HÍRADÁSTECHNIKA
A HÍRADÁSTECHNIKAI TUDOMÁNYOS EGYESÜLET LAPJA

Dr. SIMON GYULA
BME Híradástechnikai Elektronika Intézet

Analóg integrált áramkörök termikus-elektromos kölcsönhatásainak számítógépes vizsgálata

ETO 621.3.017.7:621.3.049.77:681.335

Az integrált áramkörön belüli eszközök elektromos paraméterei a chipen belüli hőmérsékleteloszlás függvényében változnak. A hőmérsékleteloszlást viszont a disszipáció és a hűtési viszonyok határozzák meg. Ez a kölcsönös csatolásban levő elektromos-termikus folyamat módosítja az áramkör sztatikus és dinamikus karakterisztikáit [4], [9]. A sztatikus karakterisztika módosulásának figyelembevétele bipoláris tranzisztoros áramkörök kisáramú tranzisztorainál a kollektoráram hőmérsékletfüggésére vezethető vissza [5]:

$$I_c=\frac{q\cdot A_E\cdot n_{i0}^2}{Q_B/D_B}\exp\left(\frac{\varrho U_{BE}-E_g}{kT}\right),$$

ahol A_B az emitter felülete, n_{i0} az intrinsic félvezető hőegyensúlyi állapotában a szabad lyukak és elektronok száma, Q_B a bázis többségi töltéshordozóinak száma felületegységre vonatkoztatva, D_B a bázisbeli kisebbségi töltéshordozók diffúziós állandója, U_{BB} a „belső" bázis-emitter dióda feszültsége, E_g a tiltott sáv szélessége. A hőmérsékletfüggés leglényegesebb forrása az exponenciális tagban szereplő T abszolut hőmérséklet. A hőmérsékletet viszont a jelentősen disszipáló elemek szabják meg. A másik problémakör a disszipáló elemek helyi hőmegfutása (pl. a teljesítménytranzisztoroké). Ebben az esetben az elektromos-termikus kölcsönhatás maradandó károsodáshoz vezethet [5].

Mindkét fenti problémakörre vonatkozóan bonyolítja a helyzetet, hogy az elektromos viselkedést külső tényezők is befolyásolják (tápellátás, meghajtás, terhelés).

Műveleti erősítők DC és kisfrekvenciás jellemzőit általában erőteljesen befolyásolja a hővisszacsatolási jelenség és ezt az ilyen áramkörök analízisénél, illetve tervezésénél feltétlenül figyelembe kell venni [4], [9].

Beérkezett: 1975. XI. 26.

A hőkapacitás disszipációs viszonyok megváltozásához képest késleltetést okoz a hőmérsékletváltozásban. Ennék alapján aluláteresztő jellegű szűrőkarakterisztikák valósíthatók meg. A bemeneti eszközök elektromos jellel vezérelhetők disszipációjúak, a kimeneti eszközök a hőmérsékletváltozást alakítják elektromos jellé; valamennyi elem természetesen közös szubsztráton helyezkedik el [1].

A fentiek alapján az volt a cél, hogy a feladatok és elrendezések sokfélesége mellett is jól használható termikus analízis program készüljön, mely a kölcsönhatások figyelembe vételére az adatok módosítási lehetőségein keresztül alkalmas.

1. A termikus leírás problémái

A hősugárzást és konvekciós hűtést elhanyagoljuk. A háromdimenziós hővezetés parciális differenciálegyenlete jól ismert [5]:

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{1}{c\cdot\varrho\cdot g}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)+\frac{p(x, y, z, t)}{c\cdot\varrho}, \quad (1)$$

ahol T a hőmérséklet, g a fajlagos hővezetés [W/C°m], c a fajlagos hőkapacitás [Ws/C°kg], ϱ a sűrűség [kg/m³], $p=\frac{\partial P}{\partial V}$ a fajlagos hődisszipáció [W/m³]. A legjelentősebb problémák, melyek (1) megoldását nehezítik, az alábbiak:

1.1 g minden anyagra függ a hőmérséklettől. Szilíciumra például a 300...400 °K tartományban a hőmérséklettel közel fordított arányban változik [3].

1.2 A félvezető chip nem homogén. Az erősen szennyezett szilícium fajlagos hővezetésé a tiszta szilíciuménak kb. ötödrésze és a szennyezéssűrűséggel folytonosan változik [7].

1.3 A fajlagos helyi disszipáció (p) a helyi hőmérséklet és elektromos paraméterek függvénye [5].

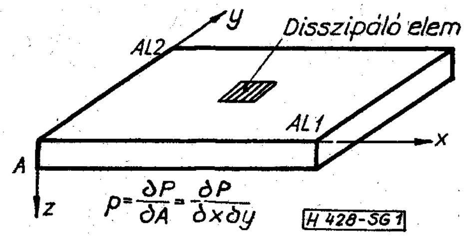
1.4 Az elektromos makro-változók (tápegység, bemeneti jel) elektromos peremfeltételeket adnak, idő-, illetve hőmérsékletfüggők lehetnek.

Az elosztott jellegű, inhomogén és időfüggő általános parciális differenciálegyenlet, mely a csatolt elektromos-termikus rendszer viselkedését leírná, még viszonylag egyszerű peremfeltételek mellett is zárt alakban megoldhatatlan.

2. Közelítések és ezek hatásai

2.1 A félvezető chip téglatest alakú (1. ábra).

2.2 Az integrált áramköri elemek z-irányú kiterjedése A-hoz képest elhanyagolhatóan kicsi. Így a disszipáló részeket a chip felületén értelmezett területegységre normált teljesítményükkel jellemezhetjük (1. ábra). A felületi szennyezettség 1.2 pont szerinti hatását elhanyagoljuk, vagyis a chip anyagát homogénnek tételezzük fel. Ezek az egyszerűsítő feltételek a helyi túlmelegedések pontos leírását igen durva hibával teszik csak lehetővé, mert a helyi hőmegfutás először csak az erősen szennyezett kollektorbázis kiürített réteg kis szakaszán kezd létrejönni.



1. ábra

2.3 A fajlagos hővezetés hőmérsékletfüggését elhanyagoljuk.

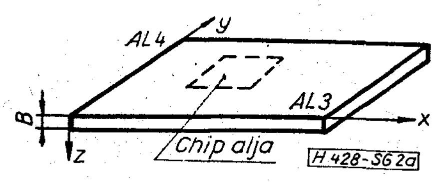
2.4 Az idő szerinti parciális derivált nulla (állandósult állapotot vizsgálunk).

2.5 A kivezető huzalokon át létrejövő hűtést, a sugárzási és konvekciós hőleadást elhanyagoljuk.

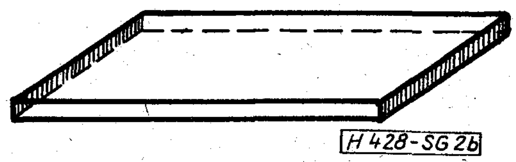
2.6 A téglatest alakú alaplemez a chip alsó síkjához csatlakozik ($z=A$; l. az 1. ábrát). Az alaplemez egyes felületrészei ideális hűtőtesthez csatlakoznak. Három, többnyire az egyes esetekre jó közelítésnek tekinthető hűtési módot tűntet fel a 2*a*...2*d* ábrasor.

3. Peremfeltételek

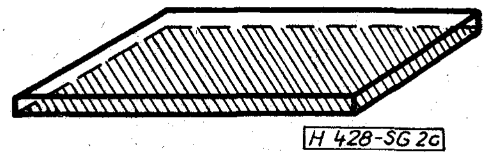
Az 1. és 2. ábra szerinti elrendezések határsíkjai a chip-alaplemez és alaplemez-hűtőtest érintkező felületeinek kivételével adiabatikusak vagy izotermálisak. Az elsőnek $\frac{\partial T}{\partial \bar{n}}=0$ felel meg ($\bar{n}$ a sík normális vektora), míg a második $T=$konstans-nak. A hőforrások határfeltételként értelmezhetők; pl. az 1. ábra elrendezésére:



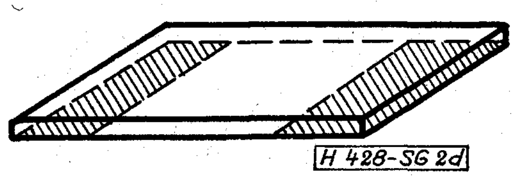
2a. ábra. Az alaplemez geometriája



2b. ábra. A két oldallap hűtött



2c. ábra. Az alsó lap hűtött



2d. ábra. Az alsó lap részlegesen hűtött

$$FS\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=0}=-p(x,\,y), \tag{2}$$

ahol FS a szilícium fajlagos hővezetése. A chip és alaplemez határfelületén:

$$FS\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=A^-}=FH\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=A+}, \tag{3}$$

ahol FH az alaplemez fajlagos hővezetése.

A hővezetésre állandósult állapotban felírható kontinuitási egyenletet fejezi ki (2) és (3); mindkettő a felületegységre vonatkoztatott hőáram-sűrűséget adja meg. Az átmeneti hőellenállást állandó értékűnek tekintjük. Az 1. ábra szerinti elrendezésre például:

$$T|_{z=A+}T-|_{z=A^-}=-AR1\left(FS\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=A^-}\right), \tag{4}$$

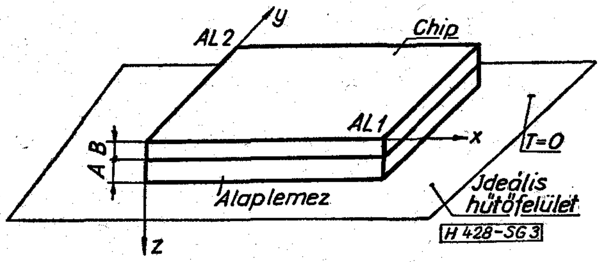
ahol $AR1$ a chip és alaplemez közti fajlagos átmeneti hőellenállás. A 2*c* ábrán vázolt esetre hasonlóképpen:

$$T|_{z=(A+B)^-}=-AR2\left(FH\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=(A+B)^-}\right), \tag{5}$$

ahol $AR2$ az alaplemez és hűtőtest közötti fajlagos átmeneti hőellenállás.

4. A differenciálegyenlet megoldása

Először a 3. ábrán látható elrendezés viszonyaira keressük meg a megoldást, mely az [1] gondolatmenetét követi, csak egyes végeredmények helyesbítésével.



3. ábra

A Laplace egyenlet:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=0 \quad \text{mindkét anyagban.}$$

A mi esetünkben

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0;\ x=AL1}=\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0;\ y=AL2}=0 \qquad (6)$$

mind a chipre, mind az alaplemezre.

Valamely z=konstans síkban a hőmérséklet-eloszlás kétdimenziós Fourier-sor alakjában írható fel:

$$T(x,\ y,\ z)=\sum_{n,\ m} a_{nm}(z)\cdot\cos\,(n\pi x/AL1)\cos\,(m\pi y/AL2) \qquad (7)$$

A koszinusz függvények ortogonális rendszert alkotnak a 0 és $i\pi$ argumentumtartományban (i pozitív egész szám).

A felszínnel kezdve a disszipáció eloszlás nyilván felírható Fourier-sor alakjában:

$$p_{nm}=$$

$$=\int_0^{AL2}\int_0^{AL1} p(x,\ y)\cdot\cos\,(n\pi x/AL1)\cos\,(m\pi y/AL2)\,dx\,\partial y \qquad (8)$$

(6) és (7) alapján $AL^2=(n\pi/ALi)^2+(m\pi/AL2)^2$ bevezetésével:

$$\frac{\partial^2 a_{nm}}{\partial z^2}\ AL^2 a_{nm}$$

a_{nm}-re az általános megoldás:

$$a_{nm}(z)=K_1\,\mathrm{sh}\,(AL\cdot z)+K_2\,\mathrm{ch}\,(AL\cdot z), \qquad (9a)$$

vagy

$$a_{nm}(z)=L_1\exp\,(AL\cdot z)+L_2\exp\,(-AL\cdot z). \qquad (9b)$$

A (9*a*) összefüggésnek megfelelő megoldás:

$$a_{nm}(z)=K_{1nm}\,\mathrm{sh}\,(AL\cdot z)+K_{2nm}\mathrm{ch}\,(AL\cdot z)$$

a chipre, és

$$a'_{nm}(z)=K'_{1mn}\,\mathrm{sh}\,(AL\cdot z)+K'_{2mn}\,\mathrm{ch}\,(AL\cdot z)$$

az alaplemezre. Az együtthatók a (2), (3), (4) és (5) peremfeltétel figyelembevételével számíthatók. A számításhoz a $p_{nm}=1$ normálást vezetjük be. Az alaplemez-rendszer számításához érdemes új koordinátarendszert felvenni, melynek origója az eredeti rendszer (0,0,A) pontja. Az eredmények nyilván egyenértékűek az eredeti koordináta-rendszerbeliekkel, de a kifejezések lényegesen egyszerűbbek. A végeredmények ($n+m\neq 0$):

$$K_1=\frac{-1}{FS\cdot AL},$$

$$K_2=\frac{\mathrm{ch}\,(AL\cdot A)+C[AR1\cdot\mathrm{ch}\,(AL\cdot A)+\mathrm{sh}\,(AL\cdot A)/(FS\cdot AL)]}{AL\cdot FS\cdot\mathrm{sh}\,(AL\cdot A)+C[\mathrm{ch}\,(AL\cdot A)+AR1\cdot FS\cdot AL\cdot\mathrm{sh}\,(AL\cdot A)]},$$

ahol

$$C=\frac{AL\cdot FH\,\mathrm{ch}\,(AL\cdot B)+AR2\cdot FH\cdot AL\cdot\mathrm{sh}\,(AL\cdot B)}{\mathrm{sh}\,(AL\cdot B)+AR2\cdot FH\cdot AL\cdot\mathrm{ch}(AL\cdot B)}.$$

Ha $n=m=0$, akkor $\frac{\partial T}{\partial x}=\frac{\partial T}{\partial y}=0$ minden pontban.

Így $$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=0.$$

A megoldások:

$a_{00}(z)=K_2+K_1\cdot z$ a chipre és

$a'_{00}(z)=K'_2+K'_1\cdot z$ az alaplemezre, ahol

$$K_1=-\frac{1}{FS\cdot AL},$$

$$K_2=\frac{A}{FS}+AR2+AR1+\frac{B}{FH}.$$

Ezen függvények jellegét a 4. és 5. ábra mutatja.

Így az eredő hőmérsékletfüggés a chip belsejében:

$$T(x,\ y,\ z)=$$

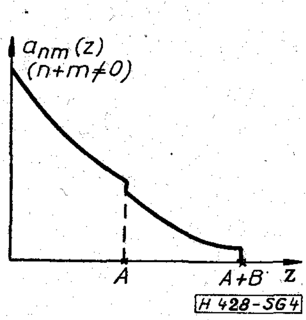
$$=\frac{4}{AL1\cdot AL2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}M_{nm}\frac{p_{nm}}{[1+\mathrm{sgn}\,(n)][1+\mathrm{sgn}\,(m)]}\cdot$$

$$\cdot\cos\,(n\pi x/AL1)\cdot\cos\,(m\pi y/AL2)+K,$$

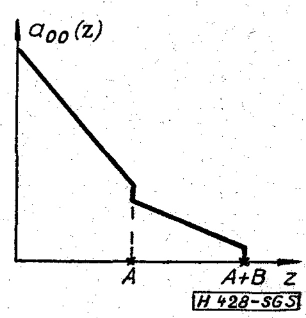
ahol

$$M_{nm}=K_{1nm}\,\mathrm{sh}\,(AL\cdot z)+K_{2nm}\,\mathrm{ch}\,(AL\cdot z).$$

K a hűtőtest hőmérséklete.

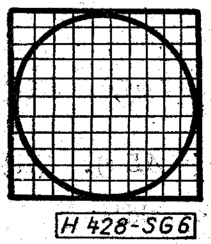


4. ábra

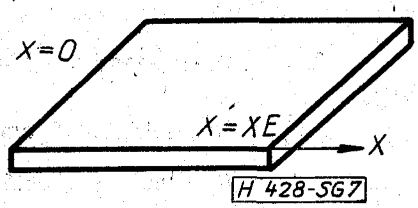


5. ábra

A felületi hőmérsékleteloszlás meghatározására Fortran nyelven írt analízis-program a disszipáló elemek felületelemeinek átlagos disszipációján kívül az egyes elemekre súlyozó tényezők megadását is lehetővé teszi, így nem derékszögű elrendezések figyelembevétele is lehetséges. A 6. ábra görbe körvonalú disszipáló elemét könnyen kezelhetjük: a négyzetrács azon elemeire, melyeket a felület nem fed le, a súlyozó függvény értéke 0. A program végeredményeként az átlaghőmérséklet és az egyes pontok hőmérsékletének ettől való eltérése külön-külön rendelkezésre áll.



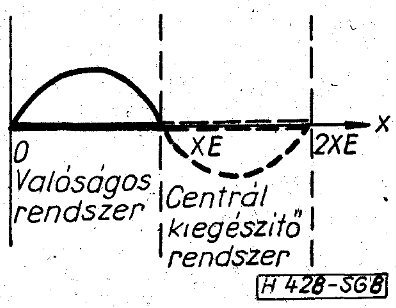
6. ábra



7. ábra

5. A többi elrendezés vizsgálata

5.1 Ha a hűtés oldalirányú (2*b* ábra), akkor a megfelelő tengelyirányban a sorfejtés koszinusz helyett szinusz függvények szerint kell történjék. Minthogy a szinusz függvény π páratlan többszöröseire nem ortogonális, fiktív centrál-szimmetrikus rendszerrel célszerű a valóságos rendszerünket kiegészíteni n = l-re pl. a 8. ábra szerint. Ezen tükör-rendszernek nincs fizikai tartalma.



8. ábra

5.2 Ha az alsó sík csak részlegesen hűtött, akkor a peremfeltételekben az izotermikus és adiabatikus résztartományokat kell figyelembe venni (2*d* ábra).

5.3 Ha a chip és alaplemez x és y irányú méretei különböznek, szukcesszív approximációk sorozata szükséges. Első lépésben a chip hőmérséklet eloszlását határozhatjuk meg úgy, hogy alsó határfelületét állandó hőmérsékletűnek tekintjük. A számított hőáram-sűrűség felhasználásával második lépésben az alaplemez felső felületének hőmérséklet eloszlását számolhatjuk. Ez képezi a chipre vonatkozó ismételt számítás új peremféltételét. A sorozatot addig ismételjük, míg a csatlakozó felület hőmérsékleteloszlása mindkét oldalról számolva rögzített hibahatáron belül megegyezik.

5.4 A helyi disszipáció értéke nyilván változó hőmérséklettel változik. Az eredeti disszipációtérkép hatására létrejövő hőmérsékleteloszlás meghatározása után ismételt korrekciók végezhetők [5]. Ha az ismételt ciklusok (lehetséges kvázi-sztatikus megoldások sorozata) divergens eredményt ad, akkor a rendszer instabil. Ha az iteráció konvergens, akkor a rendszer lehet stabil vagy instabil (a valódi tranziens mintavételei nem esnek egybe a fenti iterációsorozat eredményeivel, mert a hőkapacitás hatása módosíthatja azt). A 1.2 pont korlátozásait figyelembe véve csak kvázi-sztatikus instabil folyamatoknál adhat használható eredményeket a módszer.

6. Egyéb lehetőségek

Analóg szimulációs programok futtathatók digitális számítógépeken, de az integrálási lépések igen nagy gépidőt igényelnek és a halmozódó numerikus hibák hatása sem tartható kézben.

Az elosztott paraméterű rendszer approximálható koncentrált elemművel (a differenciálegyenleteket differencia egyenletekkel közelítjük). A „Beuken-modell"-lel kapcsolatos kérdéseknek széleskörű irodalma van (pl. [8]). A modell olyan elektromos hálózat, mely ellenállásokat (hőellenállás), áramgenerátorokat (disszipáló elem) és kapacitásokat (hőkapacitás) tartalmaz; a létrejövő feszültség-különbségek hőmérsékletkülönbségnek felelnek meg [4]. A csomópontszám növelésével a közelítés hibája csökken, de az áramkör bonyolultsága nő.

Befejezésül felvetjük, hogy adott esetben érdemes lenne az approximált model vizsgálatát valóban felépített áramkörön elvégezni, vagy a számításokat hibrid számítógépen lefolytatni.

IRODALOM

[1] *Paul Gray:* A 15-W monolithic power operational amplifier. IEEE J. Solid-State Circuits, vol. SC-7, pp. 474—480. December 1972.

[2] *A. Bilotti:* Statie temperature distribution in IC chips with isothermal heat sources. IEEE Transactions on Electron Devices, vol. ED—21, pp. 217—226. March 1974.

[3] *P. Gray:* Analysis of electrothermal integrated circuits. IEEE J. Solid State Circuits, vol. SC—6, pp. 8—14. Febr. 1971.

[4] *R. Microlet:* Interactions thermiques dans les amplificateurs opérationels à fort gain: Applications au 741. EMI 170/1—4—1973. pp. 61—68.

[5] *P. Hower—P. Gowil:* Comperison of one- and two-dimensional medels of transistor thermal instability. IEEE Transactions on Electron Devices, vol. ED—21, pp. 617—623. October 1974.

[6] *Sokolnikoff—Redheffer:* Mathematics of physics and modern engineering. Mc Graw-Hill, 1958.

[7] *Buchanan, Reeber:* Thermal considerations in the design of hybrid microelectronic packages, Solid State Technology, vol. 16, pp. 39—43. February 1973.

[8] The collection of the papers on the „International Colloquium on field simulation in association with the IV th. international colloquium on the Beuken Model" 18—20 Sept. 1974. London.

[9] *J. E. Solomon:* The monolithic op amps: a tutorial study (invited paper). IEEE J. Solid State Circuits, vol. SC—7. pp. 314—332. December 1974.