PAPP LÁSZLÓ
BKV Áramellátási Főmérnökség

Digitális függvénygenerátor

ETO 681.32.058

E cikkben rövid áttekintést szeretnénk nyújtani a függvénygenerátorok különböző típusainak elvi megoldásairól, rendszertechnikai kérdéseiről. Részletesen kívánunk foglalkozni a kvarcvezérlésű, nagy frekvenciapontosságú, digitális áramkörökkel felépített függvénygenerátorok áramköri kérdéseivel, valamint a szintetizált szinuszfüggvény spektrális tisztaságával.

Rendszertechnikai áttekintés

A függvénygenerátorok többségénél a rezgést előállító áramkör feszültséggel hangolható oszcillátor (VCO). A VCO frekvenciájának folyamatos szabályozása az esetek többségében a 0,1—1 normalizált frekvenciahatárok között lehetséges. A kisebb frekvenciájú dekádokat 10-es frekvenciaosztók biztosítják. Az alaposzcillátor és az osztó dekádok kimenőjele négyszög alakú, ez áll közvetlenül rendelkezésünkre. A további hullámformák a négyszögfeszültségből származtathatók hullámforma-konverterek segítségével.

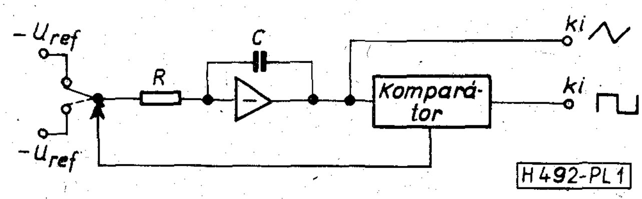
A négyszögfeszültségből a legegyszerűbb módon a háromszögfeszültség állítható elő integrátorral. Az integrátor kimenetén megjelenő háromszögfeszültség frekvenciája megegyezik a bemeneti négyszögfeszültség frekvenciájával, amplitúdója viszont a frekvencia növekedésével lineárisan csökken. A konstans amplitúdó biztosítása érdekében automatikus erősítésszabályozást kell alkalmazni. A csúcsértékegyenirányítóval és az AGC hurokkal szemben támasztott követelmények igen nagyok, mivel a háromszögfeszültségből konvertált szinuszhullám torzítása csak a háromszögfeszültség egy szigorúan meghatározott értékénél minimalizálható.

A szinuszfeszültség pl. olyan diódás mátrix segítségével állítható elő, amelyben az egyes diódák nyitó feszültségei egymáshoz képest megfelelő mértékben el vannak tolva. Ily módon olyan feszültségosztó négypólust kapunk, amelynek csillapítása a bemeneti amplitúdó függvénye, kimeneti jele töréspontokkal közelített szinuszfeszültség.

Hullámforma-generálás egyéb módszerei

Konstans amplitúdójú háromszöghullám generálható integrátor-komparátor módszerrel (1. ábra).

Az amplitúdó stabilitása a komparálási szint stabilitásától függ, a frekvencia pedig az integrátor bemeneti feszültségének közel lineáris függvénye. Linearitás-hiba az $\omega t = f(u)$ függvény esetében az integrátor offset feszültségének hőmérséklet-függéséből, a komparálási szint ingadozásából, valamint



1. ábra

a komparátor véges kapcsolási idejéből adódik. A kapcsolás előnye, hogy a komparátor kimenetén közvetlenül rendelkezésre áll a négyszögfeszültség is.

Háromszögfeszültségből analóg szorzó alkalmazásával is generálható szinuszfeszültség. Ha az

$$\hat{U} \sin \omega t = \hat{U}\left[\omega t - \frac{(\omega t)^3}{3!} + \frac{(\omega t)^5}{5!} - \dots\right]$$

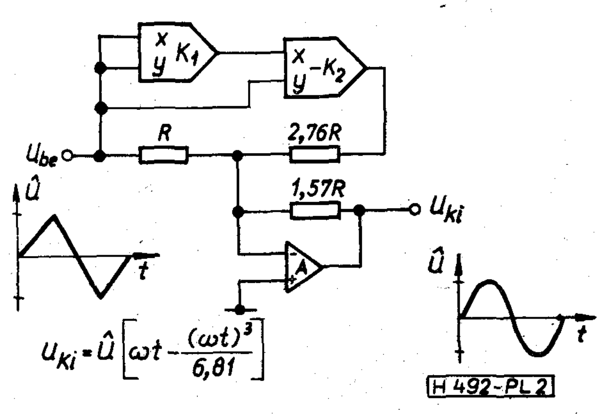
hatványsor háromnál nagyobb kitevőjű tagjait nem vesszük figyelembe, hanem konstans korrekcióval helyettesítjük, az

$$U_{ki} = \hat{U}\left[\omega t - \frac{(\omega t)^3}{6{,}81}\right]$$

függvény áramköri realizálása (2. ábra) viszonylag egyszerű, és kb. 0,4% torzítású szinuszfeszültséget biztosít.

A nagy frekvenciapontosságú és stabil függvénygenerátorok többségénél a fázis zárt hurok elvét alkalmazzák. Itt a VCO frekvenciáját digitális frekvenciaosztókkal leosztják, és fázisdetektor segítségével összehasonlítják egy etalon kvarc frekvenciájával. A fázisdetektor kimenetén megjelenő hibajel a VCO frekvenciáját visszaszabályozza úgy, hogy az mindig a kvarc-etalon n-szerese (n az osztóval beállítható egész szám).

Digitális áramkörökkel felépített fáziskomparátor egy lehetséges egyszerű megvalósítását mutatja a 3. ábra. E kapcsolás előnye az egyszerűség mellett az, hogy nagy frekvencia-eltéréseknél frekvencia-detektorként is képes működni. Ilyenkor az áramkör kime-

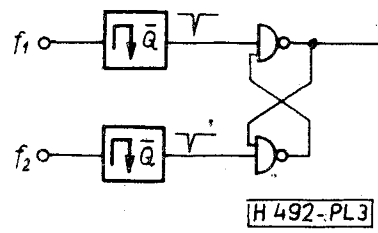


2. ábra

Beérkezett: 1976. XI. 29.

netén, eltekintve az igen kis kitöltési tényezőjű impulzusoktól, logikai 0, ill. 1 szintet kapunk.

Rendszertechnikailag külön helyet foglalnak el azok a függvénygenerátorok, amelyek a hullámformákat szintetikusan állítják elő. Ezek az úgynevezett szintetizátorok a kimeneti időfüggvény egyes diszkrét fázisértékeihez kiszámítják és hozzárendelik a megfelelő amplitúdóértéket, így ezzel az eljárással speciális hullámformák is megvalósíthatók.



3. ábra

Kvarcvezérlésű hullámforma-szintetizátor

Elvi megfontolások

Ha egy órafrekvenciát $p\cdot 10^n$ frekvenciára úgy akarunk leosztani, hogy a leosztás $m/10^n$ felbontással legyen beállítható (ahol p tetszőleges szám 1 és 10 között, m a felbontás frekvenciája, n a frekvencia nagyságrendjére jellemző szám), akkor digitális frekvenciaosztás esetén az óragenerátor frekvenciáját minimálisan $\frac{p\cdot 10^{2n}}{m}$ Hz-re kell választani. 100 KHz-es kimeneti frekvenciát és 1 Hz-es felbontást feltételezve ez az érték 10 GHz-re adódik. Ekkora frekvenciára programozható digitális frekvenciaosztó nem áll rendelkezésre, ezért ez az út nem járható. A megoldási lehetőség a soros bináris szorzó alkalmazása. Ennek impulzus-frekvenciája $k\cdot f_c/2^z$, ahol k tetszőleges szám, f_c az óragenerátor frekvenciája, z a szorzó bitekben mért kapacitása. A kimeneti függvény realizálásához két dolog szükséges:

— az $y=f(x)\omega t+\psi_i$, $(i=1, \ldots, n)$ kimeneti időfüggvény diszkrét fázisértékei, amelyet az órajellel lehet meghatározni,

— a ψ_i pontokhoz tartozó amplitúdó értéke.

Az amplitúdókód előállítását a soros bináris szorzó végzi, amelynek működése a következő:

A soros bináris szorzó a szorzás műveletét összeadások sorozatává egyszerűsíti. Az összeadó egyik bemenetére egy k állandó szám kerül, másik bemenetére pedig egy tároló kimenete (a tároló mindig azt a számot tárolja, ami az összeadás művelete után létrejön). Így elérhető, hogy a tárolóban mindig az órajel és a k szám szorzata jelenik meg, ami nem más, mint az amplitúdóérték kódja. A fentiekből világosan látszik, hogy a kód változási sebességét a következő két tényező határozza meg:

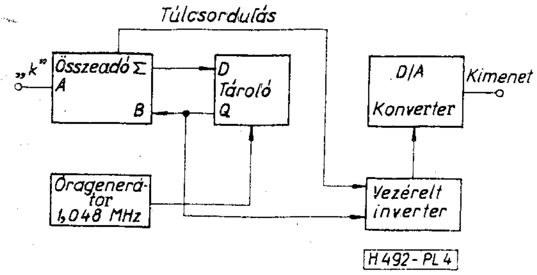
— az órafrekvencia,

— a beírt k szám nagysága.

A kód változási sebessége egyértelműen meghatározza a kimeneti függvény frekvenciáját. Az előző meggondolásból az is látszik, hogy a kimeneti jel frekvenciáját célszerűen k nagyságával lehet változtatni. A kód változásának előjelváltását a szorzó túlcsordulásával lehet vezérelni.

A fentiek figyelembevételével a rendszer egyszerűsített tömbvázlata a 4. ábrán látható.

A k szorzófaktort binárisan kell a szorzóba beírni, ezért az órafrekvenciát célszerű úgy megválasztani, hogy az megfeleljen kettő valamelyik hatványának. 1 MHz körül ez 2^{20} Hz-re adódik, ami kerekítve 1,048 MHz frekvenciának felel meg.



4. ábra. Fázis-amplitúdó konverter egyszerűsített tömbvázlata (háromszögfeszültséghez)

A szorzó által előállított amplitúdókód az órajel lineáris függvénye és időben periodikus. Tetszőleges hullámforma kódja pl. úgy valósítható meg, hogy a szorzó kimeneteivel egy ROM memóriát címzünk. A memória megfelelő rekeszeibe a kívánt függvény kódjait kell beégetni.

Az amplitúdókódokból D/A konverter állítja elő a kívánt hullámformájú feszültséget.

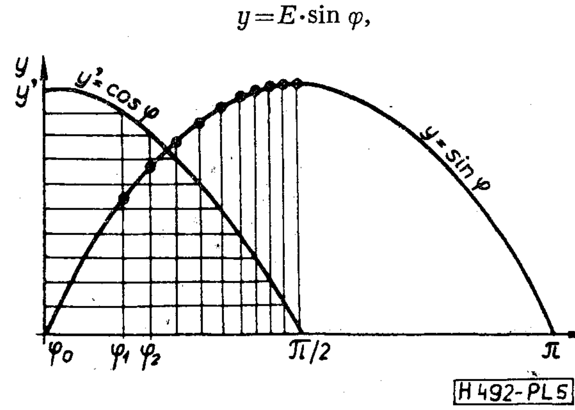
Háromszög-szinusz konverter

A háromszög-szinusz konverter egyik megvalósítási módja ellenállás-dióda hálózattal lehetséges. A kialakításnál elegendő csak a pozitív félperiódus növekvő tartományát figyelembe venni. A negatív félperiódus konvertálása meg fog egyezni a pozitív félperiódusével, csak a feszültségértékek váltanak előjelet.

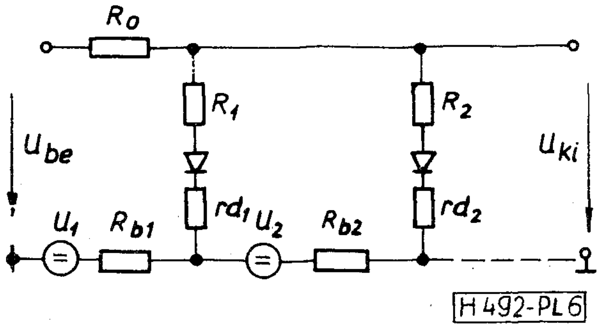
A törésponti feszültségeket célszerű úgy megválasztani, hogy az egymás mellett levő töréspontok a szinusz azonos értékű meredekség-változásaihoz tartozzanak.

A kérdéses fázisszögek kiszámításához fel kell írni a kimeneti függvény első differenciálhányadosát.

$$y=E\cdot\sin\varphi,$$



5. ábra



6. ábra

ahol E a kimeneti függvény csúcsértéke, φ pedig a szinuszfüggvény fázisszöge,

$$y' = E \cdot \cos \varphi.$$

A fenti differenciálhányadost $\varphi = 0$ és $\varphi = \pi/2$ között kell értelmezni. Az egyes φ szögek elhelyezkedését szemléletesen mutatja az 5. ábra.

10-töréspontos közelítésnél, y' értékét 10 egyenlő részre osztva, az egyes pontok φ értékeit meg lehet határozni, majd ezekből a φ értékekből $y = E \cdot \sin \varphi$ értékei számíthatók. Ezek megfelelnek a törésponti feszültségeknek, amelyeket a kimeneti szinuszfeszültség csúcsértékével megszorozva az ellenállás-dióda hálózat törésponti feszültségeit kapjuk.

Az adott töréspontok közötti szakaszban a feszültségátviteli tényező:

$$Au_n = \frac{\triangle U_n \sim}{\triangle U_n \text{N}} = \frac{R_n}{R_0 + R_n},$$

ahol Au_n az adott szakaszra jellemző átvitel. $U_n \sim$ az adott szakaszban a szinusz megváltozása, U_n N az adott szakaszban a háromszögfeszültség megváltozása, R_0 a feszültségosztó soros tagja és R_n a feszültségosztó alsó tagja.

R_n értéke:

$$R_n = \frac{R_0}{\dfrac{\triangle U_n \text{N}}{\triangle U_n \sim} - 1},$$

ami magában foglalja a referencia feszültségosztó, valamint a diódák dinamikus ellenállását, továbbá a diódák által bekapcsolt ellenállások eredőjét.

Az előzőek alapján a hálózat a 7. ábrán látható módon alakítható ki.

Spektrumanalízis

A fázis-amplitúdó konverter működéséből kiderül, hogy a digitális-analóg átalakító kimenetén kapott függvény nem folytonos háromszög, hanem a háromszöget feszültséglépcsőkkel közelítő függvény. Ha ezt a függvényt adjuk a háromszög-szinusz konverter bemenetére, akkor annak kimenetén lépcsőkkel közelített szinuszfüggvényt kapunk feltéve, hogy a konvertálás ideális.

A függvény megadásához közelítsünk egy fél periódust pl. nyolc lépcsővel, vagyis osszuk fel a függvény 0 és π közötti szakaszát $n = 8$ egyenlő részre. Az egyes lépcsők kezdetét jelöljük i-vel, akkor i 0-tól $n-1$-ig vehet fel értékeket. Az egyes lépcsők magasságát vegyük fel úgy, hogy a vízszintes szakaszok ordinátája

$$\sin \frac{\pi}{n} \frac{2i+1}{2}, \qquad i = 0, 1, \ldots n-1.$$

A 8. ábra szerinti függvény Fourier-sora b_k együtthatóinak meghatározásához meg kell adni a lépcsőfüggvény matematikai alakját (b_k a Fourier-sor szinuszos összetevőinek együtthatója)

$$y = f(i) = \sin \frac{\pi(2i+1)}{2n},$$

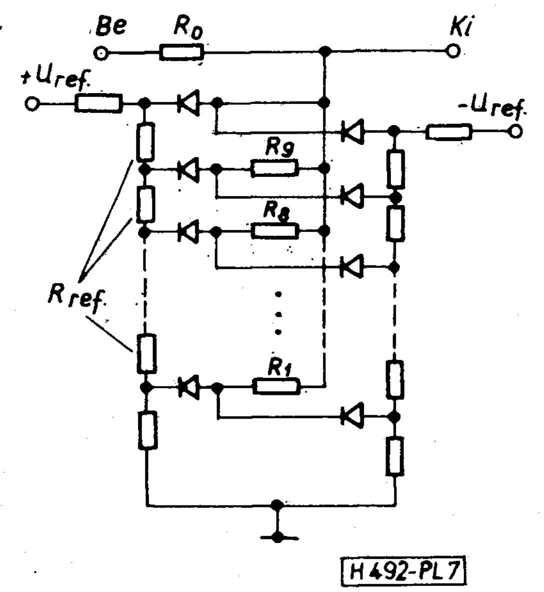
ahol a határok:

$$\frac{i\pi}{n} \le \omega_0 t \le \frac{(i+1)\pi}{n}, \qquad i = 0, 1, 2, \ldots, n-i.$$

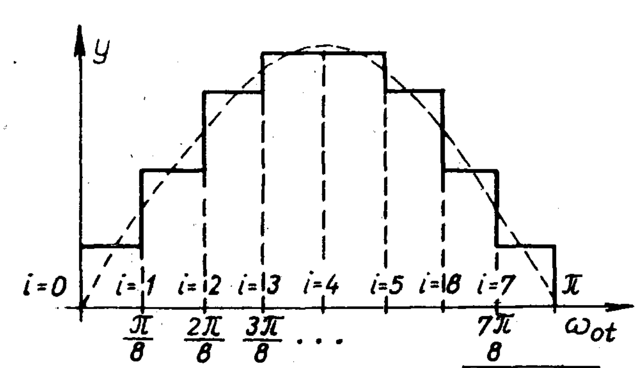
b_k relatív értékei:

$$b_k = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} f(t) \sin k\omega_0 t \, dt,$$

ahol T_0 az $f(t)$ függvény alapharmonikusának periódusideje, ω_0 az alapharmonikus körfrekvenciája.



7. ábra. Háromszög-szinusz konverter



8. ábra. Szinuszfüggvény közelítése $n = 8$ esetén

A lépcsőfüggvény integrálását lépcsőnként kell elvégezni, b_k értékeit az integrálok összegzésével kapjuk. b_k értékei egy lépcsőre vonatkoztatva:

$$b_k=\frac{2}{T_0}\sin\frac{\pi(2i+1)}{2n}\int_{\frac{i\pi}{n}}^{\frac{(i+1)\pi}{n}}\sin k\omega_0 t\,dt.$$

Elvégezve az integrálást és behelyettesítve a határokat:

$$b_k=\frac{2}{T_0}\sin\frac{\pi(2i+1)}{2n}\left[\frac{\cos k\omega_0\frac{i\pi}{n}-\cos k\omega_a\frac{\pi(i+1)}{n}}{k\omega_0}\right].$$

Az előzőek alapján b_k teljes periódusra vonatkoztatott értékei:

$$b_k=\frac{2\omega_0}{\pi}\sum_{i=0}^{n-1}\sin\frac{\pi(2i+1)}{2n}\cdot$$

$$\cdot\left[\frac{\cos k\omega_0\frac{i\pi}{n}-\cos k\omega_0\frac{\pi(i+1)}{n}}{k\omega_0}\right].$$

A spektrum kiszámítása igen sok matematikai műveletet igényel, ezért azt számítógéppel végeztük el a következő értékeknél:

$n=4, \quad k=1, \ldots, 28,$

$n=8, \quad k=1, \ldots, 56,$

$n=16, \quad k=1, \ldots, 112,$

$n=32, \quad k=1, \ldots, 224,$

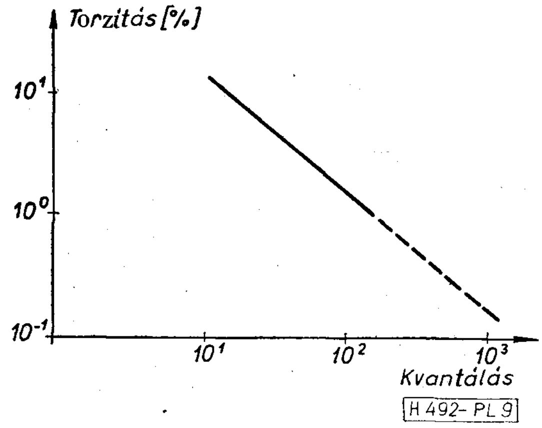
$n=64, \quad k=1, \ldots, 448,$

ahol n a félperiódusra jutó lépcsők száma.

A b_k értékeiből megrajzolt spektrum burkológörbéje $\left|\frac{\sin x}{x}\right|$ alakú, nulla helyei a kapcsolófrekvenciánál és annak egész számú többszöröseinél vannak.

A spektrumból számított torzítás a kvantálás függvényében a 9. ábrán látható.

A görbe $\left|\frac{1}{x}\right|$ alakú és logaritmikus koordinátarendszerben ábrázolva grafikusan extrapolálható. Az extrapolált szakaszból látszik, hogy az 1000 lépcsőből álló periódushoz tartozó torzítás 0,2% körül van. 10 bites digitális-analóg átalakítót alkalmazva, az elérhető maximális kvantálás $2(2^{10}-1)$. Ilyen pontos közelítésnél a kvantálási torzítás 0,1% alá csökkenthető.



9. ábra. Kvantálás-torzítás diagram

Kimeneti szűrő

Az 1,048 MHz-es órafrekvenciából közvetlenül adódik, hogy 100 kHz-es kimeneti frekvencia esetén egy periódus 10 lépcsőből áll. Ehhez a kvantálási értékhez viszont meglehetősen nagy, kb. 15% torzítás tartozik. Ebben az esetben az első zavaró harmonikus 948 kHz-en jelentkezik. A kimeneti frekvenciát csökkentve, az első zavaró harmonikus frekvenciája 1,048 MHz-hez közeledik, ugyanakkor a torzítás $\left|\frac{1}{x}\right|$ alakú függvény szerint csökken. Ez a megállapítás egészen addig igaz, amíg az órafrekvencia és a kimeneti frekvencia közötti távolság el nem éri a $2(2^{10}-1)$-szeres viszonyt. Ennél kisebb frekvenciákon a torzítás állandó marad és értéke kb. 0,1%.

E megállapítások alapján a torzítás állandó, kis értéken tartásához elegendő egy megfelelő meredekséggel vágó aluláteresztő szűrő, amelynek törésponti frekvenciáját a maximális kimeneti frekvenciára méretezzük.

60 dB/dekád meredekségű szűrővel 100 kHz-es kimeneti frekvencián a 15% kvantálási torzítás 0,1% alá szorítható.

Szinusz-négyszög konverter

A négyszögfeszültséget célszerű a nagy frekvenciapontosságú szinuszfeszültségből előállítani valamely ismert négyszögesítő áramkörrel (pl. komparátor, limiter stb.).

Köszönetnyilvánítás

Végezetül szeretnék köszönetet mondani Pócza Attila oki. villamosmérnöknek, aki a téma kidolgozásában sok segítséget nyújtott.