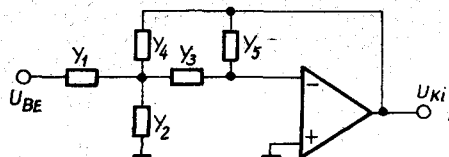
A szűrő hangolása ω_0 beállításával kezdődik, az R_3/R_4 aránnyal ugyanis Q az ω_0 -tól függetlenül változtatható. Erre nyilvánvalóan azért van szükség, mert — mint látható lesz — az elemek névértéke és tényleges értéke között kondenzátoroknál 1%, ellenállásoknál 0,1% különbséget kell minimálisan figyelembe venni. Az R_3/R_6 aránnyal beállított frekvencia az R_3/R_4 viszony változtatásával már nem módosul. Az áramkör két, optimalizálható érzékenységi eleme ily módon az R_5 és az R_6 ellenállás. A kapcsolás érzékenysége ezen áramköri elemekre:

$$S_{R_6}^z = -S_{R_6}^s = -\frac{1}{2} + \frac{R_3/R_5 \cdot Q}{R_1 C_1 \omega_0 (1 + R_4/R_3)}$$

Ha $\frac{1}{2} = \frac{R_3/R_5 \cdot Q}{R_1 C_1 \omega_0 (1 + R_4/R_3)}$, akkor $S_{R_6}^z = -S_{R_6}^s = 0$.

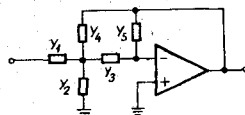
Mivel a tervezési egyenletek e fenti feltételeknek megfelelnek, ezért erre a két elemre a Q érzékenysége zérus. Az áramkörnek egy további előnye is van. Ha ugyanis az LP és HP pontokon megjelenő jelet összegezzük, úgy egy általános elliptikus tag nyerhető:

$$\frac{K_1 \omega_0^2 H_0 \left(\frac{R_5}{R_6}\right)}{p^2 + \frac{\omega_0 p}{Q} + \omega_0^2} + \frac{K_2 p^2 H_0}{p^2 + \frac{\omega_0 p}{Q} + \omega_0^2} =$$



[H 507-BK 1]

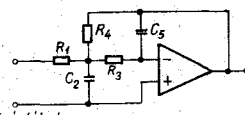
1. ábra



$$K(p) = \frac{-Y_1 Y_3}{Y_5(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 Y_4}$$

Általános átviteli fgv: $T(p) = \frac{H_0}{\left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2 + \frac{\alpha}{\omega_0} p + 1}$

Átvitelésztő:

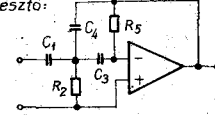


Tervezési értékek:

$$C_2 = C, C_3 = KC, R_1 = \frac{R_4}{H_0}, R_3 = \frac{1}{\omega_0^2 C^2 R_4 K}$$

$$R_4 = \frac{\alpha}{2\omega_0 C} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4(H_0 + 1)}{K\alpha^2}} \right]$$

Felületésztő:



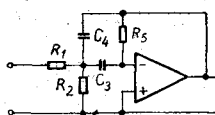
$$C = C_1 = C_3, H_0 = \frac{C_1 \omega_0}{C_4} = \sqrt{\frac{1}{R_2 R_5 C_3 C_4}}$$

$$C_4 = \frac{C_1}{H_0}, R_5 = \frac{Q}{\omega_0 C} (2H_0 + 1)$$

$$R_2 = \frac{\alpha}{\omega_0 C (2H_0 + 1)}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{R_2}{R_5} \left(\frac{C_1}{C_3 C_4} + \frac{C_4}{C_3} \right)}$$

Sávátérésztő:



$$H_0 = \frac{1}{\left(\frac{R_1}{R_5}\right) \left(1 + \frac{C_4}{C_3}\right)}, C = C_3 = C_4$$

$$R_1 = \frac{Q}{H_0 \omega_0 C}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{R_5 C_3 C_4} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}$$

$$R_2 = \frac{Q}{(2Q^2 H_0) \omega_0 C}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{R_5 (C_1 + C_2)} \left(\frac{C_3}{C_4} + \frac{C_4}{C_3} \right)}, R_5 = \frac{2Q}{\omega_0 C}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{R_3 R_4 C_2 C_5}$$

$$\alpha = \frac{1}{Q} = \frac{C_3}{C_2} \left(\frac{R_3}{R_4} + \frac{R_4}{R_3} + \frac{R_3 R_4}{R_1^2} \right)$$

Érzékenységek:

$$S_{R_3}^{\omega_0} = S_{R_4}^{\omega_0} = S_{C_2}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$$

$$S_{C_3}^{\omega_0} = S_{C_5}^{\omega_0} = \frac{1}{2}$$

$$S_{R_1}^{\alpha} = \frac{Q}{\omega_0 R_1 C_2}, S_{R_3}^{\alpha} = \frac{1}{2} - \frac{Q}{\omega_0 R_3 C_2}$$

$$S_{R_2}^{\omega_0} = S_{R_5}^{\omega_0} = S_{C_3}^{\omega_0} = S_{C_4}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$$

$$S_{R_2}^{\alpha} = -\frac{1}{2} - S_{R_5}^{\alpha}$$

$$S_{C_3}^{\alpha} = \frac{1}{2} - \frac{Q}{\omega_0 R_5 C_3} \left(\frac{C_1}{C_3} + 1 \right)$$

$$S_{C_4}^{\alpha} = \frac{1}{2} - \frac{Q}{\omega_0 R_5 C_4} \left(\frac{C_1}{C_3} + 1 \right)$$

$$S_{C_1}^{\alpha} = \frac{Q}{\omega_0 R_5} - \frac{C_1}{C_3 C_4}$$

Érzékenységek:

$$S_{R_3}^{\omega_0} = S_{C_3}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}; S_{C_5}^{\omega_0} = \frac{Q}{\omega_0 R_5 C_3} - \frac{1}{2}$$

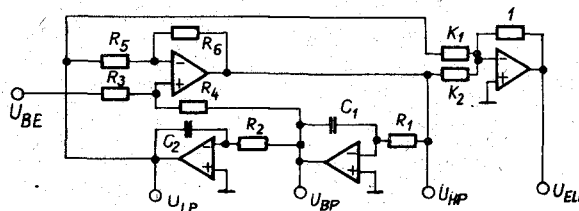
$$S_{C_4}^{\omega_0} = \frac{Q}{\omega_0 R_5 C_4} - \frac{1}{2}; S_{R_5}^{\omega_0} = \frac{1}{2}$$

$$S_{R_1}^{\omega_0} = -\frac{1}{2\omega_0^2 R_1 R_5 C_3 C_4} = S_{R_2}^{\omega_0} \frac{R_1}{R_5}$$

$$S_{R_1}^{\alpha} = \frac{R_1}{2(R_1 + R_2)} - \frac{1}{2}; S_{R_2}^{\alpha} = \frac{R_2}{2(R_1 + R_2)} - \frac{1}{2}$$

[H 507-BK 2]

2. ábra



[H 507-BK 3]

3. ábra

$$= \frac{K_2 H_0 \left[p^2 + \frac{K_1}{K_2} \omega_0^2 \left(\frac{R_5}{R_6} \right) \right]}{p^2 + \frac{\omega_0 p}{Q} + \omega_0^2},$$

ahol K_1 és K_2 a súlyozási tényezők.

A szűrő zérusának helyzete ω_0 -hoz képest K_1/K_2 aránnyal változtatható, és így az áramkör univerzálisan felhasználható.

1. táblázat

Másodfokú állapotváltozós szűrő-elrendezés tervezési értékei

Aluláteresztő

Átviteli függvény:

$$\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} \frac{1 + \frac{R_6}{R_5}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} = \frac{U_{LP}}{U_{BE}}$$

$$p^2 + p \frac{1}{R_1 C_1} \frac{1 + \frac{R_6}{R_5}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} + \frac{R_6}{R_5} \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}$$

$$H_0 = \frac{1 + \frac{R_6}{R_5}}{1 + \frac{R_3}{R_4}}; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{R_6}{R_5 R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$\frac{1}{Q} = \frac{1 + \frac{R_6}{R_5}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} \sqrt{\frac{R_5 R_2 C_2}{R_6 R_1 C_1}}$$

Tervezési értékek: $C = C_1 = C_2$; $R_5 = R_6 = R_3$; $R_1 = R_2 = \frac{1}{\omega_0 C}$;

$$R_4 = \left(\frac{2}{\alpha} - 1 \right) R_3; \quad \left(Q = \frac{1}{\alpha} \right), \quad (\alpha < 2).$$

Érzékenységek:

$$S_{R_5}^{\omega_0} = S_{R_1}^{\omega_0} = S_{R_2}^{\omega_0} = S_{C_1}^{\omega_0} = S_{C_2}^{\omega_0} = -\frac{1}{2} = -S_{R_6}^{\omega_0},$$

$$S_{R_3}^z = S_{C_2}^z = \frac{1}{2} = -S_{R_1}^z = -S_{C_1}^z,$$

$$S_{R_3}^z = S_{R_5}^z = 0, \quad R_5 = R_6,$$

$$S_{R_3}^z = -S_{R_4}^z = \frac{1}{1 + \frac{R_3}{R_4}}$$

Felüláteresztő

Számláló polinomja: $p^2 \cdot \frac{1 + \frac{R_6}{R_5}}{1 + \frac{R_3}{R_4}}$

Sáváteresztő

Számláló polinomja: $-p \frac{1}{R_1 C_1} \frac{1 + \frac{R_6}{R_5}}{1 + \frac{R_3}{R_4}}$

A tervezési képletek és érzékenységek azonosak az aluláteresztő esetében megadottakkal.

Ahhoz, hogy az áramköröket tesztelni lehessen, ismerni kell azok érzékenységét. A későbbiek folyamán az áramkörök érzékenységének meghatározásával megadható az a legnagyobb Δx_i eltérés az elemek számított névértékétől, amellyel az áramkör biztonsággal gyártható [3].

E célból röviden összefoglaljuk az érzékenység-számítás eddigi eredményeit.

3. Egyparaméteres érzékenység

Tételezzük fel, hogy a hálózat

$$T(p) = T(p, x_1, x_2, \dots, x_k)$$

függvénnyel adott, ahol x_i a hálózatot alkotó elemeket jelöli, p pedig a komplex frekvencia. Definíció szerint a $T(p)$ függvény x_i elemre vonatkozó érzékenysége [4]:

$$S_{x_i} = \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

A fentiekkel megadható a T hálózatfüggvény megváltozása:

$$\Delta T = \sum_{i=1}^k S_{x_i} \Delta x_i$$

Az abszolút érzékenység helyett a gyakorlatban a relatív érzékenység használatos, azaz

$$S_{x_i}^T = \frac{x_i}{T} S_{x_i}$$

amellyel kifejezve a hálózat relatív toleranciáját:

$$\frac{\Delta T}{T} = \sum_{i=1}^k S_{x_i}^T \frac{\Delta x_i}{x_i}$$

Az érzékenységgel szoros összefüggésben van az érzékenységi-invariancia fogalma, amelynek lényege a következő:

Amennyiben T impedancia-függvény, és fennáll, hogy $T(p, x_i) = Z(p, RLC)$ bármely frekvenciapontra, úgy bizonyíthatóan:

$$\sum_{i=1}^{N_R} \frac{R_i}{z} \frac{\partial z}{\partial R_i} + \sum_{i=1}^{N_L} \frac{L_i}{z} \frac{\partial z}{\partial L_i} - \sum_{i=1}^{N_C} \frac{C_i}{z} \frac{\partial z}{\partial C_i} = 1.$$

Az előzők alapján a hálózat eredő toleranciája a következőképpen adható meg [5]:

$$\Delta T < \varepsilon = \sum_{i=1}^k |S_i| |\Delta x_i|,$$

ahol

$$S_i = S_{x_i}^T \frac{T}{x_i}$$

ε a tolerancia határ,
 Δx_i a hálózatelemek maximális toleranciája.

A feladat során ε és Δx_i ismertek. Feltételezve, hogy a parciális toleranciák minden elemre azonosak, k db elem esetén a legrosszabb esetre számolva [6]:

$$\frac{\varepsilon}{k} = |S_i| |\Delta x_i|$$

E kifejezés segítségével az áramköri elemek abszolút toleranciája az alábbi módon határozható meg:

$$\Delta x_i = \frac{\varepsilon/T}{k \cdot S_{R_i}^T} x_i$$

Tételezzük fel, hogy realizálandó egy másodfokú LP blokk az 1. ábrán bemutatott elrendezésben a következő adatokkal:

$$Q_0 = 2,00 \quad f_0 = 1,00 \text{ kHz}$$

A hálózatelemek értékei rendre:

$$\begin{aligned} C_2 &= 1 \text{ nF}, & R_4 &= 39,79 \text{ kOhm}, \\ C_3 &= 50 \text{ nF}, & R_1 &= 18,73 \text{ kOhm}, \\ K &= 50, & R_3 &= 12,733 \text{ kOhm}, \\ H_0 &= 2,125. \end{aligned}$$

A hálózat érzékenysége a 2. ábra alapján:

$$S_{R_1}^z = 16,99; \quad -S_{R_3}^z = 24,5; \quad S_{R_4}^z = -\frac{1}{2}.$$

A legnagyobb érzékenyséű elem tehát R_3 .

A worst-case (legkedvezőtlenebb eset) módszerrel a parciális toleranciák mértéke:

$$\frac{\Delta x_i}{x_i} = \frac{\varepsilon/T}{k \cdot S_{R_i}^z} \cong 3 \cdot 10^{-4}, \quad \text{ha} \quad \varepsilon/T = 3\% \text{ (0,5 dB)}.$$

Az R_3 ellenállásra ekkora a stabilitás igény. Ezt igen nehéz elérni a vastagréteg technikával, így a fenti módszer alapján az áramkör nem alkalmas viszonylag kisebb jósági tényező esetén sem az adott igények kielégítésére.

A gyakorlatban a worst-case módszer nem ad felvilágosítást a hálózat tényleges viselkedéséről. Az áramkörvizsgálat teljessége érdekében a fenti probléma a többparaméteres érzékenység-számítással kezelhető [7].

4. Több paraméteres érzékenység

A $T(p, x_1, x_2, \dots, x_k)$ [jelölése a továbbiakban $T(p, \mathbf{x})$] függvény relatív megváltozása (relatív toleranciája) rögzített p mellett az x_i paraméter kis Δx_i változására a következőképpen adható meg:

$$\frac{\Delta T}{T} = \sum_{i=1}^k \frac{\partial \ln T}{\partial \ln x_i} \cdot \frac{\Delta x_i}{x_i},$$

ahol k az áramköri elemek száma.

Vezessük be a következő jelöléseket:

$S_{x_i} = \frac{\partial T}{\partial x_i}$ a hálózatfüggvény érzékenysége az x_i paraméterre vonatkozóan,

$S_{x_i}^T = \frac{\partial \ln T}{\partial \ln x_i} = \frac{x_i}{T} S_{x_i}$ a hálózatfüggvény relatív érzékenysége

$$\hat{\Delta \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \Delta x_1/x_1 \\ \Delta x_2/x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_k/x_k \end{bmatrix} \quad \text{ahol} \quad \frac{\Delta x_i}{x_i} \text{ az } i\text{-edik paraméter relatív toleranciája.}$$

Jelöljük $\nabla \ln T$ -vel a $\partial \ln T / \partial \ln x_i$ gradienst, amely egy $1 \times n$ -es sorvektornak felel meg. Így:

$$\nabla \ln T = \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln x_1}, \dots, \frac{\partial \ln T}{\partial \ln x_k} \right) = (S_1^T, \dots, S_k^T).$$

Ezután a $\frac{\Delta T}{T}$ mint skalár szorzat kifejezhető:

$$\frac{\Delta T}{T} = \nabla \ln T \cdot \hat{\Delta \mathbf{x}}.$$

Ez utóbbi egyenletből a több paraméteres érzékenység Gođstein és Kuo szerint a következőképpen definiálható [8]:

$$S^T = \nabla \ln T.$$

Az érzékenységfüggvény amplitúdója pedig, amely az $\frac{\ln T}{\ln x_i}$ függvény maximumát adja, a következőképpen fejezhető ki:

$$|S^T| = (S^T \cdot S^{T*})^{1/2},$$

ahol a * jelöli a komplex konjugálást.

A kifejezés tulajdonképpen a klasszikus egyparaméteres érzékenység kiterjesztése. Az a tény, hogy S^T tartalmazza az egyparaméteres érzékenységfüggvényeket, feltéti a kérdést, vajon létezik-e valamilyen összefüggés a különböző áramköri elemekre vonatkozó egyparaméteres érzékenység-függvények között?

Az S^T függvényt azon az alapon definiáltuk, hogy a $T(p, \mathbf{x})$ függvény k db paraméterre egymástól függetlenül változik. A $T(p, \mathbf{x})$ -re fel kell tételezni azonban, hogy néhány paramétert változtatva, azok egymástól abban az értelemben függenek lineárisan, hogy a paraméter változásnak megfelelő $T(p, \mathbf{x})$ -beni változás létrejöhet minden p érték mellett, egy vagy több másik paraméter hasonló értelmű megváltozására is. Ezt a lehetőséget Lee vetette fel, s így vezette be az érzékenységi csoportok definícióját.

Egy ilyen érzékenységi csoportot úgy adhatunk meg, mint azon elemek legnagyobb alcsoportja, amelynek tagjai $T(p, \mathbf{x})$ -re vonatkoztatva lineárisan összefüggnek. Azaz, ha x_i paraméter egy tetszőleges Δx_i mértékkel megváltozik, és ez $T(p, \mathbf{x})$ -ben $\Delta T / \Delta x_i$ -vel jelölt változást okoz, található egy olyan áramköri x_j paraméter, amelyre fennáll, hogy:

$$\frac{\Delta T}{\Delta x_i} = K_{ij}^T \frac{\Delta T}{\Delta x_j},$$

ahol p minden értékére:

$$\Delta x_j = K_{ij}^T \Delta x_i,$$

valamint $K_{ij}^T \neq 0$ és független p -től. Bizonyítható, hogy bármilyen Δx_i -nek megfelelő $\Delta T(p, x_i)$ változás arányos Δx_j megváltozása esetén történő $\Delta T(p, x_j)$ változással és ezért x_i és x_j lineárisan összefüggnek a $T(p, \mathbf{x})$ hálózatfüggvényre vonatkozóan.

Az előbbieket áttekintése alapján az S^T többparaméteres érzékenység kifejezhető úgy, hogy mindazon egyparaméteres érzékenység összegét képezzük, amely egyazon érzékenységi csoport elemeire vo-

natkozik. Jelöljük ezt S_j^T -vel akkor:

$$S_j^T = \sum_{i=1}^{k_j} \frac{\partial \ln T}{\partial \ln x_{ij}},$$

ahol k_j a j -edik érzékenységi csoport tagjainak száma és x_{ij} a j -edik csoport i -edik eleme. Ilyen módon a több paraméteres érzékenység a következő egyenlettel fejezhető ki:

$$S^T = \sum_{j=1}^m S_j^T \cdot \mathbf{I}_j,$$

ahol \mathbf{I} ($m \times m$)-es egységmátrix és m az érzékenységi csoportok száma.

Az így meghatározott egy- és több paraméteres érzékenységek képezik alapját a tolerancia-számításnak.

A $\Delta T_i = S_{x_i} \Delta x_i$ résztoleranciák összegződésére az alábbi feltételezéseket tehetjük [4]:

1. Legrosszabb esetre történő tervezés

Ekkor fennáll, hogy $\Delta T \leq \varepsilon = \sum_{i=1}^k |S_{x_i}| |\Delta x_i|$, ahol ε a tolerancia-határ.

2. Statisztikus tervezés módszere

A résztoleranciákat valószínűségi változóknak tekintjük, és bizonyos selejtet megengedünk. Így a selejt valószínűsége:

$$P(|\Delta T| > \varepsilon) = 2 \left[1 - \varphi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right) \right],$$

ahol ε a tolerancia-határ, σ az eredő szórás, φ pedig az eloszlásfüggvény:

$$\varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{u^2}{2}} du.$$

A $\Delta T_i = S_{x_i} \Delta x_i = \xi_i$ valószínűségi változó szórása legyen σ_i . Ekkor a $\xi = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_k$ valószínűségi változó eredő szórásnégyzete korrelálatlan esetben

$\sigma^2 = \sum_{i=1}^k \sigma_i^2$, míg korrelált esetben az $R_{ij} = E[(\xi_i - \bar{\xi}_i)(\xi_j - \bar{\xi}_j)]$ korrelációs együtthatóval (jelen esetben E a várható érték, $\bar{\xi}_i = E(\xi_i)$) kifejezve:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^k \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k R_{ij}.$$

Ez utóbbi kifejezés nehezen kiértékelhető. E helyett a számítási eljárás helyett a Ghausi által bevezetett, várható értékszámítási módszer használható, amelynek számítógépen történő alkalmazása a legmegfelelőbb.

5. Számítógépes számításra alkalmas több paraméteres érzékenység-vizsgálat módszere és matematikai felépítése

Ghausi az érzékenység számítására az alábbi módszert adta meg [9].

Legyen

$$M(\mathbf{x}) = E \left[\int_{\omega_1}^{\omega_2} \left| \frac{\Delta T}{T} \right|^2 d\omega \right],$$

ahol M az adott frekvenciasávban az érzékenység nagyságára jellemző mérőszám. A relatív tolerancia explicit függvénye Δx szerint nem ismert. Közelítően meghatározva, mint már korábban láttuk:

$$\frac{\Delta T}{T} = \sum_{i=1}^k \frac{\partial \ln T}{\partial \ln x_i} \frac{\Delta x_i}{x_i} = \sum_{i=1}^k \frac{\partial T}{\partial x_i} \frac{\Delta x_i}{T}.$$

Bevezetve a következő jelöléseket:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} x_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & x_2 & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & x_k \end{bmatrix}, \quad \nabla_x T = \left(\frac{\partial T}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial T}{\partial x_k} \right)^t,$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{D} \frac{\nabla_x T}{T} = \left(\frac{\partial T}{\partial x_1} \frac{x_1}{T}, \dots, \frac{\partial T}{\partial x_k} \frac{x_k}{T} \right)^t = (d_1, \dots, d_k)^t,$$

$\frac{\Delta T}{T}$ írható a következő alakban is:

$$\frac{\Delta T}{T} = \left[\frac{\nabla_x T}{T} \right]^t \cdot \mathbf{D} \hat{\Delta \mathbf{x}} = \mathbf{d}^t \hat{\Delta \mathbf{x}}.$$

Ekkor

$$M = E \left[\int_{\omega_1}^{\omega_2} (\mathbf{d}^t \hat{\Delta \mathbf{x}})^* \hat{\Delta \mathbf{x}}^t \cdot \mathbf{d} d\omega = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \mathbf{d}^{t*} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{d} d\omega \right],$$

ahol $\mathbf{P} = E[(\hat{\Delta \mathbf{x}})(\hat{\Delta \mathbf{x}}^t)]$ az elemi toleranciák kovarianciamátrixa.

Ezen a ponton lépnek be azok az eredmények, amelyek a hibrid technikából adódtak. Ugyanis e technika alkalmazásával az egyes áramköri elemek megváltozása nem független egymástól. Ha egy áramköri paraméter (pl. Q_0 vagy ω_0) megváltozik valamely áramköri R_i elem hatására, biztos, hogy valamely R_j áramköri elem értéke is megváltozik. Ennek az az oka, hogy a hibrid integrált áramkörök kivitelezéséből adódóan egyetlen ellenállás megváltozásának a valószínűsége igen kicsi. Példaként megemlítendő, hogy hőmérséklet hatására történő megváltozás valamennyi elemnél létrejön, csak esetleg más-más mértékben. Ugyanígy a kondenzátorok kapacitásának megváltozása is rendszerint összefüggő. A kovarianciamátrix elemeinek meghatározása e kölcsönösen egymásra ható változások miatt igen hosszadalmas és rendszerint az élettartam-vizsgálati eredményeken alapszik.

Az előzőekben ismertetett, a hálózat érzékenységi viszonyaival könnyen kapcsolatba hozható várható érték számítására vonatkozó alapegyenlet kiértékelése a \mathbf{P} kovarianciamátrix ismeretében számítógéppel elvégzendő. Amennyiben \mathbf{P} -t diagonálisnak feltételezzük, úgy az érzékenységre bizonyos alapössze-függések nyerhetők:

$$M(\mathbf{x}) = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \sum_{i=1}^k |S_{x_i}^T|^2 \sigma_{x_i}^2 d\omega,$$

ahol $\sigma_{x_i}^2 = E[(\Delta x_i/x_i)^2]$.

Az általános aluláteresztő másodfokú függvénye:

$$T(p) = \frac{K}{p^2 + \frac{p}{Q} + 1} = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{\sum_j b_j p^j}{\sum_j a_j p^j}$$

E hálózatfüggvény esetében d_i a következőképpen fejezhető ki:

$$d_i = \frac{\partial T}{\partial x_i} \frac{x_i}{T} = \frac{x_i}{T} \left(\sum_j \frac{\partial T}{\partial b_j} \cdot \frac{\partial b_j}{\partial x_i} + \sum_j \frac{\partial T}{\partial a_j} \cdot \frac{\partial a_j}{\partial x_i} \right) = \frac{x_i}{T} \frac{\partial b^t}{\partial x_i} \nabla_b T + \frac{x_i}{T} \frac{\partial a^t}{\partial x_i} \nabla_a T, \quad \text{ahol}$$

$$a = (a_{n-1}, \dots, a_1, a_0)^t, \quad b = (b_n, \dots, b_1, b_0)^t,$$

$$\nabla_a T = \left(\frac{\partial T}{\partial a_{n-1}}, \dots, \frac{\partial T}{\partial a_0} \right)^t, \quad \nabla_b T = \left(\frac{\partial T}{\partial b_n}, \dots, \frac{\partial T}{\partial b_0} \right)^t$$

E kifejezések segítségével:

$$M(x) = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \left[\frac{\nabla_a T}{T} \right]^* \cdot C_1^t \cdot P \cdot C_1 \left[\frac{\nabla_a T}{T} \right] d\omega + \int_{\omega_1}^{\omega_2} + 2 \operatorname{Re} \left(\left[\frac{\nabla_a T}{T} \right]^* \cdot C_1^t \cdot P \cdot C_2 \left[\frac{\nabla_b T}{T} \right] \right) d\omega + \int_{\omega_1}^{\omega_2} \left[\frac{\nabla_b T}{T} \right]^* \cdot C_2^t \cdot P \cdot C_2 \left[\frac{\nabla_b T}{T} \right] d\omega,$$

ahol:

$$C_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial a^t}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial a^t}{\partial x_k} \end{bmatrix} \quad C_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial b^t}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial b^t}{\partial x_k} \end{bmatrix}$$

$k \times n$ -es $k \times (n+1)$ -es

C_1 és C_2 a hálózat transzfer függvényéből számítható. A korábban megadott átviteli függvény szerint $C_2 = \mathbf{0}$.

Bevezetve az $M(x) = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \sum_{i=1}^k |S_{x_i}^D|^2 \sigma_{x_i}^2 d\omega$ megfeleltetést, az előző kifejezés alapján:

$$\left[\frac{\nabla_a T}{T} \right]^* \cdot C_1^t \cdot P \cdot C_1 \left[\frac{\nabla_a T}{T} \right] = \mathbf{E} [|\Delta \mathbf{D} \cdot \mathbf{D}^{-1}|^2],$$

ahol

$$S_{x_i}^D = x_i \cdot \mathbf{D}^{-1} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial x_i}, \quad \sigma_{x_i}^2 = \mathbf{E} \left[\left(\frac{\Delta x_i}{x_i} \right)^2 \right]$$

diagonális kovarianciamátrixból

A fenti esetben, ahol $a_1 = 1/Q$ és $a_0 = a_2 = 1$

$$|S_{x_i}^D|^2 = Q^2 \cdot \left[\left(x_i \frac{\partial a_1}{\partial x_i} \right)^2 + \left(x_i \frac{\partial a_0}{\partial x_i} \right)^2 \right]$$

További átalakításokkal az előző kifejezés:

$$|S_{x_i}^D|^2 = (S_{x_i}^Q)^2 + 4Q^2 (S_{x_i}^{Q0})^2$$

Így megadható az érzékenységgel arányos mérőszám nagysága:

$$M(x) = \Delta \omega \sum_{i=1}^k [(S_{x_i}^Q)^2 \sigma_{x_i}^2 + 4Q^2 (S_{x_i}^{Q0})^2 \cdot \sigma_{x_i}^2]$$

A korábban megadott kifejezésben \mathbf{E} várható érték nagysága a gyakorlatban egységnyi (felvett érték), és $\frac{\Delta x_i}{x_i} \sim 10^{-2}$, azaz $\sigma_{x_i}^2 = \mathbf{E} \left[\left(\frac{\Delta x_i}{x_i} \right)^2 \right] = 10^{-4}$, a $\Delta \omega$ súlyozási tényező $1/Q$ -val egyenlő, s a numerikus integrálás ilyen módon végrehajtható.

A fentiekben ismertetett gondolatsor alapján számunkra a legfontosabb C_1 mátrix meghatározása, ill. \mathbf{P} kovarianciamátrix kiszámítása. A 2. ábra szerint C_1 elemei a következőképpen adhatók meg:

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{C_2 \cdot K} \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} \right); \quad R_3 \cdot R_4 \cdot C_2 \cdot C_5 = 1;$$

C_1 tehát 5×2 -es dimenziójú mátrix. Az elemek mátrixa pedig:

$$x = (G_1 G_3 G_4 C_2 C_5)^t$$

A C_1 sorának elemei rendre:

$$G_1 \frac{\partial a^t}{\partial G_1} = G_1 \frac{\partial}{\partial G_1} \left[\frac{G_3}{C_2} + \frac{G_1}{C_2} + \frac{G_4}{C_2}; \frac{G_3 G_4}{C_2 C_5} \right] = \left[\frac{G_1}{C_2}; 0 \right],$$

$$G_3 \frac{\partial a^t}{\partial G_3} = \left[\frac{G_3}{C_2}; \frac{G_3 G_4}{G_2 G_5} \right],$$

$$G_4 \frac{\partial a^t}{\partial G_4} = \left[\frac{G_4}{C_2}; \frac{G_3 G_4}{G_2 C_5} \right],$$

$$C_2 \frac{\partial a^t}{\partial C_2} = \left[-\frac{G_3 + G_1 + G_4}{C_2}; -\frac{G_3 G_4}{C_2 C_5} \right],$$

$$C_5 \frac{\partial a^t}{\partial C_5} = \left[0; -\frac{G_3 G_4}{C_2 C_5} \right].$$

A fentiek alapján:

$$C_1 = \begin{bmatrix} \frac{G_1}{C_2} & 0 \\ \frac{G_3}{C_2} & \frac{G_3 G_4}{C_2 C_5} \\ \frac{G_4}{C_2} & \frac{G_3 G_4}{C_2 C_5} \\ -\frac{1}{Q} & -\frac{G_3 G_4}{C_2 C_5} \\ 0 & -\frac{G_3 G_4}{C_2 C_5} \end{bmatrix}$$

Legyen $\omega_0 = \frac{1}{a_0} = 1$, $\frac{G_4}{C_2} = x$, $\frac{G_1}{C_2} = x \cdot H_0$, $\frac{G_3}{C_2} = \frac{K}{Q} - x - x \cdot H_0$.

Ilyen módon:

$$C_1 = \begin{bmatrix} x \cdot H_0 & 0 \\ \frac{K}{Q} - x - x \cdot H_0 & 1 \\ x & 1 \\ \frac{1}{Q} & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Az előző példa adataival $f_e = f_0 = 1$ kHz; $C_e = C_5 = 1$ nF; $R_e = 159,2$ kOhm, ekkor:

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0,17 & 0 \\ 0,25 & 1 \\ 0,08 & 1 \\ 0,5 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Egy másodfokú LP blokkban a várható értékfüggvény meghatározásához szükséges $\nabla_a T$ a következő alakban adható meg:

$$\nabla_a T = \left[\frac{\partial T}{\partial a_1}, \frac{\partial T}{\partial a_0} \right]^t, \text{ ahol } a_1 = 1/Q \text{ és } a_0 = 1 \text{ az } \omega_0\text{-ra történő normalizálás során.}$$

$$\frac{\partial T}{\partial a_1} = \frac{\partial}{\partial a_1} \frac{1}{p^2 + a_1 p + a_0} = - \frac{p}{(p^2 + a_1 p + a_0)^2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial a_0} = \frac{\partial}{\partial a_0} \frac{1}{p^2 + a_1 p + a_0} = - \frac{1}{(p^2 + a_1 p + a_0)^2}$$

$$\left[\frac{\nabla_a T}{T} \right] = \left[\frac{-p}{p^2 + a_1 p + a_0}, \frac{-1}{p^2 + a_1 p + a_0} \right]^t$$

Ilyen módon az integrált kifejezve:

$$M(x) = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{(-p, 1) \cdot C_1^t \cdot P \cdot C_1 \cdot (p, 1)^t}{(p^2 + a_1 p + a_0)^* (p^2 + a_1 p + a_0)} d\omega = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{1}{(a_0 - \omega^2)^2 + (a_1 \omega)^2} (-j\omega, 1) \cdot C_1^t \cdot P \cdot C_1 \cdot (j\omega, 1)^t d\omega,$$

ahol az integrál alsó-, ill. felső határa az $\omega_1 = 1 - 1/Q$ és $\omega_2 = 1 + 1/Q$.

A számítást a korrelálatlan esettel kezdtük, azaz ebben az esetben P az elemek számával egyező méretű egységmátrix volt.

Tekintettel arra, hogy feltétel volt a hibrid formában előállított ellenállások egymástól függetlensége, így módon a korrelációs együtthatót az alábbi módon fejezhetjük ki:

$$P_{ij}^{R-R} = E \left[\frac{\Delta R_i / R_i}{\sigma_{R_i}} \cdot \frac{\Delta R_j / R_j}{\sigma_{R_j}} \right] \neq 0 \quad i \neq j\text{-re,}$$

ahol $\sigma_{R_i} = \sqrt{E[(\Delta R_i / R_i)^2]}$.

E korrelációs együttható pontos értékét az élet-tartam-vizsgálat eredményeiből számíthatjuk ki. A rendelkezésre álló mérési eredményeket kiértékelve

az ellenállásokra vonatkozó korrelációs együttható az ellenállások értékétől függően 0,7–0,95 között mozog.

A kondenzátorok értékének megváltozása – tekintettel az egyedi beültetésre – egymástól, ill. az ellenállásoktól is független

$$P_{ij}^{C-C} = P_{ij}^{C-R} = 0, \text{ ekkor}$$

$$P = \begin{matrix} & G_1 & G_3 & G_4 & C_2 & C_5 \\ \begin{matrix} G_1 \\ G_3 \\ G_4 \\ C_2 \\ C_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0,7 & 0,7 & 0 & 0 \\ 0,7 & 1 & 0,7 & 0 & 0 \\ 0,7 & 0,7 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Az itt feltüntetett 0,7 korrelációs együttható érték a vastagréteg technikával készült ellenállásokra érvényes.

Tantál technikával készített RC-hálózat esetén az egyes korrelációs együtthatók értéke:

$$E \left[\frac{\Delta R_i / R_i}{\sigma_{R_i}} \cdot \frac{\Delta C_j / C_j}{\sigma_{C_j}} \right] = -0,85,$$

$$E \left[\frac{\Delta R_i / R_i}{\sigma_{R_i}} \cdot \frac{\Delta R_j / R_j}{\sigma_{R_j}} \right] = +0,85 = E \left[\frac{\Delta C_i / C_i}{\sigma_{C_i}} \cdot \frac{\Delta C_j / C_j}{\sigma_{C_j}} \right].$$

A negatív előjel jelentése, hogy növekvő ellenállásértékhez csökkenő kapacitás tartozik és fordítva. A számítási eredmények, amelyeket a következő fejezetben részletesen áttekintünk, igazolják, hogy egyrészt az általunk alkalmazott technológia lehetővé teszi a korábban elemzett érzékenység-invariancia törvényszerűség kihasználását, másrészt ésszerű tűrési határok biztosíthatók.

Ismételten hangsúlyozni kell azt a tényt, hogy a kiindulás nem aktívan trimmelt hálózatokra vonatkozik. A fenti statisztikai becslés akkor igaz, ha sem a lapkák között, sem az áramköri elemeknél (pl. kondenzátor) szelekció nem volt. Kis módosítással a fenti eredmények alkalmazhatók a kész, nem selejt áramkörök közül az idővel kieső részarány meghatározására.

6. Több paraméteres érzékenység kiértékelése számítógépes úton

Az előző fejezet alapösszefüggése meghatározza, hogy milyen függvényt kell számítógépen kiértékelni. Ez az előzőek alapján:

$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} \left[\frac{\nabla_a T}{T} \right]^* \cdot C_1^t \cdot P \cdot C_1 \left[\frac{\nabla_a T}{T} \right] d\omega =$$

$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{(p, 1) \cdot C_1^t \cdot P \cdot C_1 \cdot (p, 1)^t}{(p^2 + a_1 p + a_0)^* (p^2 + a_1 p + a_0)} d\omega =$$

$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{1}{|z|^2} (-j\omega, 1) \cdot C_1^t \cdot P \cdot C_1 \begin{bmatrix} j\omega \\ 1 \end{bmatrix} d\omega = \int_{\omega_1}^{\omega_2} f(\omega) d\omega,$$

ahol:
$$\frac{1}{|z|^2} = \frac{1}{(p^2 + a_1 p + a_0)^* (p^2 + a_1 p + a_0)}$$

E határozott integrál kiszámítása természetesen $C_2=0$ esetben ad megfelelő eredményt számunkra. Az $f(\omega)$ -ban szereplő mátrixok jelölése a programban a következők:

$$f(\omega) = \mathbf{DAKT} \times \mathbf{CT} \times \mathbf{P} \times \mathbf{C} \times \mathbf{DA}$$

ahol a mátrixok jelentése a következők:

- P:** elemi toleranciák kovarianciamátrixa, $K \times K$ méretű kvadratikus mátrix.
- C:** $K \times 2$ méretű mátrix, amely a hálózat átviteli függvényéből határozható meg ($\mathbf{C} = \mathbf{C}_1$).
- CT:** $2 \times K$ méretű mátrix, **C** transzponáltja; a program állítja elő.
- K:** az az áramköri elemszám, melyre egy adott frekvenciasávban kívánjuk az érzékenység nagyságára jellemző várható értéket kiszámítani.
- DA:** 2×1 méretű frekvenciafüggő, a hálózat függvényéből képzett komplex értékű mátrix:

$$\mathbf{DA} = \begin{bmatrix} p \\ p^2 + a_1 p + a_0 \\ 1 \\ p^2 + a_1 p + a_0 \end{bmatrix}, \text{ ahol}$$

$p = j\omega$, a_0 és a_1 kívülről beolvasandó együttható értékek, amelyek a hálózatfüggvény együtthatói.

- DA:** értékét a_0 és a_1 ismeretében minden egyes értékre a program számítja ki.
- DAKT:** 1×2 -es komplex értékű, frekvenciafüggő mátrix, a **DA** mátrix konjugált transzponáltja, tehát

$$\mathbf{DAKT} = \left(\frac{p^*}{(p^2 + a_1 p + a_0)^*}, \frac{1}{(p^2 + a_1 p + a_0)^*} \right)$$

A fentiek ismeretében a számítás menetét vázlatosan a következők:

1.
$$\mathbf{P} \times \mathbf{C} = \begin{matrix} & 1 & 2 & \dots & k \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ k \end{bmatrix} & & & & \\ & & & & \end{matrix} \times \begin{matrix} & 1 & 2 \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ k \end{bmatrix} & & \\ & & \end{matrix} \Rightarrow \mathbf{PC}$$

 $k \times k$ -as $k \times 2$ -es $k \times 2$ -es
2. $\mathbf{CT} \times \mathbf{PC} \Rightarrow \mathbf{CTPC}$
 $2 \times k$ $k \times 2$ 2×2 -es
3. $(\mathbf{CT} \times \mathbf{PC}) \times \mathbf{DA}$
 2×2 $2 \times 1 \Rightarrow 2 \times 1$ -es
4. $\mathbf{DAKT} \times \{(\mathbf{CT} \times \mathbf{PC}) \times \mathbf{DA}\}$
 1×2 $2 \times 1 \Rightarrow$ konstans (frekvencia függvényében)

És a teljes frekvenciatartományra történő számítás után

5. $\int_{\omega_1}^{\omega_2} f(\omega) d\omega$ konstans, az adott frekvenciasávban az érzékenységre jellemző mennyiség.

A program felépítése:

Az érzékenység számító program az alábbi szubrutinokat, ill. főprogramot tartalmazza:

MTRANP: mátrix transzponáló szubrutin, amelynek feladata egy tetszőleges **A** mátrix transzponáltjának képzése.

MASZ: Általános mátrix szorzó szubrutin egy **A** mátrix és a **B** mátrix szorzatát állítja elő az **SZ** mátrixban [10].

$f(\omega)$ kiszámítására szolgál az **F(OM)** függvényeljárás. A $\mathbf{CT} \times \mathbf{P} \times \mathbf{C}$ mátrixszorzatot a **CTPC** 2×2 -es mátrixban, az átviteli függvény a_0 és a_1 együtthatók értékét pedig közös adatmezőn keresztül kapja meg. A **CTPC** mátrix valós típusú, frekvencia-független, míg **DAKT** és **DA** frekvenciafüggő, komplex értékű mátrixok. A fenti eljárás minden egyes ω értékre kiszámítja az

$$f(\omega) = \mathbf{DAKT} \times \mathbf{CTPC} \times \mathbf{DA}$$

függvény értékét.

A számítást az **ERZ** nevű főprogram vezérli. Bemenő adatként minden futtatás előtt az alábbi értékeket kéri:

- K a számításban érdekelt áramköri elemek száma,
- Q jósági tényező, amelyből a program a felső és alsó frekvencia-határokat számítja ki (**OM1**, **OM2**),
- A_0
- A_1 } a hálózat transzfer függvényének együtthatói,
- **P** a $K \times K$ méretű kovarianciamátrix,
- **C** a hálózat átviteli függvényéből képzett $K \times 2$ -es mátrix.

A számítás menete a következő:

A program Q jósági tényező ismeretében kiszámítja ω_1 és ω_2 értékét. A **P**, illetve **C** mátrixok beolvasása után az **MTRANP** eljárás behívásával előállítja a **CT** mátrixot. Ezt követi a **MASZ** eljárás kétszeri behívása. Először a $\mathbf{CT} \times \mathbf{P}$ szorzatot számíttatjuk ki, tárolván az eredményt a **CTP** mátrixban, majd a **CTP** és **C** mátrixok összeszorzása eredményeképp megkapjuk a **CTPC** mátrixot. A várható érték számításához szükséges integrál közelítő értékét a trapéz-módszerrel számítja ki a főprogram úgy, hogy az $[\omega_1, \omega_2]$ intervallumot tíz egyenlő részre osztja. Azaz a

$$h = \frac{\omega_2 - \omega_1}{10} \text{ jelölés bevezetésével}$$

$$\mathbf{INT} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} f(\omega) d\omega \approx h \left(\frac{1}{2} f(\omega_1) + \frac{1}{2} f(\omega_2) + \sum_{i=1}^9 f(\omega_1 + i \cdot h) \right)$$

A kifejezésben szereplő $f(\omega)$ értékeket az **F(OM)** eljárás behívásával számíttatjuk ki frekvencia-pontonként [11, 12].

Mindezek alapján lefuttattuk a 2. ábrán vázolt aluiáteresztő szűrőre vonatkoztatva a programot [13]. C_1 mátrix az áramkört felépítő elemek függvénye. A programba C_1 mátrixot kívülről adjuk be. Készítettünk olyan programot is, amely ω_0 , C és Q értékek beadásával kiszámítja az elemértékeket és a C_1 mátrix elemeit átadja a következő programrészeknek. A vizsgált, 2. ábrán szereplő áramkör felépítése

olyan, hogy Q és ω_0 is függ az ellenállásoktól. Ha valamennyi ellenállás növekszik, úgy Q és ω_0 csökken, ami az integrálnak mint területnek megváltozását (jelen esetben növekedését) vonja maga után.

Független változók esetén, ha $E \left[\frac{\Delta R_i/R_i}{\sigma_{R_i}}, \frac{\Delta C_j/C_j}{\sigma_{C_j}} \right] = 0$, akkor több olyan kiosztás létezik, ahol az R_i -k megváltozása kompenzálja egymást. Minél erősebb a korreláció az egyes R_i elemek között, annál biztosabb az egyik irányban történő eltérés, azaz az érzékenységre várható értéke növekszik. Számítási eredményeinknél ez meg is mutatkozik, mivel a legnagyobb M érték akkor adódott, ha csak az ellenállások között van keresztkorreláció. A legkedvezőbb eredményt pedig a szoros RC együttfutás biztosítja, amely átlagosan 1/6-od része a korrelálatlan esetnek. Az eredményeket a 2. táblázatban foglaltuk össze. Az RC szorzat stabil értéken tartására nemcsak a tantáltechnika ad lehetőséget, hanem a csillám vagy NPO kerámia kondenzátorok beültetése esetén vékonyréteg ellenállásokkal a $20 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C}$ -os együttfutás és a hasonló ($20 \cdot 10^{-6}$ /nap) stabilitás érhető el. Azokon a helyeken, ahol csak az ellenállások aránya érdekes (pl. állapot változós eset — 1. táblázat — R_6/R_5 és R_3/R_4 arány stabilitása lényeges), ott a vastagréteg technika is alkalmas a nagy stabilitás biztosítására.

Számítási eredményeink elsősorban az analízist segítik elő. Tervezésnél nehezen alkalmazható, de jó összehasonlítási alap, azért, mert a korreláció nélküli eset eredményeihez a legközelebb a hibák statisztikai összegzése alapján nyerhető tolerancia áll. Ennek alapján ellenőrizhető, hogy a tervezett értékekkel milyen számított várható érték adható.

Egy másik lehetséges felhasználás, hogy adott specifikáció esetén C_1 mátrix elemeit optimalizáljuk. Erre a 2. ábrán vázolt szűrőnél a K szorzó konstans alkalmas megválasztása, illetve csökkenő M értékek irányába történő változtatása ad lehetőséget. E munkánk jelenleg kísérleti állapotban van, ugyanis K értéke a diszkrét kapacitás-értékek miatt nem lehet tetszőleges.

Az eddigi eredmények alapján lehetőség van egy konkrét szűrőrendszer optimalizálására. E munkához feltételezzük, hogy optimálisak az áramkörök abban az értelemben, hogy az egyes elemek értékeihez tartozó érzékenységek statisztikus összege minimális, ill. valamely egyéb paraméterre — pl. ellenállások eredőjére — optimális.

$Q = 2$

2. táblázat

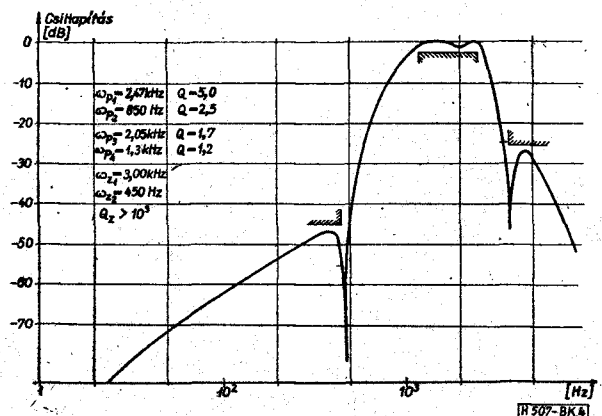
R_1R_2	R_2C_1	R_1C_1	$M(\times 10^{-4})$
0	0	0	10,27
0,7	0	0	13,84
0,85	-0,85	0,85	1,54
0,9	-0,5	0,7	8,13
0	0	0	48,12
0,7	0	0	64,8
0,85	-0,85	0,85	7,2
0,9	-0,5	0,7	38,05

$Q = 10$

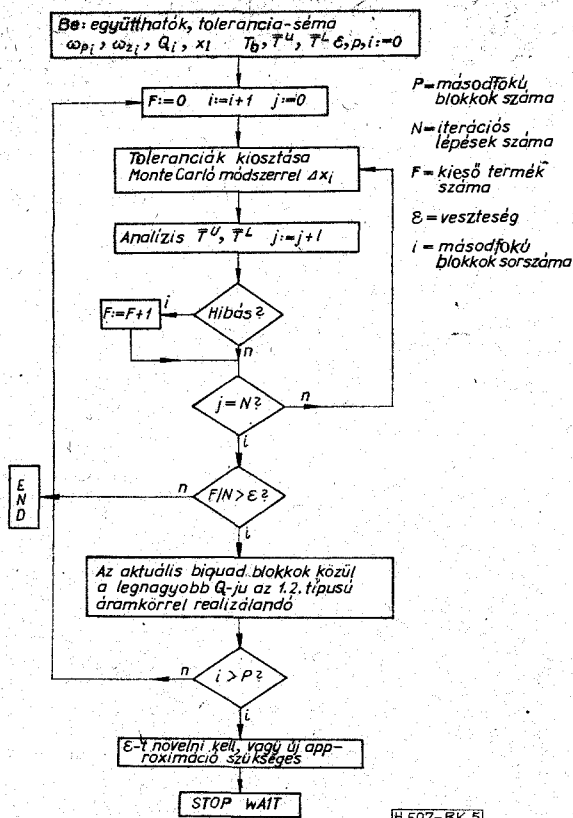
A feladat rendszerint az, hogy a szűrési problémát minimális költséggel oldjuk meg. A technológiának azonban néhány korlátja van, amelyek közül legfontosabb az elemek stabilitása és hőmérsékleti együttműködése. Ebben az esetben a passzív elemek dominálnak, hiszen a felhasznált erősítők erősítése jó közelítéssel végtelen. A kondenzátorok (NPO kerámia vagy csillám) általános jellemzője a nagy stabilitás, de értékszórásuk is nagy. Így az áramkörbe történő beültetés előtt azokat vagy válogatni, vagy csoportosítani kell, ill. aktív funkcionális trimmelést szükséges végrehajtani, ahol lehet. Ugyancsak vannak korlátok az ellenállások esetében is. Így például a $\Delta \cong 0,2\%$ értékű tűrés és stabilitás. Az optimális tervezéshez fel kell tételeznünk, hogy a működés kezdetekor az egyes áramköri paraméterek ideálisan illeszkednek a követelményekhez, így minden másodfokú tag együttműködhető az approximációnál kapottal egyezzenek meg.

Ezek után történhet a realizálás. A legtöbb elemet tartalmazó a legnagyobb költségű, de kis érzékenységgű, míg a legkevesebb elemszámú a legkisebb költségű, de viszonylag nagy érzékenységgű megoldás. Így az optimalizálás célja meghatározni, hogy az egyes másodfokú blokkokat milyen áramkör realizálja. Az approximáció eredménye a Q -k és ω_0 -k sorozata. Az approximálandó mintafeladat a 4. ábrán látható, a megvalósításhoz tartozó Q és ω_0 értékekkel. A minimális költség érdekében a kiindulás minden blokknál a legkisebb költséggel megoldható áramkört jelenti.

A program tömbvázlatát az 5. ábra mutatja. A program leáll, ha a selejt egy adott szint — rendszerint 1% — alatt van, ill. ha az adott specifikációval a feladat a realizált elemekkel nem megoldható. Egy iterációs lépésben a selejtszázalék meghatározása Monte Carlo módszerrel történik. A felhasznált alkatrészek tulajdonságaiból adódó megkötéseket itt vehetjük figyelembe. Az érzékenységek ismeretében, az egyes elemekre kiosztott elem-megváltozásokból adódó M átlagos toleranciát hasonlítja össze a hálózattfüggvény által megengedett megváltozással, amelyet korábban meghatároztunk. Ha ez nagyobb, mint a megengedett, úgy az várhatóan selejttet jelent, tehát a jó és rossz kiosztások viszonyából a kiadódó selejtszázalék meghatározható. A program ezt a feladatot automatikusan elvégzi, s végül az egyes iterációkhoz tartozó selejtszázalékot kinyomtatja.

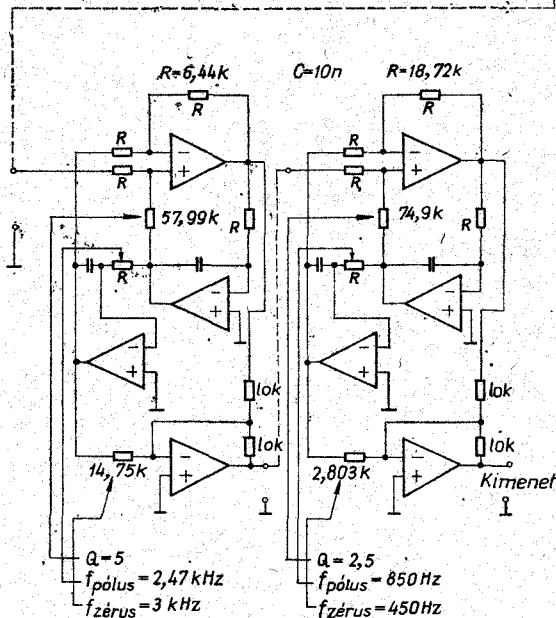
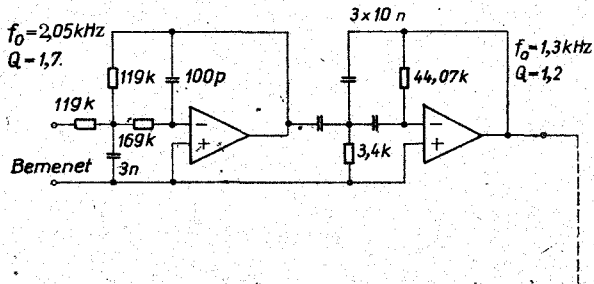


4. ábra



5. ábra

H 507-BK 5



A nyílak azt az elemet mutatják, amivel az adott paraméter behangolható anélkül, hogy a többi megváltozna.

6. ábra

H 507-BK 6

Az egy IC-vel realizált kapcsolás változatánál, aluláteresztő esetet véve figyelembe, ha $Q > 2$, úgy igen nagy a kondenzátorok értékének szórása (kb. $4Q^2$ -tel arányos). Ugyanígy $\alpha = \frac{1}{5}$ esetén $S_{R_s}^{\alpha} \cdot 10^3$ nagyságrendbe esik. Ez igen kedvezőtlen, tehát ezzel az áramkörrel a feladat nem realizálható. Egy jobb választás az, ha a $Q = 1,2$ és $Q = 1,7$ -es eseteket realizáljuk a 2. ábra szerinti áramkörrel, míg a 1. táblázat szerinti áramkörrel oldjuk meg a $Q = 5$ és $Q = 2,5$ -es tagokat a megfelelő zérusokkal együtt. Az így adódó elemértékeket a 6. ábra tartalmazza.

Összefoglalás

A problémakört áttekintve szemléletesen kimutatható, hogy az érzékenység- és ár-analízisnek milyen nagy a jelentősége. Az említett feladatokban szereplő áramköröket realizálva, 100 db szűrőre végzett mérési és megbízhatósági vizsgálataink azt mutatták, hogy az összes realizált áramkör az előre megadott korlátok között működött. Munkánk során a feladat approximálásától kezdve a realizálandó hálózat értékeinek meghatározásáig számítógépet használtunk fel. Bár e feladat igen nagy gépidőt kíván, a kihozatal és az optimális gyárthatóság fedezi a költségeket. A trimmelési utasítást a számolt eredmények alapján ugyancsak számítógép adja. A programrendszer egy része a HP 9100A gépen működik, míg a cikkben részletesebben bemutatott rész az MHE ICL System 4-50 gépen került lefuttatásra. Az ismertetett új vizsgálati módszert az OMFb által támogatott hibrid áramköri alkalmazás-technikai kutatásainkra is kiterjesztjük, elsősorban a nagy pontosságú D/A és A/D átalakítókra.

IRODALOM

- [1] Kun L.: Active RC optimization in respect of hybrid realisation. Kari Marx Stadt Technische Hochschule, 1975. jan. 20. Előadás kivonat
- [2] Tobey—Graeme—Huelsman: Operational Amplifiers, Design and Application. McGraw-Hill publication, 1971. Ch. 8. pp. 282—326
- [3] Schoeffler, J. D.: Synthesis of minimum sensitivity networks. IEEE Trans, 1964. CT-11. pp. 271—276
- [4] Dr. Géher K.: Lineáris hálózatok. Műszaki Könyvkiadó, 1968. p. 444.
- [5] Dr. Géher K.—Dr. Halász E.: Számítógépes áramkörtervezés (fakultatív előadásorozat). Budapesti Műszaki Egyetem Villamosmérnöki Kar, 1968. 1972. Előadásjegyzet
- [6] Dr. Géher K.: Érzékenységi módszerek a hálózatelméletben. Híradástechnika, XIX. évi. 12. sz. pp. 353—365
- [7] Buttler, W. J.—Haykin, S. S.: Multiparameter sensitivity. Proc. IEEE, Vol. 117. No. 12. 1970. pp. 2228—2236
- [8] Goldstein, A. J.—Kuo, F. F.: Multiparameter sensitivity. IEEE Trans. on. CT-8, 1961. No. 2. pp. 177—178
- [9] Rosenblum, A. L.—Ghausi, M. S.: Multiparameter sensitivity in Active RC Networks. IEEE Trans. on. CT-18, 1971. No. 6. pp. 593—596
- [10] Herendi M.—Tarnay K.: Egyenáramú hálózatok analízise. Műszaki Könyvkiadó, 1975. Programozás és Elekttronika sorozat no. 43, 130
- [11] Kis O.—Kovács M.: Numerikus módszerek. Műszaki Könyvkiadó, 1976. p. 374—375
- [12] Obádovics J. Gy.: Numerikus módszerek és programozásuk. Tankönyvkiadó, 1975. p. 250—251
- [13] ICL System 4-50 Fortran IV. Manual and Software Notices, ICL publications, 1971.