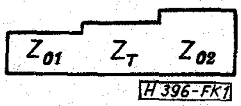
FIALA KÁROLY
Híradótechnikai Vállalat

Rövidlépcsős transzformátorok komplex tervezése

ETO 621.372.852.6

A lépcsős impedanciatranszformátorok különböző hullámellenállású tápvonalak között biztosítanak illesztést adott frekvenciatartományban.

A legegyszerűbb impedanciatranszformátor egyetlen $\lambda/4$-es tápvonalszakasz (*1. ábra*).

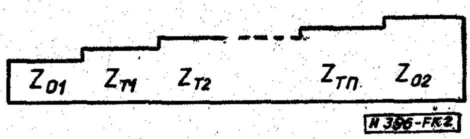


1. ábra

Z_{01} és Z_{02} az illesztendő hullámellenállások

Z_T a transzformáló szakasz hullámellenállása.

Ha ez az illesztőelem nem felel meg, akkor több $\lambda/4$-es szakaszból álló transzformátort használnak. A hullámellenállások megfelelő megválasztásával max. lapos, vagy Csebisev átviteli karakterisztika alakítható ki (*2. ábra*).



2. ábra

Az ilyen típusú transzformátoroknál monoton jelleggel változnak a hullámellenállások. A $\lambda/4$-es tápvonalszakaszokból felépülő transzformátor legnagyobb hátránya, hogy még kisszámú tápvonalszakasz esetén is nagy méretek adódnak.

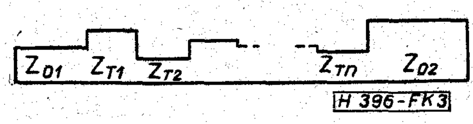
A rövidlépcsős transzformátorok $\lambda/16$-, illetve $\lambda/32$ hosszúságú tápvonalszakaszokból épülnek fel, s ily módon lényegesen kisebb méretek adódnak, mint $\lambda/4$-es transzformátoroknál. A kis méretek jelentős hely- és anyagmegtakarítást tesznek lehetővé.

A kis méretek nagy előnnyel járnak gyárthatósági és stabilitási szempontból is. Nem kell hosszú csöveket megmunkálni, s a belső ér is egy darabból készülhet, hiszen egy III. sávos kétlépcsős illesztőnél a transzformáló szakaszok hossza kb. 92 mm.

Különösen előnyös az alkalmazásuk az URH sávban.

A rövidlépcsős transzformátornál felváltva követik egymást kis és nagy hullámellenállású rövid tápvonalszakaszok (*3. ábra*).

Beérkezett: 1975. VI. 10.



3. ábra

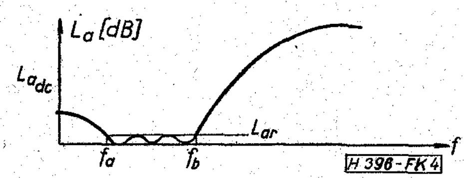
Sokoldalú felhasználást biztosít az a tény, hogy csillapításkarakterisztikájuk periodikus, felváltva követik egymást kis és nagy csillapítású frekvenciatartományok. Sáváteresztő és sávzáró szűrőként egyaránt alkalmazható. Sávzáró szűrőként alkalmazva különösen kedvező futási idő érhető el.

Rövidlépcsős Csebisev-transzformátor szintézise

Az impedanciatranszformátor tulajdonképpen egy sáváteresztő szűrő, amely adott frekvenciatartományban előírt áteresztősávi csillapítással rendelkezik (4. *ábra*).

Az áteresztősáv f_a-tói f_b-ig terjed.

Elektromos szögben Θ_a-tól Θ_b-ig.



4. ábra

Az áteresztősáv közepes frekvenciája

$$f_m=\frac{f_a+f_b}{2} \tag{1}$$

Elektromos hossz sávközépen

$$\Theta_m=\frac{\Theta_a+\Theta_b}{2}=\frac{2\pi l}{\lambda_m} \tag{2}$$

Relatív sávszélesség

$$w=\frac{f_b-f_a}{f_m}=2\,\frac{f_b-f_a}{f_b+f_a} \tag{3}$$

A sávhatárok elektromos szögben

$$\Theta_b=\Theta_m\left(1+\frac{w}{2}\right) \tag{4}$$

$$\Theta_a=\Theta_m\left(1-\frac{w}{2}\right) \tag{5}$$

Áteresztősávi csillapítás

$$L_{ar}=10\lg\frac{1}{1-|\Gamma_{max}|^2}\ [\text{dB}] \tag{6}$$

Γ_{max}: a sávban megengedett maximális reflexió.

Rövidlépcsős transzformátornál a sávszűrő elemeit különböző hullámellenállású rövid tápvonalszakaszokkal valósítjuk meg.

A lépcsők hullámellenállásait adott áteresztősávi csillapítás, relatív sávszélesség, impedanciaáttétel értékekhez a Matthei-féle táblázatok adják.

Probléma akkor merül fel, ha olyan impedancia-áttételhez kell transzformátort tervezni, amely nincs a táblázatokban feltüntetve. Pl. $R<1{,}5$ (R: az illesztendő hullámellenállások aránya, $R>1$) azaz kis impedanciaáttételek esetén a táblázatokat nem lehet felhasználni.

Az igen nagy hely és anyagmegtakarítást eredményező $\lambda/32$-es lépcsőkből álló transzformátorra pedig egyáltalán nincsenek táblázatok megadva.

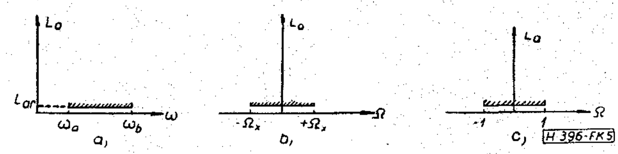
Kis áttételek esetén az $n=2$ lépcsőből álló impedanciatranszformátor már nagyon jó megoldást jelent és igen kis méreteket tesz lehetővé.

A tervezéshez a táblázatok kiszámításának alapjául szolgáló elmélethez kell visszanyúlni.

Először is a sávszűrő követelményeket aluláteresztőbe kell transzformálni (*5. a, b,* c *ábrák).* $\Omega_x:=\Omega_e$ választással

$$\Omega'=\frac{\Omega}{\Omega_x}=\frac{\Omega}{\Omega_e} \tag{7}$$

Ω_x levágási frekvencia



5. ábra

A frekvenciatranszformációt

$$\Omega=\Omega_x A\frac{\omega^2-\omega_0^2}{\omega^2+1} \quad \text{adja [1] alapján} \tag{8}$$

Innen

$$\Omega'=\frac{\Omega}{\Omega_x}=A\frac{\omega^2-\omega_0^2}{\omega^2+1} \tag{9}$$

A Richards- transzformációból

$$\omega=\operatorname{tg}\Theta \tag{10}$$

A reaktanciatranszformáció:

$$P=\mathrm{j}\Omega=\mathrm{j}\Omega_x A\frac{p^2+\omega_0^2}{p^2-1} \tag{11}$$

illetve

$$P'=\mathrm{j}\Omega'=\mathrm{j}A\frac{p^2+\omega_0^2}{p^2-1} \tag{12}$$

A transzformációs képletekben két paraméter szerepel A és ω_0

A paraméterek meghatározása:

$$\Theta=\Theta_b \quad \text{esetén} \quad \Omega=\Omega_x; \quad \Omega'=1$$

innen

$$A=\frac{\operatorname{tg}^2\Theta_b+1}{\operatorname{tg}^2\Theta_a-\operatorname{tg}^2\Theta_0} \tag{13}$$

hasonlóan $\Theta=\Theta_a$ esetén. $\Omega=-\Omega_x$ ebből meghatározható ω_0.

$$\omega_0=\sqrt{\frac{\operatorname{tg}^2\Theta_b(1+\operatorname{tg}^2\Theta_a)+\operatorname{tg}^2\Theta_a(1+\operatorname{tg}^2\Theta_b)}{2+\operatorname{tg}^2\Theta_a+\operatorname{tg}^2\Theta_b}} \tag{14}$$

Az aluláteresztő transzfer-csillapítás függvénye:

$$|K_a(\mathrm{j}\Omega')|^2=\frac{P_0}{P_2}=1+\varepsilon\,\mathrm{ch}^2(q\,\mathrm{ar\,ch}\,\Omega') \tag{15}$$

$q=\frac{n}{2}$ $\quad n$: a fokozatok száma.

Ha $n=2$, akkor

$$|K_a(\mathrm{j}\Omega')|^2=\frac{P_0}{P_2}=1+\varepsilon\Omega'^2 \tag{16}$$

ugyanakkor

$$\frac{P_0}{P_2}=\frac{1}{1-|\Gamma_a(\mathrm{j}\Omega')|^2} \tag{17}$$

$$|\Gamma_a(\mathrm{j}\Omega')|^2=\frac{\varepsilon\Omega'^2}{1+\varepsilon\Omega'^2}, \tag{18}$$

$$\mathrm{j}\Omega'=P' \qquad \Omega'^2=-P'^2, \tag{19}$$

$$|\Gamma_a(\mathrm{j}\Omega')|^2\Big|_{\Omega'^2=-P'^2}=\Gamma_a(P')\,\Gamma_a(-P') \tag{20}$$

$$\Gamma_a(P')\,\Gamma_a(-P')=\frac{-\varepsilon P'^2}{1-\varepsilon P'^2} \tag{21}$$

A komplex feszültségi reflexiótényező:

$$\Gamma_a(P')=\frac{\sqrt{\varepsilon}\,P'}{1+\sqrt{\varepsilon}\,P'}=\frac{P'}{P'-\left(-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\right)}, \tag{22}$$

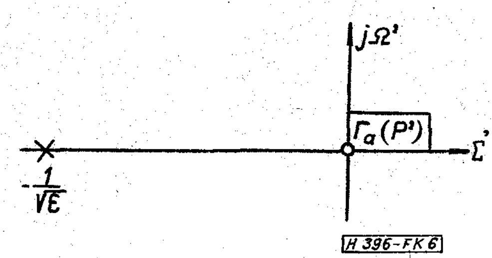
Ha $P'\to\infty$, akkor $\Gamma_a(P')\to 1$.

A végtelenben csillapítás-pólus van aluláteresztő szűrőnél.

Általános alakban a reflexió-tényező:

$$\Gamma_a(P')=k_a\frac{(P'-P'_{a1})(P'-P'_{a2})\cdots(P'-P'_{an})}{(P'-P'_{b1})(P'-P'_{b2})\cdots(P'-P'_{bn})} \tag{23}$$

jelen esetben (*l. 6. ábra)*



6. ábra

$$P'_{a1}-0, \quad P'_{b1}=-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad k_a=1$$

A sávszűrő transzfer-csillapítás függvénye:

$$|K_s(\mathrm{j}\omega_s)|^2=\frac{P_0}{P_2}=1+\varepsilon\left[A\frac{\omega^2-\omega_0^2}{\omega^2+1}\right]^2 \tag{24}$$

Az áteresztősávi csillapítás ingadozás a 0-frekvenciás viselkedés alapján határozható meg.

$$\left.\frac{P_0}{P_2}\right|_{\omega=0}=1+\varepsilon[A(-\omega_0^2)]^2 \tag{25}$$

Ugyanakkor

$$\left.\frac{P_0}{P_2}\right|_{\omega=0}=\frac{(R+1)^2}{4R} \quad R\text{: impedanciaáttétel} \tag{26}$$

A két kifejezést összehasonlítva

$$\varepsilon=\frac{(R-1)^2}{4R[A(-\omega_0^2)]^2} \tag{27}$$

Az impedanciaáttétel és a transzformációs paraméterek egyértelműen meghatározzák az áteresztősávi csillapítást:

$$L_{ar}=10\,\lg(1+\varepsilon)\quad [\mathrm{dB}] \tag{28}$$

A sávszűrő feszültségi reflexiótényezője általános alakban:

$$\Gamma_s(p)=k_s\frac{(p-j\omega_\alpha)(p+j\omega_\alpha)(p-j\omega_\beta)(p+j\omega_\beta)\cdots}{(p-p_{b1})(p-p_{b2})(p-p_{b3})(p-p_{b4})\cdots} \tag{29}$$

ahol

$$k_s=|\Gamma_s(\mathrm{p})|_{\mathrm{p}\to\mathrm{j}\infty}=\sqrt{\frac{\mathrm{s\,ch}^2(\mathrm{n}/2\ \mathrm{arch}\ A)}{1+\varepsilon\,\mathrm{ch}^2(\mathrm{n}/2\ \mathrm{arch}\ A)}} \tag{30}$$

$$k_s=\sqrt{\frac{\varepsilon A^2}{1+\varepsilon A^2}} \tag{31}$$

A szintézis során előbb az aluláteresztő szűrő feszültségi reflexiótényezőjének pólus-zérus képét kell meghatározni, majd a reaktanciatranszformáció képletének felhasználásával transzformálni kell a gyököket.

$$P'=\mathrm{j}A\frac{\mathrm{p}^2+\omega_0^2}{\mathrm{p}^2-1}\to p=\pm\sqrt{\frac{\mathrm{j}\omega_0^2A+P'}{-\mathrm{j}A+P'}} \tag{32}$$

Csak azokat a pólus- és zérushelyeket kell leképezni, amelyek a bal oldali félsíkra, vagy a képzetes tengelyre esnek.

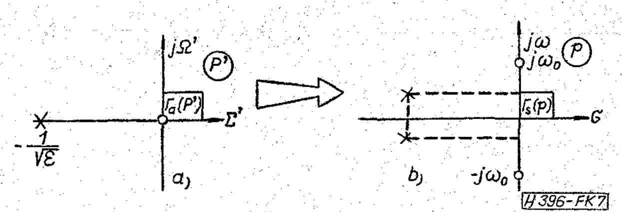
Az aluláteresztő szűrő pólusainak és zérusainak a számát a leképezés megkétszerezi (*7. a, b ábrák*).

Az aluláteresztő origóban levő zérusából a leképezés során a képzetes tengelyen fekvő konjugált komplex zéruspár lesz.

$$P'_{a1}=0\Rightarrow p_{a1};\ \bar{p}_{a1}=\pm\mathrm{j}\omega_0 \tag{33}$$

Az aluláteresztő szűrő valós tengelyen levő pólusa konjugált komplex póluspárrá transzformálódik sávszűrőnél.

$$P'_{b1}=-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\Rightarrow\begin{matrix}p_{b1}=\varrho(\cos\varphi+\mathrm{j}\sin\varphi)\\ \bar{p}_{b1}=\varrho(\cos\varphi-\mathrm{j}\sin\varphi)\end{matrix} \tag{34}$$



7. ábra

ahol

$$\varrho=\sqrt[4]{\frac{1+\varepsilon A^2\omega_0^4}{1+\varepsilon A^2}} \tag{35}$$

$$\varphi=\pi+\frac{1}{2}[\mathrm{arctg}\,(-\sqrt{\varepsilon}A\omega_0^2)-\mathrm{arctg}\sqrt{\varepsilon}\,A] \tag{36}$$

$$\varphi=\pi+\frac{1}{2}\left[\mathrm{arc}\,K_s(\Theta=0)-\mathrm{arc}\,K_s\left(\Theta=\frac{\pi}{2}\right)\right] \tag{37}$$

$K_s(\Theta)$ üzemi átviteli tényező,
arc $K_s(\Theta)$ az átviteli tényező fázisa (a fázisviszonyokról később részletes ismertetés következik).

n=2:

A sávszűrő komplex feszültségi reflexiótényezője polinomos alakban

$$\Gamma_s(\mathrm{p})=\frac{a_2p^2+a_0}{b_2p^2+b_1p+b_0}=\frac{N(p)}{U(p)}\quad\text{alakú lesz} \tag{38}$$

Γ_s(p)-ből meghatározható $Z_s(p)$:

$$Z_s(p)=\frac{U(p)+N(p)}{U(p)-N(p)}=\frac{(a_2+b_2)\mathrm{p}^2+b_1p+a_0+b_0}{(b_2-a_2)\mathrm{p}^2+b_1p+b_0-a_0} \tag{39}$$

A lépcsők hullámellenállását egységelem kiemeléssel lehet meghatározni [2] alapján.

Az induktív lépcső hullámellenállását

$$Z_{UE1}=[Z_s(\mathrm{p})]_{p=1}=Z'_{T1}\quad\text{adja.} \tag{40}$$

Az egységelem kiemelése után:

$$Z_1(p)=Z_{UE}\frac{\mathrm{p}Z_{UE}-Z_s(\mathrm{p})}{\mathrm{p}\cdot Z_s(\mathrm{p})-Z_{UE}}\quad\text{marad.} \tag{41}$$

A kapacitív lépcső hullámellenállása:

$$Z_{UE2}=[Z_1(\mathrm{p})]_{p=1}=Z'_{T2} \tag{42}$$

Ellenőrzés:

$$\left.Z_{Tj}\right|_{j=\frac{n}{2}+1}=\frac{R}{Z_{Tn+1-j}}\quad\text{alapján} \tag{43}$$

n=2:

$$Z'_{T2}=\frac{R}{Z'_{T1}} \tag{44}$$

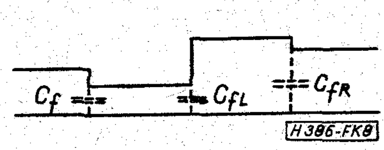
Kompenzálás

Rövidlépcsős transzformátoroknál a nagy átmérőugrások miatt fokozott figyelmet kell fordítani az ugrásoknál jelentkező reaktanciák kompenzálására (*8. ábra*).

A kapacitív szakasz hosszát csökkenteni kell Δl-lel:

$$\Delta \mathrm{l}\cong(C_{fL}+C_{fR})Z_{T2}v \tag{45}$$

v: hullámterjedési sebesség.



8. ábra

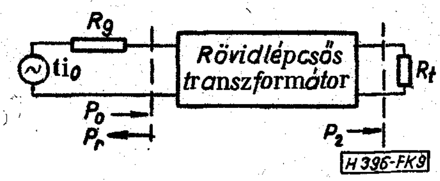
Az induktív szakasz hosszát meg kell növelni d_1 hosszúsággal.

$$d_1=\frac{vZ_0^2C_t}{Z_{T1}} \tag{46}$$

Az eddig leírt szintézis általánosítható, s alkalmas számítógépes programozásra nagy lépcsőszámok esetén.

Rövidlépcsős transzformátor analízise

Üzemi átviteli tényező meghatározása (9. ábra)



9. ábra

Az üzemi átviteli tényező:

$$K=\sqrt{\frac{P_0}{P_2}} \quad \text{innen} \quad |K|^2=\frac{P_0}{P_2} \tag{48}$$

Az üzemi átviteli tényező aluláteresztő szűrőnél:

$$\frac{P_0}{P_2}=1+\varepsilon\Omega'^2=K_a(j\Omega')\,K_a(-j\Omega') \tag{49}$$

innen

$$K_a(j\Omega')=1+\sqrt{\varepsilon}j\Omega'$$

illetve

$$K_a(-j\Omega')=1-\sqrt{\varepsilon}j\Omega' \tag{50}$$

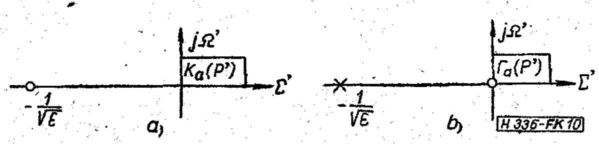
$j\Omega'=P'$ helyettesítéssel:

$$K_a(P')=1+\sqrt{\varepsilon}\,P'=\sqrt{\varepsilon}\left(P'+\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\right) \tag{51}$$

Ugyanakkor:

$$\Gamma_a(P')=\frac{\sqrt{s}P'}{1+\sqrt{\varepsilon}P'}=\frac{P'}{P'+\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}}$$

$\Gamma_a(P')$ pólushelye egybeesik $K_a(P')$ zérushelyével (*10. a, b. ábra*).



10. ábra

Sávszűrő üzemi átviteli tényezője

$$K_s(p)=K_a(P'(p)) \qquad P'(p)=jA\,\frac{p^2+\omega_0^2}{p^2-1},$$

$$K_s(p)=1+\sqrt{\varepsilon}\,jA\,\frac{p^2+\omega_0^2}{p^2-1} \tag{52}$$

Átalakítás után:

$$K_s(p)=(1+\sqrt{\varepsilon}\,jA)\,\frac{p^2+\dfrac{\sqrt{s}\,jA\omega_0^2-1}{1+\sqrt{\varepsilon}\,jA}}{p^2-1} \tag{53}$$

Bevezetve a következő jelöléseket:

$$\bar{\alpha}=\frac{\sqrt{s}\,jA\omega_0^2-1}{1+\sqrt{\varepsilon}\,jA} \tag{54}$$

$$\bar{C}=1+\sqrt{\varepsilon}\,jA \tag{55}$$

kapjuk

$$K_s(p)=\bar{C}\,\frac{p^2+\bar{\alpha}}{p^2-1} \tag{56}$$

Itt is látható, hogy az üzemi átviteli tényező zérusai megegyeznek a reflexiótényező függvény pólusaival.

Bizonyítás:

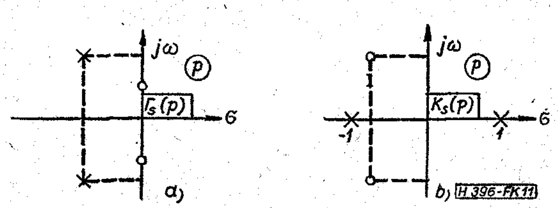
$\Gamma_s(p)$ pólusait:

$$p_{b1,2}=\pm\sqrt{\frac{j\omega_0^2A-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}}{-jA-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}}}=$$

$$=\pm\sqrt{-\frac{\sqrt{\varepsilon}\,jA\omega_0^2-1}{1+\sqrt{\varepsilon}\,jA}}=\pm\sqrt{-\bar{\alpha}} \tag{57}$$

adja, amely egyszersmind $K_s(p)$ zérusait is meghatározza.

Pólus-zérus képen ábrázolva: (*11. a, b ábrák*)



11. ábra

Az átviteli tényező frekvenciafüggésének meghatározása

Richards-transzformáció:

$$p=\text{th}\,\frac{l}{v}\,s \tag{58}$$

s komplex frekvencia

Az átviteli tényező a komplex frekvenciaváltozó függvényében:

$$K_s(s)=\bar{C}\,\frac{\text{th}^2\frac{l}{v}\,s+\bar{\alpha}}{\text{th}^2\frac{l}{v}\,s-1} \tag{59}$$

A képzetes tengely mentén vizsgálva az átviteli tényezőt,

$$s=j\omega_s \qquad p=\text{th}\,\frac{l}{v}\,j\omega_s=j\,\text{tg}\,\frac{l\omega_s}{v}=j\,\text{tg}\,\Theta \tag{60}$$

$$p^2=\text{th}^2\frac{l}{v}\,j\omega_s=-\text{tg}^2\frac{l\omega_s}{v}=-\text{tg}^2\,\Theta \tag{61}$$

$$K_s(s)\Big|_{s=j\omega_s}=K_s(j\omega_s)=\bar{C}\,\frac{-\text{tg}^2\frac{l}{v}\,\omega_s+\bar{\alpha}}{-\text{tg}^2\frac{l}{v}\,\omega_s-1} \tag{62}$$

A csillapítás függvény

$$\frac{P_0}{P_2}=|K_s(j\omega_s)|^2 \tag{63}$$

$$|K_s(j\omega_s)|^2=|\bar{C}|^2\frac{\left(\mathrm{Re}\,\bar{\alpha}-\mathrm{tg}^2\frac{l}{v}\omega_s\right)^2+(\mathrm{Im}\,\bar{\alpha})^2}{\left(\mathrm{tg}^2\frac{l}{v}\omega_s+1\right)^2} \tag{64}$$

A csillapítás függvény az elektromos szög függvényében:

$$|K_s(\Theta)|^2=|\bar{C}|^2\frac{(\mathrm{Re}\,\bar{\alpha}-\mathrm{tg}^2\,\Theta)^2+(\mathrm{Im}\,\bar{\alpha})^2}{(\mathrm{tg}^2\,\Theta+1)^2} \tag{65}$$

A függvény 0 és $\pi/2$ helyeken felvett, értékéből meghatározható az egyenáramú-, illetve a csúcs-csillapítás.

Egyenáramú csillapítás

$$|K_s(\Theta=0)|^2=|\bar{C}|^2[(\mathrm{Re}\,\bar{\alpha})^2+(\mathrm{Im}\,\bar{\alpha})^2]=|\bar{C}|^2|\bar{\alpha}|^2 \tag{66}$$

$$|C|^2=1+\varepsilon A^2 \tag{67}$$

Ugyanakkor:

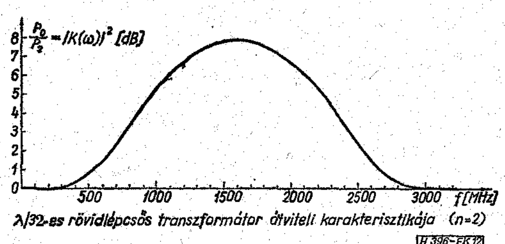
$$\left.\frac{P_0}{P_2}\right|_{\omega_s=0}=\frac{(R+1)^2}{4R}=|K_s(\Theta=0)|^2 \tag{68}$$

Csúcs-csillapítás

$$\left|K_s\left(\Theta=\frac{\pi}{2}\right)\right|^2=|C|^2=1+\varepsilon A^2 \tag{69}$$

A csillapítás függvény tangens függvényt tartalmaz — így a csillapítás is periodikus lesz.

A csillapításkarakterisztikát a *12. ábra* mutatja. A karakterisztika nagy csillapítású tartománya lehetővé teszi a rövidlépcsős transzformátor szűrőként váló felhasználását.



12. ábra

Megjegyzés:

A csillapítás görbe (és a további görbék is) egy jellemző periódust ábrázolnak.

Az átviteli tényező fáziskarakterisztikája

Az átviteli tényező:

$$K_s(\Theta)=1+j\sqrt{\varepsilon}\,A\frac{\mathrm{tg}^2\,\Theta-\omega_0^2}{\mathrm{tg}^2\Theta+1} \tag{70}$$

Fázisa:

$$\psi=\mathrm{arc}\,K_s(\Theta)=\mathrm{arc\,tg}\sqrt{\varepsilon}\,A\frac{\mathrm{tg}^2\,\Theta-\omega_0^2}{\mathrm{tg}^2\Theta+1} \tag{71}$$

$\Theta=0$ helyen a fázis:

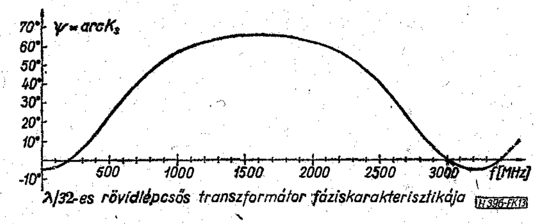
$$\mathrm{arc}\,K_s(\Theta=0)=-\mathrm{arc\,tg}\sqrt{\varepsilon}\,A\alpha_0^2 \tag{72a}$$

Maximális csillapításnál, a $\Theta=\frac{\pi}{2}$ helyen:

$$\mathrm{arc}\,K_s\left(\Theta=\frac{\pi}{2}\right)=\mathrm{arc\,tg}\sqrt{\varepsilon}\,A \tag{72b}$$

A fázis $\bar{0}$ értéket $\omega_0=\mathrm{tg}\,\Theta_0$ helyen, a tulajdonképpeni sávközépi frekvencián vesz fel.

A fázisfüggvény is periodikus lesz az arc tg argumentumában levő tg függvény miatt. Menete a *13. ábrán* látható.



13. ábra

A futási idő meghatározása

A futási idő meghatározható, ha ismert az üzemi átviteli tényező

$$\ln K(j\omega_s)=\xi+j\psi, \tag{73}$$

$$\tau=\frac{d\psi}{d\omega_s} \tag{74}$$

[3] alapján:

$$\tau(\omega_s)=\mathrm{Re}\left\{\frac{d}{ds}\ln K(s)\right\}\bigg|_{s=j\omega_s}=\mathrm{Re}\left\{\frac{K'(s)}{K(s)}\right\}\bigg|_{s=j\omega_s} \tag{75}$$

Az üzemi átviteli tényező:

$$K_s(s)=\bar{C}\,\frac{\mathrm{th}^2\frac{l}{v}s+\bar{\alpha}}{\mathrm{th}^2\frac{l}{v}s-1}$$

Ezt s szerint differenciálva kapjuk:

$$K'(s)=\frac{l}{v}\bar{C}(1+\bar{\alpha})\frac{2\,\mathrm{th}\frac{l}{v}s}{\mathrm{th}^2\frac{l}{v}s-1} \tag{76}$$

$$\frac{K'(s)}{K(s)}=\frac{l}{v}(1+\bar{\alpha})\frac{2\,\mathrm{th}\frac{l}{v}s}{\mathrm{th}^2\frac{l}{v}s+\bar{\alpha}} \tag{77}$$

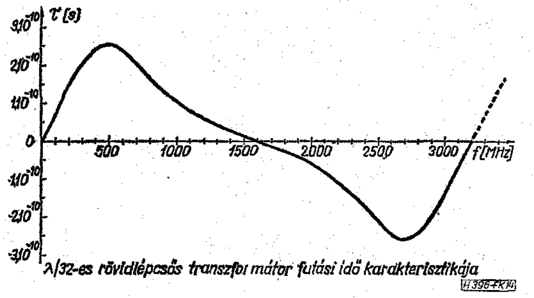
A futási idő:

$$\tau(\omega_s)=\mathrm{Re}\left\{\frac{K'(s)}{K(s)}\right\}\bigg|_{s=j\omega_s}=\mathrm{Re}\left\{\frac{l}{v}(1+\bar{\alpha})\frac{2j\,\mathrm{tg}\frac{l}{v}\omega_s}{\bar{\alpha}-\mathrm{tg}^2\frac{l}{v}\omega_s}\right\} \tag{78}$$

Az elektromos szög függvényében:

$$\tau(\Theta)=\mathrm{Re}\left\{\frac{l}{v}2j(1+\bar{\alpha})\frac{\mathrm{tg}\,\Theta}{\bar{\alpha}-\mathrm{tg}^2\,\Theta}\right\} \tag{79}$$

A futási idő függvény szintén periodikus, a csillapítás és fázis függvényekhez hasonlóan *(14. ábra).*



14. ábra

A futási idő zérushelyei:

$$\Theta = n\frac{\pi}{2} \tag{80}$$

helyeken vannak. (n=0, 1, 2, ...)

A mellékelt futási idő karakterisztikából látható, hogy a futási idő kis értékeket abban a frekvenciatartományban vesz fel, ahol a csillapítás görbe nagy csillapítású tartománya van (zérus értéke a csúcscsillapításnak megfelelő frekvenciánál van).

A TV III. sávban a futási idő karakterisztika közel lineárisan változik.

Méretezési példa

Kétlépcsős $\lambda/32$-es transzformátor tervezése a TV III. sávban $f_a = 170$ MHz, $f_b = 230$ MHz frekvenciatartományban $Z_{01} = 50\ \Omega$ és $Z_{02} = 60\ \Omega$ hullámellenállások közötti illesztésre.

Az impedanciaáttétel:

$$R = \frac{Z_{02}}{Z_{01}} = \frac{60\ \Omega}{50\ \Omega} = 1{,}2$$

Az áteresztősáv közepes frekvenciája:

$$f_m = \frac{f_a + f_b}{2} = \frac{170+230}{2}\ \text{MHz} = 200\ \text{MHz}$$

Az áteresztősáv közepes hullámhossza:

$$\lambda_m = \frac{c}{f_m} = \frac{3\ 10^{10}\ \text{cm/s}}{2\ 10^{8}\ \text{Hz}} = 150\ \text{cm}$$

Elektromos hossz sávközépen:

$$\Theta_m = \frac{2\pi l}{\lambda_m} = \frac{\pi}{16} = 0{,}196; \qquad l = \frac{\lambda_m}{32} = 46{,}88\ \text{mm}$$

Relatív sávszélesség:

$$w = \frac{f_b - f_a}{f_m} = \frac{230-170}{200} = 0{,}3$$

Sávhatárok elektromos hosszban:

$$\Theta_b = \Theta_m\left(1 + \frac{w}{2}\right) = 0{,}196\ 1{,}15 = 0{,}226$$

$$\Theta_a = \Theta_m\left(1 - \frac{w}{2}\right) = 0{,}196\ 0{,}85 = 0{,}167$$

Az ω_0 paraméter:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\text{tg}^2\,\Theta_b(1+\text{tg}^2\Theta_a) + \text{tg}^2\,\Theta_a(1+\text{tg}^2\,\Theta_b)}{2+\text{tg}^2\,\Theta_a + \text{tg}^2\,\Theta_b}} = \text{tg}\Theta_0 = 0{,}2$$

Az A paraméter:

$$A = \frac{1+\text{tg}^2\,\Theta_b}{\text{tg}^2\,\Theta_b - \text{tg}^2\,\Theta_0} = 84{,}23$$

Az áteresztősávi csillapítás ingadozás:

$$\varepsilon = \frac{(R-1)^2}{4R[A(-\omega_0^2)]^2} = 7{,}2\ 10^{-4}$$

$$\sqrt{\varepsilon} = 0{,}0268 \cong |\Gamma_{\max}|\,; \qquad r_{max} \cong 1 + 2|\Gamma_{\max}| = 1{,}0536$$

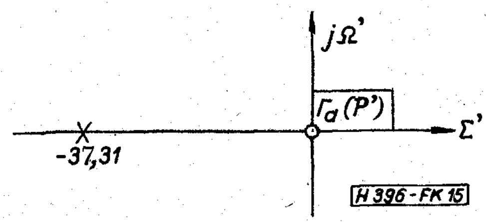
A komplex feszültségi reflexiótényező:

$$\Gamma_a(P') = \frac{P'}{P' + \left|\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\right|} = \frac{P'}{P'+37{,}31}$$

Pólus-zérus kép *(15. ábra)*

$$P'_{a1} = 0$$

$$P'_{b1} = -37{,}31$$



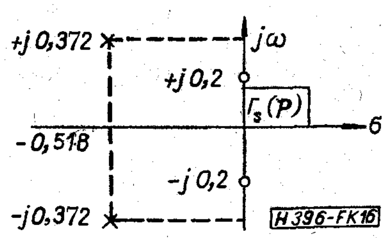
15. ábra

A transzformált gyökök:

$$P'_{a1} = 0 \quad \rightarrow \quad p_{a1};\ \bar{p}_{a1} = \pm j\omega_0 = \pm j0{,}2$$

$$P'_{b1} = -37{,}31 \quad \rightarrow \quad p_{b1}:\ \bar{p}_{b1} = -0{,}518 \pm j0{,}372$$

Pólus-zérus képen ábrázolva *(16. ábra)*



16. ábra

k_s paraméter:

$$k_s = \sqrt{\frac{\varepsilon A^2}{1+\varepsilon A^2}} = 0{,}914$$

A komplex feszültségi reflexiótényező:

$$\Gamma_s(p) = \frac{0{,}914p^2 + 0{,}037}{p^2 + 1{,}037p + 0{,}407} = \frac{N(p)}{U(p)}$$

A komplex impedancia:

$$Z_s(p) = \frac{U(p)+N(p)}{U(p)-N(p)} = \frac{1{,}914p^2 + 1{,}037p + 0{,}444}{0{,}086p^2 + 1{,}037p + 0{,}37}$$

Az induktív lépcső hullámellenállása egységelem kiemeléssel:

$$Z_{UE1}=[Z_s(p)]_{p=1}=2{,}275=Z'_{T1}$$

A kapacitív lépcső hullámellenállása:

$$Z_{UE2}=[Z_1(p)]_{p=1}=0{,}5274=Z'_{T2}$$

A normalizálás 50 Ω-ra történt, tehát

$Z_{T1}=113{,}75\ \Omega$

$Z_{T2}=26{,}37\ \Omega$

$D=16$ mm-es tápvonalban:

$d_1=2{,}4$ mm

$d_2=10{,}3$ mm

Kompenzálás:

A kapacitív szakasz hossza Δl-lel csökken:

$$C_{fL}=0{,}186\ \text{pF}$$

$$C_{fR}=0{,}141\ \text{pF}$$

$$C_f=0{,}0603\ \text{pF}$$

(az ugráskapacitások meghatározása diagramokból)

$$\Delta l\cong(C_{fL}+C_{fR})Z_{T2}c=2{,}6\ \text{mm}$$

Az ugráskapacitások következtében a kapacitív szakasz hossza több mm-el lecsökken, a kompenzálás mértéke jelentősebb, mint $\lambda/4$-es transzformátoroknál.

Az induktív szakasz hossza d_1 hosszúsággal nő:

$$d_1=\frac{cZ_{01}^2C_f}{Z_{T1}}\cong0{,}4\ \text{mm}$$

Analízis

1. Átviteli tényező számítása két esetre:

a, $\Theta=0$: Egyenáramú csillapítás:

$$|K_s(\Theta=0)|^2=|\bar{C}|^2|\bar{\alpha}|^2=\frac{(R+1)^2}{4R}=1{,}0083\div0{,}036\ \text{dB}$$

b, $\Theta=\frac{\pi}{2}$: Csúcs-csillapítás:

$$\left|K_s\left(\Theta=\frac{\pi}{2}\right)\right|^2=|\bar{C}|^2=1+\varepsilon A^2=6{,}1084\div7{,}86\ \text{dB}$$

2. Futási idő:

$$f_a'=174\ \text{MHz}\qquad\tau_a=1{,}23\ 10^{-10}\ \text{s}$$

$$f_b=230\ \text{MHz}\qquad\tau_b=1{,}61\ 10^{-10}\ \text{s}$$

az egész III. sávban közel lineárisan változik.

A változás mértéke:

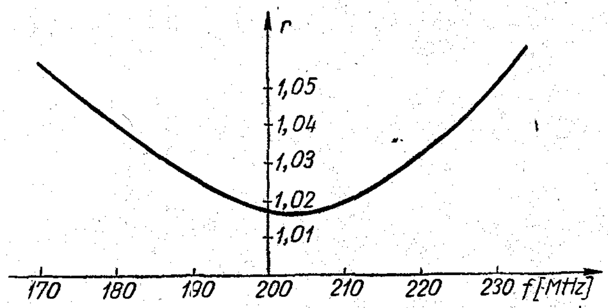
$$\Delta\tau=0{,}38\cdot10^{-10}\,\text{s}=38\ \text{ps}$$

Egy OIRT csatornán belül a futási idő változása:

$$\Delta\tau^{(1)}=\frac{\Delta\tau}{7}=5{,}43\ \text{ps}$$

A futási idő változása nem jelentős érték.

A *17. ábrán* feltűntettük a megadott adatokkal elkészült transzformátor állóhullámarányát a frekvencia függvényében.



λ/32-es rövidlépcsős transzformátor mért állóhullámaránya a III. sávban

17. ábra

Függelék

A rövidlépcsős Csebisev transzformátor szintézise $n\geq4$ esetén. Az aluláteresztő transzfer csillapítás függvénye $n=4$-nél:

$$\frac{P_0}{P_2}=1+\varepsilon\,T^2_{\frac{n}{2}}(\Omega')$$

$$|K_a(j\Omega')|^2=\frac{P_0}{P_2}=1+\varepsilon(2\Omega'^2=-1)^2$$

A sávszűrő csillapítás függvénye:

$$|K_s(j\omega)|^2\doteq\frac{P_0}{P_2}=1+\varepsilon\left\{2\left(A\,\frac{\omega^2-\omega_0^2}{\omega^2+1}\right)^2-1\right\}^2$$

Az áteresztősávi csillapítás ingadozás:

$$|K_s(j\omega=0)|^2=\frac{(R+1)^2}{4R}$$

Innen:

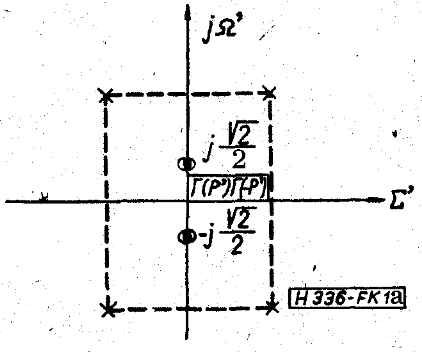
$$\varepsilon=\frac{(R-1)^2}{4R\{2[A(-\omega_0^2)]^2-1\}^2}$$

A komplex feszültségi reflexiótényező meghatározása:

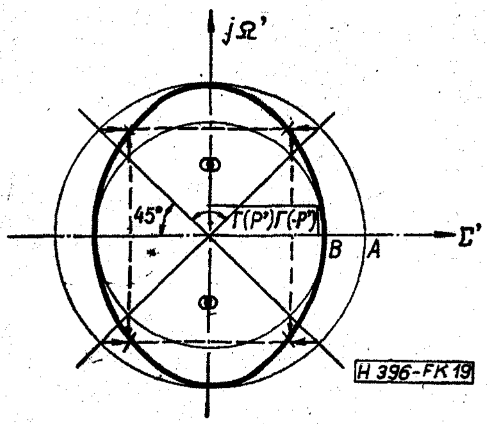
$$\Gamma(j\Omega')\Gamma(-j\Omega')=\frac{\varepsilon T^2_{\frac{n}{2}}(\Omega')}{1+\varepsilon T^2_{\frac{n}{2}}(\Omega')}$$

alapján $n=4$ esetén:

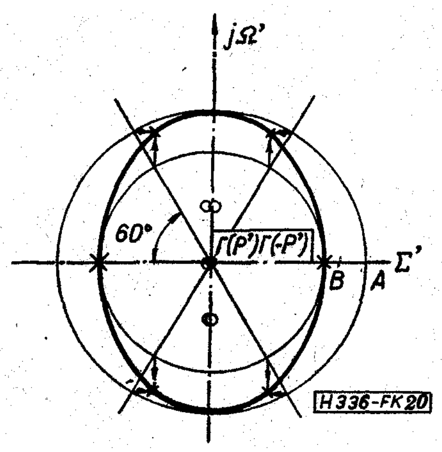
$$\Gamma(P')\Gamma(-P')=\frac{\varepsilon(2P'^2+1)^2}{\left(P'+\sqrt{-\frac{1}{2}+j\frac{1}{2\sqrt{\varepsilon}}}\right)\left(P'-\sqrt{-\frac{1}{2}+j\frac{1}{2\sqrt{\varepsilon}}}\right)\left(P'+\sqrt{-\frac{1}{2}-j\frac{1}{2\sqrt{\varepsilon}}}\right)\left(P'-\sqrt{-\frac{1}{2}-j\frac{1}{2\sqrt{\varepsilon}}}\right)}$$



18. ábra



19. ábra



20. ábra

A *18. ábrán* látható a pólus- zérus kép.

$\Gamma(P')\cdot\Gamma(-P')$ pólusai grafikusan meghatározhatók (*lásd 19. és 20. ábrát*).

Az

$$1+\varepsilon T^2_{\frac{n}{2}}(P')=0$$

egyenlet gyökei egy ellipszisen helyezkednek el. Az ellipszis jellemzői:

$$A=\mathrm{ch}\, s \text{ (nagy féltengely)}$$

$$B=\mathrm{sh}\, s \text{ (kis féltengely)}$$

ahol

$$s=\frac{2}{n}\,\mathrm{arsh}\,\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}.$$

n=4 esetét a *19. ábra* tünteti fel.
n=6 esetét a *20. ábra* tünteti fel.

$$\Gamma(P')\;\Gamma(-P') \text{ zérusait}$$

$$s\cdot T^2_{\frac{n}{2}}(\Omega')=0$$

adja, tehát $T_{\frac{n}{2}}(P')$ zérusai adják páros multiplicitással.

Az $\frac{n}{2}$-fokú Csebisev polinomok zérushelyei:

$$\Omega_a'^{(k)}=\cos\frac{(2k+1)\pi}{n} \qquad k=0,\ 1,\ \ldots\left(\frac{n}{2}-1\right)$$

értékeknél vannak.

$\Gamma(P')\,\Gamma(-P')$ zérusai az imaginárius tengelyen helyezkednek el. Miután ismert $\Gamma(P')\;\Gamma(-P')$ póluszérus képe, meghatározható $\Gamma(P')$, ha kiválasztjuk a bal félsíkra eső gyököket, ill. az imaginárius tengelyre eső páros multiplicitású gyökökből egyet-egyet. Majd, hogy a sávszűrő specifikációnak megfelelő komplex feszültségi reflexiótényezőt megkapjuk, transzformálni kell ezeket a gyököket a cikkben ismertetett módon. A transzformáció során a konjugált komplex gyökpárokból gyöknégyesek lesznek. A transzformált gyökökből kiválasztjuk a megfelelő gyököket és meghatározzuk Γ(p)-t:

$$\Gamma(p)=k_s\frac{N'(p)}{U(p)};\qquad k_s=\sqrt{\frac{\varepsilon T^2_{\frac{n}{2}}(\omega\to\infty)}{1+\varepsilon T^2_{\frac{n}{2}}(\omega\to\infty)}}$$

ahol

$$N(p)=k_sN'(p)$$

n=4 esetén:

$$k_s=\frac{\sqrt{s}\,(2A^2-1)}{\sqrt{1+\varepsilon(2A^2-1)^2}}$$

P(p)-ből meghatározható Z(p), majd egységelem kiemeléssel a lépcsők hullámellenállásai a cikkben ismertetett módon.

Számpélda n=4 esetére

$R=6$

$w=0{,}8$

$n=4$

$l=\frac{\lambda_m}{16}$

$$\Theta_m=360°\frac{l}{\lambda_m}=\frac{360°}{16}=22{,}5°$$

$$\Theta_b=\Theta_m\left(\mathrm{i}+\frac{w}{2}\right)=22{,}5°\ 1{,}4=31{,}5°$$

$$\Theta_a=\Theta_m\left(1-\frac{w}{2}\right)=22{,}5°\ 0{,}6=13{,}5°$$

$$\mathrm{tg}\,\Theta_b=0{,}6128;\qquad \mathrm{tg}^2\,\Theta_b=0{,}3755$$

$$\mathrm{tg}\,\Theta_a=0{,}2401;\qquad \mathrm{tg}^2\,\Theta_a=0{,}0577$$

$$\omega_0^2=\frac{\mathrm{tg}^2\,\Theta_b(1+\mathrm{tg}^2\,\Theta_a)+\mathrm{tg}^2\,\Theta_a(1+\mathrm{tg}^2\,\Theta_b)}{2+\mathrm{tg}^2\,\Theta_a+\mathrm{tg}^2\,\Theta_b}=0{,}1957$$

$$A=\frac{\mathrm{tg}^2\Theta_b+1}{\mathrm{tg}^2\Theta_b-\mathrm{tg}^2\Theta_0}=7{,}65$$

$$A\cdot\omega_0^2=1{,}4971$$

$$\varepsilon=\frac{(R-1)^2}{4R\{2[A(-\omega_0^2)]^2-1\}^2}=0{,}0859$$

$$\sqrt{\varepsilon}=0{,}293;\qquad \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon}}=1{,}71$$

$$P'_{b1,2,3,4}=\pm\sqrt{-\frac{1}{2}\pm j\frac{1}{2\sqrt{\varepsilon}}}=\pm\sqrt{-0{,}5\pm j1{,}71}=$$
$$=\pm 0{,}8\pm j1{,}07$$

Ezek közül azokat transzformáljuk, amelyekre $\mathrm{Re}\,P'_b<0$:

$$P'_{b1,2}=-0{,}8\pm j1{,}07$$

Zérusok:

$$(2P'^2+1)^2=0$$

$$P'^{(2)}_{1,2}=\pm j\frac{\sqrt{2}}{2}\ [P^{(2)}_{1,2}\text{ kétszeres multiplicitásúak}]$$

Az aluláteresztőre vonatkozó pólus-zérus kép látható a *21. ábrán.*

Tehát:

$$\Gamma(P')=\frac{\sqrt{\varepsilon}\,(2P'^2+1)}{(P'+P'_{b1})(P'+P'_{b2})}=\frac{0{,}293(2P'^2+1)}{P'^2+1{,}6P'+1{,}785}$$

$$P'_{b1}\to p_{b1}:\bar{p}_{b1}:\text{(transzformáció)}$$

$$p_{b1}=\sqrt{\frac{j\omega_0^2A+P'_{b1}}{-jA+P'_{b1}}}=\sqrt{\frac{j1{,}497-0{,}8+j1{,}07}{-j7{,}65-0{,}8+j1{,}07}}$$

$$P'_{b1}\to p_{b1};\ \bar{p}_{b1}=(-0{,}135\pm j\,0{,}625)$$

$$P'_{b2}\to p_{b2};\ \bar{p}_{b2}\ \text{(transzformáció)}$$

$$p_{b2}=\sqrt{\frac{j\omega_0^2A+P'_{b2}}{-jA+P'_{b2}}}=\sqrt{\frac{j1{,}497-0{,}8-j1{,}07}{-j7{,}65-0{,}8-j1{,}07}}$$

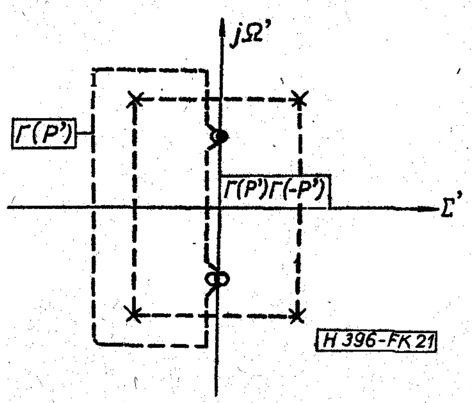
$$p_{b2};\ \bar{p}_{b2}=-0{,}178\pm j0{,}27$$

A zérusok:

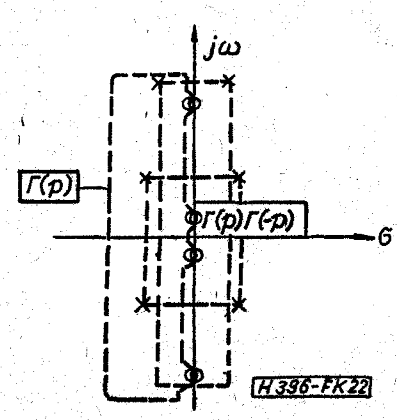
$$p_{a1};\ \bar{p}_{a1}=\pm\sqrt{\frac{j1{,}497+j0{,}707}{-j7{,}65+j0{,}707}}=$$
$$=\pm\sqrt{j0{,}319}=\pm j0{,}565$$

$$p_{a2};\ \bar{p}_{a2}=\pm\sqrt{\frac{j1{,}497-j0{,}707}{-j7{,}65-j0{,}707}}=\pm j\sqrt{0{,}095}$$

A sávszűrőre vonatkozó pólus-zérus kép látható a *22. ábrán.*



21. ábra



22. ábra

$$\Gamma(p)=k_s\frac{(p^2+0{,}095)}{[p-(-0{,}134+j0{,}625)][p-(-0{,}134-j0{,}625)]}\cdot$$

$$\frac{(p^2+0{,}319)}{[p-(-0{,}178+j0{,}27)][p-(-0{,}178-j0{,}27)]}$$

$$k_s=\frac{\sqrt{\varepsilon}\,(2A^2-1)}{\sqrt{1+\varepsilon(2A^2-1)^2}}\cong 1$$

$$\Gamma(p)=\frac{p^4+p^2 0{,}414+0{,}0303}{p^4+0{,}624p^3+0{,}608p^2+0{,}173p+0{,}0427}=$$
$$=\frac{N(p)}{U(p)}$$

$$Z(p)=\frac{U(p)+N(p)}{U(p)-N(p)}=$$
$$=\frac{2p^4+0{,}624p^3+1{,}022p^2+0{,}173p+0{,}073}{0{,}624p^3+0{,}194p^2+0{,}173p+0{,}0124}$$

$$Z_{UE1}=Z(p)_{p=1}=3{,}89$$

$$Z_1(p)=Z_{UE1}\frac{pZ_{UE1}-Z(p)}{pZ(p)-Z_{UE1}}=$$
$$=\frac{1{,}63p^2+0{,}51p+0{,}27}{2p^3+0{,}624p^2+0{,}6p+0{,}042}$$

$$Z_{UE2}=Z_1(p)|_{p=1}=0{,}738$$

IRODALOM

[1] *Matthei, G. L.:* Short-Step Chebyshev Impedance Transformers. IEEE Vol. MTT—14. August 1966. pp. 372—383.
[2] *Dr. Csurgay Árpád—Markó Szilárd:* Mikróhullámú passzív hálózatok. Mérnöki Továbbképző Intézet kiadványa.
[3] Dr. *Géher Károly:* Lineáris hálózatok.