

Beállítási módszer bikvadratikus aktív RC alaptagok sorozatgyártásánál

ETO 621.372.57:658.624

Napjainkban lineáris aktív négy pólusok (szűrők, korektorok, művonalak) realizálására a leggyakrabban egy műveleti erősítőt tartalmazó bikvadratikus aktív RC alaptagokból felépített áramköröket alkalmaznak [1, 4].

A kereskedelmi forgalomban kapható passzív és aktív elemek azonban egyes speciálisan pontos karakterisztikájú áramkörök realizálását nem teszik lehetővé. Ilyen esetben vagy nagyobb számú elemből felépített alaptagokat kell alkalmazni, vagy a kevesebb elemet tartalmazó alaptagokat gyártás során be kell állítani.

Az alábbiakban Sallen—Key típusú egy műveleti erősítőt tartalmazó bikvadratikus alaptagok beállítási módszerét mutatjuk be.

Érzékenység

Egy bikvadratikus alaptag hálózatfüggvénye a következő formában is felírható:

$$T(s) = T(X_i; s) \quad (1)$$

ahol X_i az egyes áramköri elemeket jelenti.
Egy X_i elem megváltozásának hatása:

$$\frac{\Delta T(s)}{T(s)} = S_{X_i}^T \cdot \frac{\Delta X_i}{X_i} \quad (2)$$

ahol $S_{X_i}^T$ a hálózatfüggvénynek az X_i elemre vonatkoztatott érzékenysége. Ezt $T(s)$ logaritmikus differenciálásával kaphatjuk:

$$S_{X_i}^T = \frac{\partial \ln T(s)}{\partial \ln X_i} = \frac{\partial T(s)}{\partial X_i} \cdot \frac{X_i}{T(s)} \quad (3)$$

Ezek után N elemből álló kapcsolás esetén a hálózatfüggvény teljes megváltozása:

$$\frac{\Delta T(s)}{T(s)} = \sum_{i=1}^N S_{X_i}^T \cdot \frac{\Delta X_i}{X_i} \quad (4)$$

A fenti összefüggés segítségével adott elemérték toleranciák esetén kiszámíthatjuk a hálózatfüggvény toleranciáját.

A hálózatfüggvény a következő formában is felírható:

$$T(s) = T(P_j; s) \quad (5)$$

ahol P_j az alaptag valamilyen paramétere, mely független s -től. (pl.: ω_p ; Q_p ; ω_z stb.) Ez a felírási mód ekvivalens (1)-gyel, hiszen az alaptag paraméterei a hálózatfüggvényt meghatározzák. Ezek a paraméte-

rek az elemértékek függvényei:

$$\begin{aligned} P_1 &= P_1(X_1; X_2; \dots; X_i; \dots; X_N) \\ P_2 &= P_2(X_1; X_2; \dots; X_i; \dots; X_N) \\ &\vdots \\ P_j &= P_j(X_1; X_2; \dots; X_i; \dots; X_N) \end{aligned} \quad (6)$$

Definiálhatjuk az egyes elemeknek az alaptag paraméterekre vonatkoztatott érzékenységeit is:

$$\begin{aligned} S_{X_i}^{P_1} &= \frac{\partial \ln P_1}{\partial \ln X_i} = \frac{\partial P_1}{\partial X_i} \cdot \frac{X_i}{P_1} \\ S_{X_i}^{P_2} &= \frac{\partial \ln P_2}{\partial \ln X_i} = \frac{\partial P_2}{\partial X_i} \cdot \frac{X_i}{P_2} \\ &\vdots \\ S_{X_i}^{P_j} &= \frac{\partial \ln P_j}{\partial \ln X_i} = \frac{\partial P_j}{\partial X_i} \cdot \frac{X_i}{P_j} \end{aligned} \quad (7)$$

Az így nyert érzékenységek könnyebben kezelhetők, mivel frekvenciafüggetlen konstansok. Ezek alapján N elemből álló kapcsolás esetén az egyes paraméterek teljes megváltozása:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P_1}{P_1} &= \sum_{i=1}^N S_{X_i}^{P_1} \cdot \frac{\Delta X_i}{X_i} \\ \frac{\Delta P_2}{P_2} &= \sum_{i=1}^N S_{X_i}^{P_2} \cdot \frac{\Delta X_i}{X_i} \\ &\vdots \\ \frac{\Delta P_j}{P_j} &= \sum_{i=1}^N S_{X_i}^{P_j} \cdot \frac{\Delta X_i}{X_i} \end{aligned} \quad (8)$$

Belátható, hogy a (8) egyenletrendszer mátrix formában is felírható:

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta P_1}{P_1} \\ \vdots \\ \frac{\Delta P_j}{P_j} \\ \vdots \\ \frac{\Delta P_m}{P_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{X_1}^{P_1} & \dots & S_{X_k}^{P_1} & \dots & S_{X_N}^{P_1} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ S_{X_1}^{P_j} & \dots & S_{X_k}^{P_j} & \dots & S_{X_N}^{P_j} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ S_{X_1}^{P_m} & \dots & S_{X_k}^{P_m} & \dots & S_{X_N}^{P_m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\Delta X_1}{X_1} \\ \vdots \\ \frac{\Delta X_k}{X_k} \\ \vdots \\ \frac{\Delta X_N}{X_N} \end{bmatrix} \quad (9)$$

A paraméter változásokat tartalmazó vektort P -vel, az érzékenységeket tartalmazó mátrixot S -sel és az áramköri elemek toleranciáit tartalmazó vektort X -szel jelölve:

$$P = S \cdot X \quad (10)$$

Beállítási problematika

Tételezzük fel, hogy az alaptagra megszabott követelmények olyan formában állnak rendelkezésre, hogy összevethetők a (10) egyenlet szerinti P vektorral. Ebben az esetben a (10) egyenlet szerint kiszámított paraméter toleranciákról megállapítható, hogy kielégítik-e az alaptagra megszabott követelményeket.

Abban az esetben, ha a P vektor nem teljesíti a megszabott követelményeket, az áramkört meg kell változtatni. Ez kétféle módon történhet:

X vektor által szemléltetett elemtoleranciák szigorítása. Ez a módszer csak bizonyos esetekben járhat eredménnyel, mivel a toleranciák csökkentésének gazdasági és technológiai szempontok határt szabnak.

A kapcsolat N eleméből k elemet kiválasztunk, ezek értékét úgy változtatjuk meg, hogy a többi elem által okozott paraméter toleranciákat kiegyenlítsük, és az így kapott P vektor már kielégítse a követelményeket.

Az utóbbi esetben tehát beállítást kell végezni. Sorozatgyártásnál azonban előre tudni kell, hogy adott X_i pozíciójú elem a beállítás során legrosszabb esetben milyen értékeket vehet fel. Feladatunk tehát olyan számítási módszer kidolgozása, amelynek segítségével adott kapcsolásra meghatározható a beállító elemek tartománya adott követelményekre történő beállítás esetén. Ezt a beállítási problematikát matematikailag úgy fogalmazhatjuk meg, hogy a (10) egyenlet szerinti X vektor — mely N elemből áll — k db elemének értékét kívánjuk kiszámítani, ha $N-k$ db eleme adott, és fennáll a következő összefüggés:

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta P_1}{P_1} \\ \vdots \\ \frac{\Delta P_m}{P_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} \dots S_{1k} \dots S_{1N} \\ \vdots \\ S_{k1} \dots S_{kk} \dots S_{kN} \\ \vdots \\ S_{m1} \dots S_{mk} \dots S_{mN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\Delta X_1}{X_1} \\ \frac{\Delta X_k}{X_k} \\ \frac{\Delta X_{k+1}}{X_{k+1}} \\ \vdots \\ \frac{\Delta X_N}{X_N} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Ez formailag megegyezik a (10) egyenlettel. A P vektor azonban itt az előírásokat tartalmazó vektor, és az egyenletrendszert úgy rendeztük át, hogy az X vektor első k eleme a beállító elemek legyenek. Ez az egyenlet felírható a következő alakban is:

$$P = [S_1 \ S_2] \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

ahol:

$$S_1 = \begin{bmatrix} S_{11} \dots S_{1k} \\ \vdots \\ S_{m1} \dots S_{mk} \end{bmatrix}; \quad S_2 = \begin{bmatrix} S_{1, k+1} \dots S_{1N} \\ \vdots \\ S_{m, k+1} \dots S_{mN} \end{bmatrix}$$

és

$$X_1 = \begin{bmatrix} \frac{\Delta X_1}{X_1} \\ \vdots \\ \frac{\Delta X_k}{X_k} \end{bmatrix}; \quad X_2 = \begin{bmatrix} \frac{\Delta X_{k+1}}{X_{k+1}} \\ \vdots \\ \frac{\Delta X_N}{X_N} \end{bmatrix}$$

A (12) egyenlet tehát a beállítás utáni állapotot tükrözi. Ebben az esetben $P; S_1; S_2$ és X_2 ismert. S_1 és S_2 azonban csak azzal a feltételezéssel ismert, ha a beállítás során az áramkör nem változik meg olyan mértékben, hogy az érzékenységek számításunk pontosságát lényegesen befolyásolná. Ezért a továbbiakban feltételezzük, hogy az áramkör beállításához csak kis elemérték változások szükségesek. Ily módon tehát a (12) egyenletben az ismeretlen az X_1 vektor, mely a beállítás utáni állapotban a beállító elemek toleranciáit tartalmazza. A (12) egyenlet X_1 -re nézve egy implicit és túlhatározott egyenletrendszer.

Feladatunk, hogy az egyenletrendszert X_1 -re megoldjuk. A megoldást a következő alakban keressük:

$$X_1 = f(S_1; S_2; P; X_2)$$

A probléma matematikai megoldása

A (12) egyenlet a következő formában is felírható:

$$P = S_1 X_1 + S_2 X_2 \quad (13)$$

Ezt X_1 -re rendezve:

$$X_1 = S_1^{-1}(P - S_2 X_2) \quad (14)$$

Az egyenlet kiszámíthatóságának feltétele, hogy S_1 nem szinguláris és négyzetes mátrix legyen. Az utóbbi feltétel a következő megkötést jelenti:

$$k = m,$$

azaz pontosan annyi beállító elemet kell választanunk, ahány paraméter beállítását kívánjuk elvégezni. Ez a megkötés a gyakorlatban semmi nehézséget nem okoz, a beállítást minden esetben el lehet végezni.

A beállításához szükséges beállító elem tartományokat tehát a (14) egyenlet segítségével megkaphatjuk. Sorozatgyártásnál azonban a legkedvezőtlenebb esetek jelölik ki a beállítási tartományok határait. A legkedvezőtlenebb esetet megkapjuk, ha a (14) egyenlet jobb oldalán szereplő S_2 mátrix és X_2 vektor minden elemének abszolút értékével számolunk.

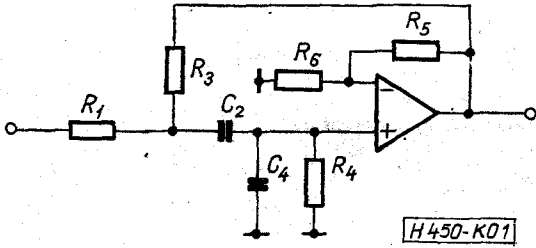
Alkalmazási példa

Feladat: bikvadratikus hálózatfüggvényt realizáló diszkrét elemekből felépített Sallen–Key típusú alaptag ω_p és Q_p értékének beállítása adott elemérték toleranciák esetén. A beállítás szabványos értékű fix ellenállásokkal történik.

Jelölések az 1. ÁBRÁHOZ:

$$\alpha = \frac{R_1}{R_1 + R_3}; \quad r = \frac{R_4}{R_1 + R_3}; \quad c = \frac{C_2}{C_4}$$

A kapcsolás:



1. ábra. Sallen-Key típusú sávszűrő alaptag

Érzékenységek $c=1$; $r=1$ esetben (1. táblázat):

x_i	$S_{x_i}^{\omega_p}$	$S_{x_i}^{Q_p}$
R_1	$-0,5(1-\alpha)$	$(1-\alpha)(-0,5+2Q_p)$
R_3	$-0,5\alpha$	$1-0,5\alpha-Q_p(3-2\alpha)$
R_4	$-0,5$	$-0,5+Q_p$
C_2	$-0,5$	$-0,5+Q_p$
C_4	$-0,5$	$0,5-Q_p$
R_5	0	$-1+(3-\alpha)Q_p$
R_6	0	$1-(3-\alpha)Q_p$
K	0	$3Q_p-1$

Beállító elemek:

$$\omega_p \rightarrow R_4$$

$$Q_p \rightarrow R_5$$

Ebben az esetben a beállítás egyszerűen elvégezhető: Először R_4 segítségével ω_p -t állítjuk be, majd R_5 -tel Q_p -t. Mivel $S_{R_5}^{\omega_p}=0$, a második állítás nem rontja el az elsőt. Ellenkező esetben a beállítást csak iteratív úton lehet elvégezni.

Ezek ismeretében:

$$S_1 = \begin{bmatrix} S_{R_4}^{\omega_p} & 0 \\ S_{R_4}^{Q_p} & S_{R_5}^{Q_p} \end{bmatrix} \quad (15)$$

és

$$S_1^{-1} = \frac{1}{\det S_1} \cdot \text{adj } S_1 = \frac{1}{S_{R_4}^{\omega_p} \cdot S_{R_5}^{Q_p}} \begin{bmatrix} S_{R_5}^{Q_p} & 0 \\ -S_{R_4}^{Q_p} & S_{R_4}^{\omega_p} \end{bmatrix} \quad (16)$$

A (14) egyenletbe behelyettesítve:

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta R_4}{R_4} \\ \frac{\Delta R_5}{R_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{S_{R_4}^{\omega_p}} & 0 \\ -\frac{S_{R_4}^{Q_p}}{S_{R_4}^{\omega_p} \cdot S_{R_5}^{Q_p}} & \frac{1}{S_{R_5}^{Q_p}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\Delta \omega_p}{\omega_p} \\ \frac{\Delta Q_p}{Q_p} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} |S_{R_1}^{\omega_p}| & |S_{R_6}^{\omega_p}| & |S_{R_6}^{Q_p}| & |S_{C_2}^{\omega_p}| & |S_{C_4}^{\omega_p}| \\ |S_{R_1}^{Q_p}| & |S_{R_3}^{Q_p}| & |S_{R_6}^{Q_p}| & |S_{C_2}^{Q_p}| & |S_{C_4}^{Q_p}| \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\Delta R_1}{R_1} \\ \frac{\Delta R_3}{R_3} \\ \frac{\Delta R_6}{R_6} \\ \frac{\Delta C_2}{C_2} \\ \frac{\Delta C_4}{C_4} \end{bmatrix} \quad (17)$$

A (17) egyenlet segítségével egyszerűen számolhatunk, ha az elemérték tűrések (X_2 vektor) és az előírások (P vektor) szimmetrikus tűrésűek. Abban az esetben, ha ez nem áll fenn, az eljárást mindkét szélső határra külön-külön meg kell ismételni:

$$X_1^+ = S_1^{-1}(P^+ - S_2 X_2^+) \quad (18)$$

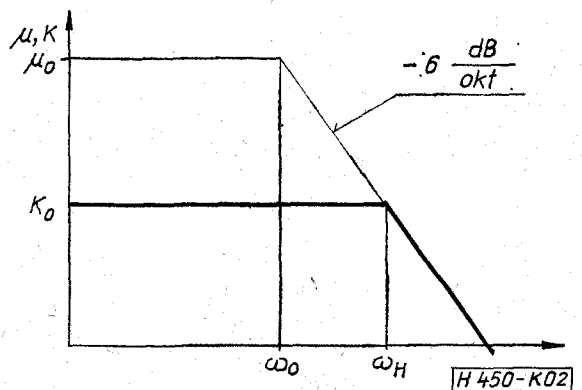
$$X_1^- = S_1^{-1}(P^- - S_2 X_2^-) \quad (19)$$

ahol X_1^+ és P^+ a pozitív toleranciákat, X_2^- és P^- a negatív toleranciákat jelöli.

A gyakorlatban mindig szükség van arra, hogy a P előírás vektor elemeit aszimmetrikussá tegyük. Ennek oka, hogy figyelembe kell venni az áramkörben fellépő parazita hatásokat is, melyek az alaptag paramétereit valamilyen irányban befolyásolják. Ezek hatását a P vektorba úgy építjük be, hogy az előírás szigorúbb legyen. Ily módon a beállítás során az áramkörben fellépő parazita hatásokat is kompenzálni tudjuk. Az alábbiakban a példában szereplő kapcsolásnál két ilyen hatás figyelembevételét mutatjuk be.

A műveleti erősítő véges határfrekvenciája

A műveleti erősítők átviteli karakterisztikáját a gyakorlat számára elegendő pontossággal közelítjük, ha csak az első töréspontját vesszük figyelembe (2. ábra).



2. ábra. Műveleti erősítő átviteli karakterisztikája

Ekkor a visszacsatolatlan erősítő erősítése:

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + \frac{s}{\omega_0}},$$

és a visszacsatolt erősítő erősítése:

$$K = \frac{K_0}{1 + \frac{s}{\omega_H}}$$

Ennek hatása kifejezhető az alaptag paramétereiben (ω_p ; Q_p). A gyakorlatban mindig fenn kell hogy álljon az

$$\omega_p \ll \omega_H$$

feltétel. Ebben az esetben a példában szereplő kapcsolás megváltozott paramétereit:

$$\omega'_p \cong \omega_p \left(1 - \frac{S_K^{Q_p}}{2Q_p} \cdot \frac{\omega_p}{\omega_H} \right) \quad (20)$$

és

$$Q'_p \cong Q_p \left(1 + \frac{S_K^{Q_p}}{2Q_p} \cdot \frac{\omega_p}{\omega_H} \right) \quad (21)$$

ahol $S_K^{Q_p}$ az 1. táblázatban megtalálható, ω_H értéke pedig a műveleti erősítő típusától és annak kompenzálásától függ.

Ezek után az alaptag paramétereinek megváltozása kiszámítható:

$$\frac{\Delta\omega_p}{\omega_p} = - \frac{S_K^{Q_p}}{2Q_p} \cdot \frac{\omega_p}{\omega_H} \quad (22)$$

és

$$\frac{\Delta Q_p}{Q_p} = \frac{S_K^{Q_p}}{2Q_p} \cdot \frac{\omega_p}{\omega_H} \quad (23)$$

Látható, hogy a véges határfrekvencia miatt csökken és Q_p növekszik. Az egyszerűbb jelölés kedvéért:

$$\frac{\Delta Q_p}{Q_p} = - \frac{\Delta\omega_p}{\omega_p} = \Delta$$

A visszacsatolt erősítő határfrekvenciája azonban elég nagy gyártási szórást mutat. A legkedvezőlembb esetet pedig nem feltétlenül a minimális érték adja. Ezt figyelembe véve:

$$\Delta_{\max} = \frac{S_K^{Q_p}}{2Q_p} \cdot \frac{\omega_p}{\omega_{H\min}} \quad (24)$$

és

$$\Delta_{\min} = \frac{S_K^{Q_p}}{2Q_p} \cdot \frac{\omega_p}{\omega_{H\max}} \quad (25)$$

$\omega_{H\min}$ és $\omega_{H\max}$ meghatározásánál figyelembe vehető a műveleti erősítő gyártási szórása, hőmérséklet- és tápfeszültség függése.

Az így nyert eredményeket a P vektorba építjük be:

$$P^+ = \begin{bmatrix} \frac{\Delta\omega_p^+}{\omega_p} - \Delta_{\max} \\ \frac{\Delta Q_p^+}{Q_p} + \Delta_{\min} \end{bmatrix} \quad (26)$$

és

$$P^- = \begin{bmatrix} \frac{\Delta\omega_p^-}{\omega_p} - \Delta_{\min} \\ \frac{\Delta Q_p^-}{Q_p} + \Delta_{\max} \end{bmatrix} \quad (27)$$

Az erősítő bemenetével párhuzamosan kapcsolódó szórt kapacitás.

A szórt kapacitás hatása az alaptag paramétereire:

$$\omega'_p \cong \omega_p \left(1 - \frac{C_p}{C_4} \right) \quad (28)$$

és

$$Q'_p \cong Q_p \left\{ 1 + \frac{C_p}{C_4} \left[1 - S_K^{Q_p} \left(1 + \frac{C_p}{C_4} \right) \right] \right\} \quad (29)$$

A paraméterek relatív megváltozása:

$$\frac{\Delta\omega_p}{\omega_p} = - \frac{C_p}{C_4} \quad (30)$$

és

$$\frac{\Delta Q_p}{Q_p} = \frac{C_p}{C_4} \left[1 - S_K^{Q_p} \left(1 + \frac{C_p}{C_4} \right) \right] \quad (31)$$

Amennyiben a szórt kapacitás minimális és maximális értékét meg lehet határozni, úgy kiszámítható:

$$\frac{\Delta\omega_{p\max}}{\omega_p} = - \frac{C_{p\max}}{C_4} \quad (32)$$

és

$$\frac{\Delta\omega_{p\min}}{\omega_p} = - \frac{C_{p\min}}{C_4} \quad (33)$$

illetve

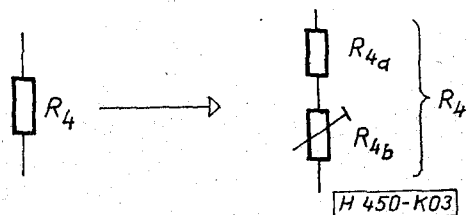
$$\frac{\Delta Q_{p\max}}{Q_p} = \frac{C_{p\max}}{C_4} \left[1 - S_K^{Q_p} \left(1 + \frac{C_{p\max}}{C_4} \right) \right] \quad (34)$$

és

$$\frac{\Delta Q_{p\min}}{Q_p} = \frac{C_{p\min}}{C_4} \left[1 - S_K^{Q_p} \left(1 + \frac{C_{p\min}}{C_4} \right) \right] \quad (35)$$

Ezeket az eredményeket a (26) és (27) egyenletekhez hasonlóan a P vektorba építjük be.

A (18) és (19) egyenletek segítségével olyan beállító elem tartományokat kapunk, melyeket valamilyen szabványos értéksorral le kell fednünk. Mivel a beállítás után csak fix szabványos értékű elemet építhetünk be, a tartományt egy diszkrét értéksorral fedjük le. A beállíthatóság feltétele, hogy a diszkrét értékek közötti lépések okozta paraméter változások a követelményben megadott túrésmező szélességénél kisebbek legyenek. Olyan esetekben, amikor a beállító elem érzékenysége (pl. (7) egyenletek) viszonylag nagy, az egyes lépések túl nagy paraméter válto-



3. ábra

zásokat okoznak. Ilyenkor a beállító elemet két soros tagra bontjuk a 3. ábra szerint.

A soros tagokra bontásnál azonban nemcsak az a cél, hogy teljesüljön a beállíthatóság feltétele, hanem a beállítást minimális elemkészlettel lehessen elvégezni. Ezért a megosztás arányát a következőképpen lehet meghatározni:

$$\frac{R_{4b}}{R_4} \leq \frac{2\Delta Q_p}{\left(\frac{E}{\sqrt{10}} - 1\right) \cdot S_{R_4}^{op}} \quad (36)$$

ahol $2\Delta Q_p$ a követelményben megszabott túrésmező szélessége, $\frac{E}{\sqrt{10}} - 1$ a szabványos értéksor relatív lépésköze, E a szabványos értéksor egy dekádjában levő értékeinek száma.

Alkalmazási tapasztalatok

A módszert nyolcadfokú aktív RC szűrők tervezésénél és gyártásánál alkalmaztuk. A szűrők frekven-

ciamódulált adatátviteli modemek csatornaszűrői, melyeknél az áteresztő tartományban egyes esetekben az amplitúdó karakterisztika ± 1 dB-es, és a csoportfutási idő karakterisztika $\pm 100 \mu\text{s}$ -os pontossággal való realizálása volt szükséges.

A sorozatgyártás során több ezer szűrő legyártása és beállítása a számítások helyességét igazolta.

I R O D A L O M

- [1] Sallen, R. P.—Key, E. L.: A Practical Method of Designing RC Active Filters. IRE-trans.-Circuit Theory, Vol. CT—2 Mar. 1955. pp 74-85
- [2] Dr-Ing. Zumühl, R.: Matrizen und ihre technischen Anwendungen. Springer Verlag 1964.
- [3] Saraga, W.: Sensitivity of 2-nd Order Sallen-Key-type Active RC Filters. Electronics Letters, Vol. 3 Nr. 10 Oct. 1967. pp 442-444.
- [4] Moschytz, G. S.: FEN Filter Desing Using Tantalum and Silicon Integrated Circuits. Proc. of the IEEE, Vol. 58 Nr. 4., Apr. 1970. pp 550-566.