

PÉCELI GÁBOR

BME Műszer- és Méréstechnika Tanszék

Digitális szűrők analízisére és szintézisére alkalmas interaktív programcsomag

ETO 621.372.54.037.37:681.3.015

A digitális jel-, és mérési adat feldolgozás széleskörű elterjedése kiváltotta azt az igényt, hogy a szűrési feladat végrehajtása is digitális eszközzel történjék.

A következőkben olyan programcsomag vázlatos ismertetésére kerül sor, melynek segítségével a szűrési feladatot digitális úton végrehajtó, ún. digitális szűrők analízisét és szintézisét végezhetjük el.

1. A programcsomag elméleti háttere

Az elmúlt néhány év során az elméleti kutatók a lineáris digitális szűrők elvi alapjait tisztázták, és számos approximációs módszert dolgoztak ki. Ezeknek az eredményeknek a programcsomag szempontjából lényeges részét az alábbiakban röviden összefoglaljuk, a gazdag szakirodalomra néhány összefoglaló jellegű mű felsorolásával utalunk.

1.1 A digitális szűrők leírásának főbb módszerei

A digitális szűrők matematikai leírása a numerikus analízis, és a mintavételezés elméletében elért eredményeken nyugszik. Lineáris esetben a digitális szűrő leírására lineáris differenciaegyenlet alkalmas. Ennek általános alakja:

$$y_n + \sum_{k=1}^N b_k y_{n-k} = \sum_{i=0}^M a_i x_{n-i}, \quad (1)$$

ahol: — x_n, y_n az $\{x_n\}$, ill. $\{y_n\}$ diszkrét bemenő-, ill. kimenőjel nT időpillanatbeli értéke. (T a minták időbeni távolsága.)
— a_i, b_k együtthatók, melyek a digitális szűrő karakterisztikájára vonatkozó információt hordozzák. (Idő-invariáns szűrő esetén konstansok)

A frekvencia-tartománybeli viselkedést az állandó-együtthatós differenciaegyenlet megoldására alkalmas z transzformáció segítségével tudjuk leírni.

A z transzformáció segítségével eljutunk a digitális szűrő átviteli függvényéhez:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{i=0}^M a_i z^{-i}}{1 + \sum_{k=1}^N b_k z^{-k}}, \quad (2)$$

ahol $Y(z)$ az $\{y_n\}$, $X(z)$ az $\{x_n\}$ diszkrét jel z transzformáltja, $H(z)$ pedig a z tartománybeli átviteli függvény.

$H(z)$ inverz z transzformáltja olyan diszkrét jel, amely analóg a folytonos rendszerek súlyfüggvényével, és kielégíti a konvolúciós szumma összefüggését:

$$y_n = \sum_{k=0}^n x_k h_{n-k}, \quad (3)$$

ahol $\{h_n\}$ a $H(z)$ függvény inverz z transzformáltja. Fentiekben kívül a digitális szűrő leírására a diszkrét Fourier transzformáció alkalmazása a legjelentősebb.

1.2 Digitális szűrők approximációja

Az irodalomban nagyszámú approximációs eljárást közölnek. Az ezekben alkalmazott módszerek és tervezési kritériumok sokfélék, egységes rendszerbe nehezen helyezhetők.

Alapvetőnek tekinthetők azonban a bilineáris z transzformációhoz kapcsolódó módszerek, melyek a (2) egyenlettel leírt ún. rekurzív struktúrájú szűrő átviteli függvényének származtatására alkalmasak, továbbá azok a Fourier sorokkal kapcsolatos módszerek, melyek az ún. nemrekurzív struktúrájú szűrőknél terjedtek el. [Ezeknél az (1) alakú előállításban valamennyi b_k együttható nulla.]

A bilineáris z transzformációval számos esetben eredményesen transzformálhatók az analóg szűrők (folytonos szűrők) átviteli függvényei (2) alakú digitális szűrő átviteli függvénybe, lehetővé téve azt, hogy a tulajdonképpeni approximációt analóg szűrőre végezzük, amire számos klasszikus módszer

közvetlenül alkalmazható. (A programcsomagban ezzel a módszerrel állítjuk elő a közismert Butterworth és Csebisev szűrők digitális megfelelőit.)

A nemrekurzív szűrőknél, melyeknek analóg megfelelője nincsen, a mintavételes reprezentáció miatt $1/T$ -re periódikus frekvenciakarakterisztikák approximációja közvetlenül történik. (Az ebbe a csoportba tartozó, ún. Fourier-soros módszerekkel külön program-csoport foglalkozik.)

A közvetlen approximációs módszerrel származtatott rekurzív szűrők közé tartozik az ún. trigonometrikus szűrő család. A programcsomagban ezek közül a tangens szűrőt alkalmazzuk aluláteresztő- és felüláteresztő-szűrő megvalósítására. A trigonometrikus szűrő-család azon a tényen alapul, hogy minden $\cos 2k \frac{\omega T}{2}$ argumentumú valós, racionális polinomhoz létezik egy z^{-1} argumentumú racionális polinom, melynek mint átviteli függvénynek az abszolút értéke megegyezik a választott polinom mint átviteli függvény abszolút értékével, és pólusai a z sík egység sugarú körén belül helyezkednek el. (Ez utóbbi a stabilitás feltétele.)

A programcsomagban felhasználásra került még az ún. frekvencia-mintavételi eljárás, mely $H_1(z) = 1 - z^{-m}$ alakú fésűs szűrő, és alkalmasan súlyozott,

$$H_2(z) = \frac{1}{1 - 2r \cos \omega_0 T z^{-1} + r^2 z^{-2}}$$

átvitelű digitális rezonátorból áll. (Itt $r \rightarrow 1$; $z = re^{\pm j\omega T}$ a rezonátor pólusainak helye; $\omega_0 T = 2\pi \frac{k}{m}$)

1.3 A digitális szűrők realizálási formái

Aszerint, hogy a (2) egyenlet által kijelölt műveletek milyen formában végezzük el, a pontosságra más-más értéket kapunk. A digitális szűrőkben fellépő hibák (a_i , b_k együtthatók véges szóhosszon történő ábrázolása, az alkalmazott aritmetikai egységek kerekítési hibái és ennek akkumulálódása, a bemeneti kvantálás) mértéke az alkalmazott realizálási struktúra függvénye. A szűrő hardware megvalósításánál a pontosság, és az alkalmazandó szóhosszúság kérdése alapvető. Ezért érthető módon számos szakember foglalkozik struktúra-kutatással, és az irodalomban is sok ilyen vonatkozású publikáció található.

A programcsomag létrehozásánál a struktúra kérdésekre nem koncentráltunk, de a kellő pontosság biztosítása érdekében a számításokat lebegőpontos formátumban végeztetjük. A struktúra problémák analizálásával foglalkozó programrészek elkészítését a programcsomag bővítésének egy későbbi fázisára tervezzük.

2. A digitális szűrő programcsomag

A programcsomag digitális szűrők analizésére, szintézisére, valamint a szűrési feladatnak háttérmemóriában tárolt mintaregisztrátumon történő végrehajtására alkalmas. Ennek megfelelően a szűrést végrehajtó programokon kívül tartalmaz néhány

amplitúdó-, és fáziskarakterisztikát approximáló szűrő-tervező programot. Képes ezenkívül a szűrődő és szűrt minták, továbbá az amplitúdó-, fázis- és futási idő karakterisztikák megjelenítésére rajzológépen, valamint oszcilloszkópon. Lehetőség van továbbá valamilyen irodalmi forrásból, vagy más számítógépen végzett approximációkból származó szűrőparamétereknek a monitor írógépen keresztül a számítógép memóriájába juttatására, legyen az akár rekurzív, akár nemrekurzív szűrő.

A programcsomag 12K szó operatív memóriájú TPA-i kisméretű gépre készült, assembler nyelven. Háttértárként mágneslemezes tárolót használ.

A programban felhasználható (bevihető) a_i együtthatók száma max. 192, míg a b_k együtthatók maximális száma 149. Ezek az értékek az együtthatók tárolására kijelölt memóriaterület korlátaiból adódnak. A gyakorlati alkalmazásokban szóbejövő szűrők rekurzív esetben max. 10–20 a_i , b_k együtthatóval rendelkeznek, nemrekurzív esetben ritkán haladják meg a százat. A minta regisztrátum max. hossza jelenleg 4K minta, amit azonban csak a háttértár kapacitása korlátoz.

Tekintettel arra, hogy a Műszer- és Méréstechnika Tanszéken 1973 folyamán kidolgoztak egy jelanalízisre alkalmas programcsomagot, célszerűnek látszott a digitális szűrő programcsomagot úgy kialakítani, hogy a meglévő programcsomaghoz illeszkedjék. Ily módon lehetőség nyílt a jelanalizáló programcsomag bizonyos beviteli és kiviteli, valamint interaktív kezelést biztosító programjainak átvételére, illetve analóg kialakítására.

A programcsomagot interaktív szervezőprogram működteti. A felhasználó és a gép közötti társalgás alapján elvégezteti a kért számításokat, illetőleg megjelenítéseket. Lehetőséget ad a futás megszakítására, a részeredmények (ha ilyenek vannak) megjelenítésére, majd a számítás folytatására. A programcsomag téves vagy hibás szolgáltatás-kérés, helytelen adat esetén hibajelzést ad. Lehetőséget nyújt bevétel közben a hibás információ törlésére, és új, helyes információ, adat leírására.

A programcsomag a szűrődő minták és a szűrési eredmények tárolását 12 bites fixpontos formátumban végzi. Valamennyi számítást a pontosság érdekében lebegőpontosan végez.

A programok a következők:

I. — Digitális szűrés

- Amplitúdó-karakterisztika számítás
- Fáziskarakterisztika számítás
- Futási idő karakterisztika számítás

II. Rekurzív szűrő tervező programok

- Butterworth aluláteresztő
- Csebisev aluláteresztő
- Tangens aluláteresztő
- Tangens felüláteresztő
- Lyukszűrő
- Sávszűrő frekvencia-mintavételi eljárással

III. Nemrekurzív szűrő tervező programok

- Fourier-soros módszerek (a súlyfüggvények módosíthatók)

IV. Beviteli-kiviteli programok

- a) Bevitel: — mintavételezés (pl. analóg magnetofonról.)
— bevitel lyukszalagról
- b) Kivitel: — nyomtatás
— perforálás
— rajzológép (plotter)
— oszcilloszkóp (display)

3. A programcsomag használhatósága, alkalmazási területei

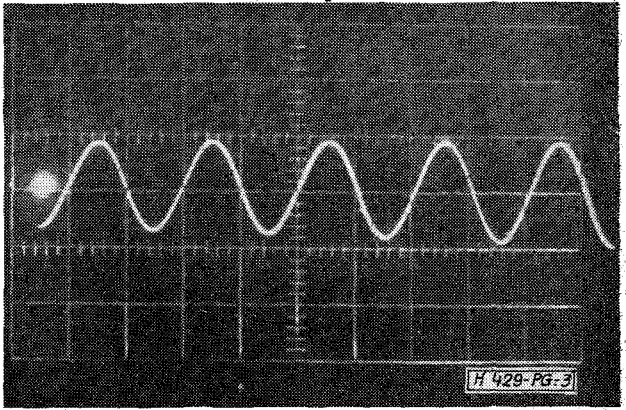
A digitális szűrőket egyre szélesebb körben alkalmazzák mérés-technikai és átviteltechnikai feladatok megoldásában. Biológiai, geofizikai, radar stb. jelek feldolgozásánál egyre gyakrabban találkozunk ilyen berendezésekkel.

A programcsomag alkalmas minden ilyen jellegű jelfeldolgozó művelet elvégzésére, ha nincs szükség real-time szűrésre, mindössze a szükséges szűrő-paramétereiről kell gondoskodnunk. Néhány szűrő-fajta közvetlenül is tervezhető és analizálható.

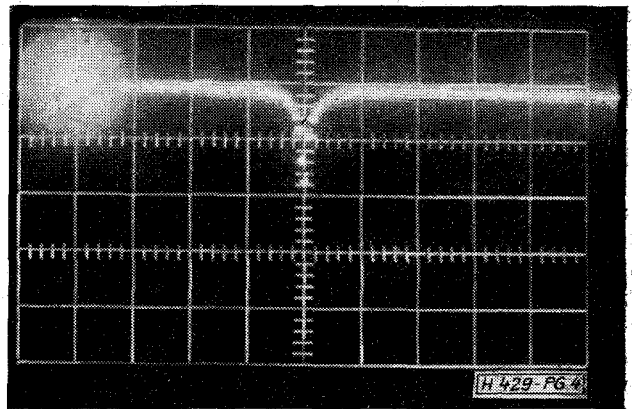
A programcsomag előnyös tulajdonsága továbbá, hogy a megjelenítés oszcilloszkópon, rajzológépen közvetlenül, gyorsan keresztülvihető, ami a tervezés és kiértékelés szempontjából alapvetően fontos.

A programcsomag használhatóságának illusztrálására szolgál egy igen egyszerű mintapélda (1–5. ábra), melyben egy négyszögjel (szimmetrikus, egy periódusa száz mintapontból áll) alapharmonikusának kiszűrését és elnyomását, továbbá az ezt megvalósító szűrők amplitúdókarakterisztikáit láthatjuk.

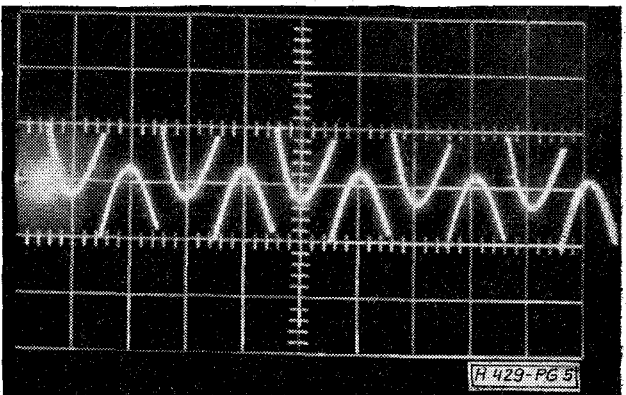
Az alábbiakban felsorolunk néhány alapvető, digitális szűrőkkel foglalkozó, összefoglaló művet.



3. ábra. A leválasztott alapharmonikus



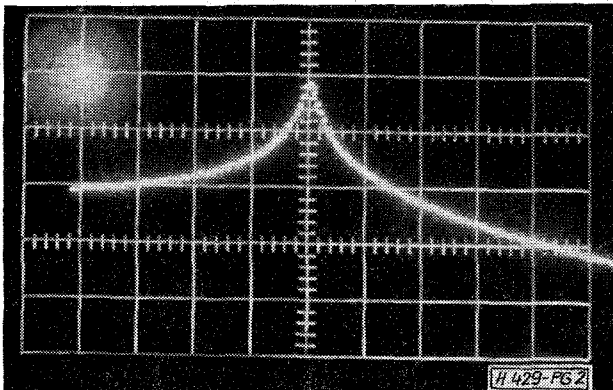
4. ábra. Az alapharmonikust elnyomó lyukszűrő amplitúdókarakterisztikája



5. ábra. Az alapharmonikus elnyomása után visszamaradt jel



1. ábra. A szürendő négyszögjel



2. ábra. Az alapharmonikust leválasztó „keskeny” sávszűrő amplitúdó karakterisztikája

IRODALOM

- [1] F. F. Kuo, J. F. Kaiser: System Analysis by Digital Computer 7. Digital Filters. New York: Wiley, 1966.
- [2] C. M. Rader, B. Gold: Digital Processing of Signals. McGraw Hill, 1969.
- [3] L. R. Rabiner, C. M. Rader: Digital Signal Processing (Reprint Volume) New York: IEEE Press, 1972.
- [4] A. E. Vereskin, V. J. Katkavnik: Linejnűje cifrovűje filtrű i metodű ih realizacii. Moszkva „Szovjetszkoje Radio” 1973.
- [5] Schüssler, W.: Digitale Systeme zur Signalverarbeitung. Springer Verlag, 1973.
- [6] Kun László: Digitális szűrők elmélete és gyakorlati alkalmazási lehetőségeik. Híradástechnika. 1973. Márc.
- [7] Kormos István: Digitális Szűrők. Híradástechnika. 1973. Szept.