

Oscillátorok stabilitása

ETO 62-503.4:621.373:621.375.13

A grafikus vagy numerikus matematikai módszerek [1] az autonóm oszcillációra képes rendszerek leírására csak akkor alkalmasak, ha a rendszer paraméterei és adatai pontosan ismertek. Ez az oka annak, hogy az oszcillátorok klasszikus elmélete [1] egész sor olyan közelítő eljárást alkalmaz (pl. perturbációs módszer, átlagolási módszer, harmonikus egyensúly elve stb.), mely a mennyiségi adatokon kívül minőségi felvilágosítást is ad a rendszer működéséről. A közelítések akkor használhatók, ha a rendszer nemlinearitása, ill. annak hatása elegendően kicsi vagy ha az amplitúdószabályzást olyan lineáris elem végzi, melynek értékét külső elektromos jel — értelemszerűen az amplitúdóval arányos jel — vezérli. Összefoglaló néven az ilyen rendszereket kvázilineáris rendszereknek szokás nevezni. A közelítő módszerek nagy előnye az, hogy a szabad és kényszerített rezgéseket lényegében azonos matematikai formalizmussal írják le.

Korábbi munkák [2, 3, 4, 5, 6] megadták a negatív ellenállást tartalmazó kvázilineáris oszcillátorok amplitúdó- és frekvenciastabilitásának feltételeit, a kényszerített rezgés behúzási tartományát és a zaj hatását a kimenő jelre. Az elméleti megközelítéseket nagyfrekvenciás TRAPATT diódás oszcillátorokon végzett mérések eredményeivel igazolták [4]. Az említett publikációk a módosított átlagolási módszert alkalmazták.

Jelen cikk célja a negatív ellenállást tartalmazó kvázilineáris rendszerekre érvényes elméleti apparátus [2] általánosítása tetszőleges szinuszos kvázilineáris oszcillátor esetére, különös tekintettel a frekvenciafüggő aktív elemekre és a bonyolultabb, esetleg több időállandós nem lineáris amplitúdószabályzó áramköri rendszerekre.

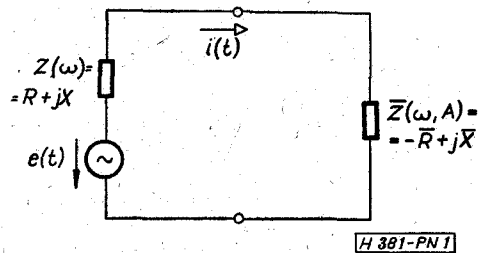
1. Az oszcillátorok helyettesítő képe és leíró egyenletei

A negatív ellenállást tartalmazó kvázilineáris oszcillátorok általános soros helyettesítő képe [2] az 1. ábrán látható. $-\bar{R} + j\bar{X}$ az aktív elem által képviselt impedancia, $Z(\omega)$ a frekvenciameghatározó elem impedanciája, $e(t)$ pedig a beinjektált jel vagy a zaj. A továbbiakban feltételezzük, hogy a rendszer eléggé szelektív, tehát az áram felírható az

$$i(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

alakban, ahol A és φ lassan változó időfüggvények. [2] megadja az A -ra és φ -re vonatkozó differenciálegyenlet-rendszert azzal a feltételezéssel, hogy

$$\bar{R} = \bar{R}(A) \quad \text{és} \quad \bar{X} = \bar{X}(A), \quad (2)$$



1. ábra. A negatív ellenállást tartalmazó oszcillátorok soros helyettesítő képe

tehát az aktív elem mindig lineáris (leírható egy lineáris impedanciával), \bar{R} és \bar{X} minden késleltetés nélkül követik az áramamplitúdó változásait és frekvenciafüggetlenek. Ezenkívül felhasználja, hogy A és φ elsőnél magasabb rendű idő szerinti deriváltjait elhanyagolva

$$\frac{d^n i}{dt^n} = \text{Re} \left\{ \left[j \left(\omega + \frac{d\varphi}{dt} \right) + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} \right]^n \cdot A e^{j(\omega t + \varphi)} \right\}, \quad (3)$$

tehát az idő szerinti deriválásnak a $j \left[\omega + \frac{d\varphi}{dt} - j \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} \right]$ -vei való szorzás felel meg. Ez azt jelenti, hogy az impedancián eső feszültséget úgy kapjuk meg, hogy $Z(\omega)$ -ban ω helyére $\left(\omega + \frac{d\varphi}{dt} - j \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} \right)$ -t írunk és ZI valós részét képezzük, ahol

$$I = A e^{j(\omega t + \varphi)}. \quad (4)$$

A és φ lassú változásai esetén, ha $\left| \frac{d\varphi}{dt} \right| \ll \omega$ és $\left| \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} \right| \ll \omega$, jogos az elsőrendű közelítés [2]:

$$\begin{aligned} Z \left(\omega + \frac{d\varphi}{dt} - j \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} \right) &\cong Z(\omega) + \\ &+ \frac{dZ(\omega)}{d\omega} \cdot \left(\frac{d\varphi}{dt} - j \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} \right) = R(\omega) + jX(\omega) + \\ &+ \left(\frac{dR}{d\omega} + j \frac{dX}{d\omega} \right) \cdot \left(\frac{d\varphi}{dt} - j \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

azaz az impedancia a munkapont körüli kis megváltozásokra jól leírható a Taylor-sor első két tagjával. Így a (3), (4) és (5) egyenletek felhasználásával, egy periódusra vett átlagolás után megkapjuk az amplitúdóra és a fázisra vonatkozó elsőrendű differenciál-

egyenlet-rendszert:

$$[R(\omega) - \bar{R}(A)] \frac{dX}{d\omega} - [X(\omega) + \bar{X}(A)] \frac{dR}{d\omega} + \left| \frac{dZ}{d\omega} \right|^2 \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{1}{A} \left[\frac{dX}{d\omega} e_c(t) + \frac{dR}{d\omega} e_s(t) \right], \quad (6)$$

$$[R(\omega) - \bar{R}(A)] \frac{dR}{d\omega} + [X(\omega) + \bar{X}(A)] \frac{dX}{d\omega} + \left| \frac{dZ}{d\omega} \right|^2 \frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{A} \left[\frac{dR}{d\omega} e_c(t) - \frac{dX}{d\omega} e_s(t) \right], \quad (7)$$

ahol $Z = R + jX$.

Az $e_c(t)$ és $e_s(t)$ időfüggvények az

$$e_s(t) = \frac{2}{T_0} \int_{t-T_0}^t e(t) \sin(\omega t + \varphi) dt, \quad (8)$$

$$e_c(t) = \frac{2}{T_0} \int_{t-T_0}^t e(t) \cos(\omega t + \varphi) dt \quad (9)$$

összefüggések alapján a beinjektált jel vagy zaj egy periódusra vett átlagértékei. T_0 az ω körfrekvenciájú jel periódusideje.

A (6), (7) differenciálegyenlet-rendszerből kiindulva [2] és [3] különböző módszerekkel meghatározza az oszcillátor stabilitási feltételét, a beinjektált jelre való behúzás lehetőségét, a behúzási tartományt és az oszcillátor zaját. A kísérletekkel és mérésekkel igazolt [4] eredmények alapján bonyolultabb (pl. több rezonanciájú) frekvenciameghatározó elemet tartalmazó oszcillátorkapcsolások is analizálhatók.

2. A frekvenciafüggő aktív elem esete

Az 1. fejezet eredményei relatíve széles sávú negatív ellenállású aktív elemre vonatkoznak [2], tehát elhanyagolják \bar{R} és \bar{X} frekvenciafüggését. Ez a közelítés nem minden esetben elegendő pontosságú. Ezért a továbbiakban megvizsgáljuk az aktív elem frekvenciafüggésének hatását.

Tételezzük fel, hogy

$$\bar{R} = \bar{R}(A, \omega) \quad \text{és} \quad \bar{X} = \bar{X}(A, \omega), \quad (10)$$

azaz az aktív elem impedanciája késleltetés nélkül követi az áramamplitúdó változásait és frekvenciafüggő. Kössük ki továbbá, hogy az \bar{R} , \bar{X} kétváltozós függvények másodrendű deriváltjai $\left(\frac{\partial^2 \bar{X}}{\partial \omega^2}, \frac{\partial^2 \bar{R}}{\partial \omega^2}, \frac{\partial^2 \bar{X}}{\partial A^2}, \frac{\partial^2 \bar{R}}{\partial A^2}, \frac{\partial^2 \bar{X}}{\partial A \partial \omega}, \frac{\partial^2 \bar{R}}{\partial A \partial \omega} \right)$ a teljes vizsgálati tartományban elhanyagolhatók. Ekkor a (3) és (5) közelítéseket felhasználva az amplitúdóra és fázisra vonatkozó differenciálegyenlet-rendszer az alábbi alakban írható fel:

$$[R(\omega) - \bar{R}(A, \omega)] \left[\frac{dX}{d\omega} + \frac{\partial \bar{X}}{\partial \omega} \right] - [X(\omega) + \bar{X}(A, \omega)] \cdot \left[\frac{dR}{d\omega} - \frac{\partial \bar{R}}{\partial \omega} \right] + \left| \frac{\partial Z^*}{\partial \omega} \right|^2 \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{1}{A} \left[\left(\frac{dX}{d\omega} + \frac{\partial \bar{X}}{\partial \omega} \right) e_c(t) + \left(\frac{dR}{d\omega} - \frac{\partial \bar{R}}{\partial \omega} \right) e_s(t) \right], \quad (11)$$

$$[R(\omega) - \bar{R}(A, \omega)] \left[\frac{dR}{d\omega} - \frac{\partial \bar{R}}{\partial \omega} \right] + [X(\omega) + \bar{X}(A, \omega)] \cdot \left[\frac{dX}{d\omega} + \frac{\partial \bar{X}}{\partial \omega} \right] + \left| \frac{\partial Z^*}{\partial \omega} \right|^2 \frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{A} \left[\left(\frac{dR}{d\omega} - \frac{\partial \bar{R}}{\partial \omega} \right) e_c(t) - \left(\frac{dX}{d\omega} + \frac{\partial \bar{X}}{\partial \omega} \right) e_s(t) \right], \quad (12)$$

ahol $Z^* = R - \bar{R} + j(\bar{X} + X)$.

Állandó amplitúdójú autonóm rezgés [$e(t) \equiv 0$] akkor jöhet létre, ha $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{dA}{dt} = 0$, azaz:

$$\begin{aligned} R(\omega_0) - \bar{R}(\omega_0, A_0) &= 0, \\ X(\omega_0) + \bar{X}(\omega_0, A_0) &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

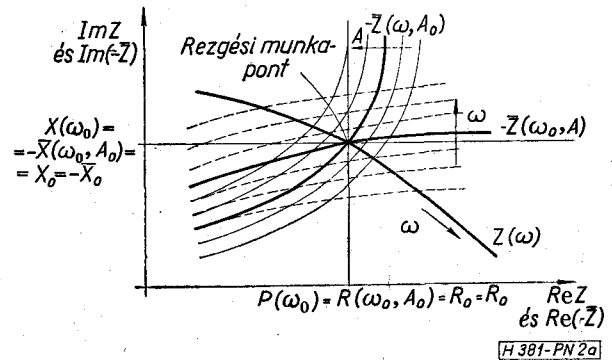
ω_0 a rezgési körfrekvencia, A_0 pedig a rezgés amplitúdója.

A [3]-ban alkalmazott variációs számítási módszert felhasználva, a rezgés stabilitásának feltétele [3]-mal ellentétben:

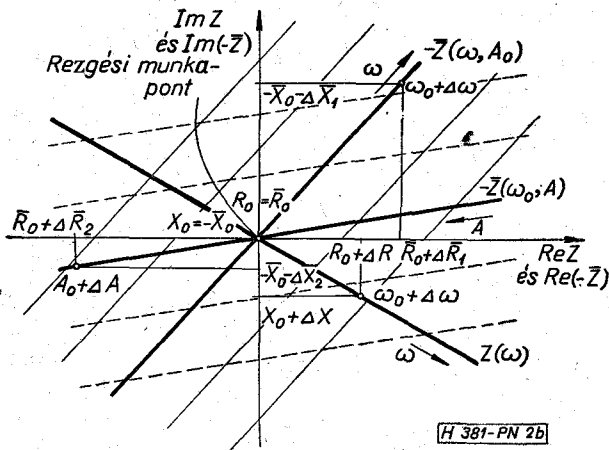
$$\begin{aligned} - \frac{\partial \bar{R}}{\partial A} \Big|_{A_0} \cdot \left[\frac{dX}{d\omega} \Big|_{\omega_0} + \frac{\partial \bar{X}}{\partial \omega} \Big|_{\omega_0} \right] - \\ - \frac{\partial \bar{X}}{\partial A} \Big|_{A_0} \cdot \left[\frac{dR}{d\omega} \Big|_{\omega_0} - \frac{\partial \bar{R}}{\partial \omega} \Big|_{\omega_0} \right] > 0. \end{aligned} \quad (14)$$

A berezgési feltételt és a rezgés stabilitását grafikusan is szemléltetni lehet.

A 2a ábrán felrajzoltuk $Z(\omega)$ helygörbét és $-\bar{Z}(\omega, A) = \bar{R} - j\bar{X}$ helygörbéit (ω függvényében A -val paraméterezve és A függvényében ω -val paraméterezve). Rezgés ott jöhet létre, ahol $-\bar{Z}$ görbéi úgy metszik Z karakterisztikáját, hogy a metszésponthoz tartozó paraméterek (A és ω) megegyeznek. A berezgés feltétele sok esetben analitikusan is könnyen elemezhető, a rezgés stabilitásának vizsgálatához azonban célszerű a rezgési munkapont körüli tartományt



2a ábra. A rezgési munkapont grafikus meghatározása Z és $-\bar{Z}$ helyzetgörbéi alapján



2b ábra. A rezgési munkapont környezete a stabilitás vizsgálatához

kinagyítani (ld. 2b ábra). ΔA és $\Delta \omega$ elemi megváltozások esetén (14) a

$$\frac{\Delta \bar{B}_2}{\Delta A} \left(\frac{\Delta X}{\Delta \omega} + \frac{\Delta \bar{X}_1}{\Delta \omega} \right) + \frac{\Delta \bar{X}_2}{\Delta A} \left(\frac{\Delta R}{\Delta \omega} - \frac{\Delta \bar{B}_1}{\Delta \omega} \right) < 0 \quad (15)$$

összefüggéssel közelíthető.

Ha ΔA -t és $\Delta \omega$ -t egyforma előjelűre választottuk:

$$\Delta \bar{R}_2 (\Delta X + \Delta \bar{X}_1) < \Delta \bar{X}_2 (\Delta \bar{R}_1 - \Delta R). \quad (16)$$

Az ábrán felrajzolt esetben a rezgési munkapontban stabil oszcilláció nem jöhet létre.

3. Frekvenciafüggő amplitúdószabályzás

Az előző fejezetekben feltételeztük, hogy az oszcillátor amplitúdószabályzó rendszere frekvenciafüggetlen, azaz az aktív elem paraméterei késleltetés nélkül követik az amplitúdó változásait. A valóságos oszcillátorok esetében ez a feltételezés nem mindig tehető meg, így a továbbiakban megvizsgáljuk, hogy milyen hatása van a stabilitásra annak, hogy az amplitúdószabályzás egy frekvenciafüggő hálózaton keresztül történik, azaz (az amplitúdó megváltozását A_0 -hoz képest δA -val jelölve):

$$\delta \bar{R} + a_1 \frac{d\delta \bar{R}}{dt} + \dots + a_n \frac{d^n \delta \bar{R}}{dt^n} = \delta A \frac{\partial \bar{R}}{\partial A} \Big|_{A_0}, \quad (17)$$

$$\delta \bar{X} + a_1 \frac{d\delta \bar{X}}{dt} + \dots + a_n \frac{d^n \delta \bar{X}}{dt^n} = \delta A \frac{\partial \bar{X}}{\partial A} \Big|_{A_0}. \quad (18)$$

Ez az eset akkor áll elő, ha az amplitúdót például egyenirányítással vagy hőmérsékletfüggő elem alkalmazásával szabályozzuk.

Autonóm rendszerben [$e(t) \equiv 0$] az amplitúdó kis megváltozásaira [$\delta A(t)$] vonatkozó differenciálegyenlet (11), (17) és (18) felhasználásával a következő lesz:

$$\left\{ -\frac{\partial \bar{R}}{\partial A} \Big|_{A_0} \cdot \left[\frac{d\bar{X}}{d\omega} \Big|_{\omega_0} + \frac{\partial \bar{X}}{\partial \omega} \Big|_{\omega_0} \right] - \frac{\partial \bar{X}}{\partial A} \Big|_{A_0} \cdot \left[\frac{d\bar{R}}{d\omega} \Big|_{\omega_0} - \frac{\partial \bar{R}}{\partial \omega} \Big|_{\omega_0} \right] \right\} \delta A + \left[\frac{\partial Z^*}{\partial \omega} \right]^2 \frac{1}{A} \left[\frac{d\delta A}{dt} + a_1 \frac{d^2 \delta A}{dt^2} + \dots + \dots a_n \frac{d^{n+1} \delta A}{dt^{n+1}} \right] = 0. \quad (19)$$

Feltételezve, hogy A_0 mellett $\delta A(t)|_{\max}$ elhanyagolható, (19)-ből lineáris, állandó együtthatójú $n+1$ -ed rendű differenciálegyenletet kapunk. Ezen differenciálegyenlet stabilitásvizsgálatát elvégezhetjük az ismert módszerekkel [7].

Az eddigiekben az oszcillátor soros helyettesítő képét használtuk. Ha a párhuzamos helyettesítő kép segítségével (ld. 3. ábra) írjuk le az áramkört és feltesszük, hogy az aktív impedancia nem a körben folyó áram, hanem az aktív elemen eső feszültség függvénye, akkor az alábbi egyenletrendszer adja meg az állandó amplitúdójú autonóm rezgés feltételét [3]:

$$[i_z(t) \equiv 0] \quad (20)$$

$$G(\omega_0) - \bar{G}(\omega_0, U_0) = 0, \quad (21)$$

$$B(\omega_0) + \bar{B}(\omega_0, U_0) = 0. \quad (22)$$

U_0 a rezgés amplitúdója, ω_0 a körfrekvenciája.

Ha az amplitúdószabályzás frekvenciafüggő hálózaton keresztül történik, tehát

$$\delta \bar{G} + a_1 \frac{d\delta \bar{G}}{dt} + \dots + a_n \frac{d^n \delta \bar{G}}{dt^n} = \delta U \frac{\partial \bar{G}}{\partial U} \Big|_{U_0}, \quad (23)$$

$$\delta \bar{B} + a_1 \frac{d\delta \bar{B}}{dt} + \dots + a_n \frac{d^n \delta \bar{B}}{dt^n} = \delta U \frac{\partial \bar{B}}{\partial U} \Big|_{U_0}, \quad (24)$$

akkor az amplitúdó kis megváltozásaira vonatkozó differenciálegyenlet a következő lesz:

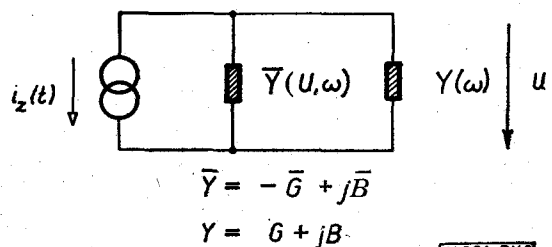
$$\left\{ -\frac{\partial \bar{G}}{\partial U} \Big|_{U_0} \cdot \left[\frac{d\bar{B}}{d\omega} \Big|_{\omega_0} + \frac{\partial \bar{B}}{\partial \omega} \Big|_{\omega_0} \right] - \frac{\partial \bar{B}}{\partial U} \Big|_{U_0} \cdot \left[\frac{d\bar{G}}{d\omega} \Big|_{\omega_0} - \frac{\partial \bar{G}}{\partial \omega} \Big|_{\omega_0} \right] \right\} \delta U + \left[\frac{\partial Y^*}{\partial \omega} \right]^2 \frac{1}{U_0} \left[\frac{d\delta U}{dt} + a_1 \frac{d^2 \delta U}{dt^2} + \dots + a_n \frac{d^{n+1} \delta U}{dt^{n+1}} \right] = 0, \quad (25)$$

ahol $Y^* = G - \bar{G} + j(B + \bar{B})$.

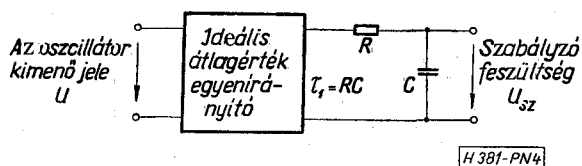
Ha a szabályozó hálózat frekvenciafüggetlen, akkor a stabilitás feltétele (14)-gyel analóg módon:

$$v \cong -\frac{\partial \bar{G}}{\partial U} \Big|_{U_0} \cdot \left(\frac{d\bar{B}}{d\omega} \Big|_{\omega_0} + \frac{\partial \bar{B}}{\partial \omega} \Big|_{\omega_0} \right) - \frac{\partial \bar{B}}{\partial U} \Big|_{U_0} \cdot \left(\frac{d\bar{G}}{d\omega} \Big|_{\omega_0} - \frac{\partial \bar{G}}{\partial \omega} \Big|_{\omega_0} \right) > 0 \quad (26)$$

Látható, hogy a párhuzamos helyettesítő kép használata lényegében nem vezet új eredményekre. Bizonyos esetekben azonban csak ez a szemlélet használható, például az N -típusú nemlinearitást képviselő



3. ábra. A negatív vezetést tartalmazó oszcillátorok párhuzamos helyettesítő képe



4. ábra. Egy időállandós amplitúdószabályzó áramkör elvi vázlata

eszközöknél vagy a módszer visszacsatolt rendszerekre való általánosításánál (ld. 5. fejezet). A továbbiakban a párhuzamos helyettesítő képet és a feszültséggel vezérelt aktív eszközmodellt használjuk.

A frekvenciafüggő amplitúdószabályzásra példaként vizsgáljuk meg a legegyszerűbb esetet, amikor a szabályozókör egy időállandóval leírható, azaz

$$\delta \bar{G}(p) = \frac{\partial \bar{G}}{\partial U} \Big|_{U_0} \cdot \frac{\delta U(p)}{1 + p\tau_1}, \quad (27)$$

$$\delta \bar{B}(p) = \frac{\partial \bar{B}}{\partial U} \Big|_{U_0} \cdot \frac{\delta U(p)}{1 + p\tau_1}. \quad (28)$$

A rendszer modellje a 4. ábrán látható.

A δU -ra vonatkozó differenciálegyenlet (25) alapján a

$$v\delta U + \left| \frac{\partial Y^*}{\partial \omega} \right|^2 \frac{1}{U_0} \left(\frac{d\delta U}{dt} + \tau_1 \frac{d^2\delta U}{dt^2} \right) = 0 \quad (29)$$

alakra hozható, ahol v a (26)-ban adott.

A stabilitás feltétele azonos a $\tau_1 = 0$ esettel, azaz

$$v > 0. \quad (30)$$

A (29) egyenletet átrendezve egyszerű másodrendű differenciálegyenletet kapunk:

$$\delta U + \frac{2\xi}{\omega_1} \frac{d\delta U}{dt} + \frac{1}{\omega_1^2} \frac{d^2\delta U}{dt^2} = 0. \quad (31)$$

ahol

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{U_0 v}{\tau_1 \left| \frac{\partial Y^*}{\partial \omega} \right|^2}}; \quad \xi = \frac{1}{2\omega_1 \tau_1}. \quad (32)$$

Tudjuk, hogy a (31) típusú differenciálegyenlet megoldása $\delta U(t)|_{t=0} = \delta U_0$ és $\left. \frac{d\delta U(t)}{dt} \right|_{t=0} = -\delta U_0 \xi \omega_1$ kezdeti feltételekkel:

$$\delta U(t) = \delta U_0 e^{-\xi \omega_1 t} \cos(\omega_1 \sqrt{1 - \xi^2} t) \quad (33)$$

alakú, feltéve, hogy $\xi < 1$.

A szabályzás célja, hogy a zavarok és zajok által létrehozott δA_0 kezdeti amplitúdóeltérést a rendszer a lehető leggyorsabban visszaszabályozza, tehát hogy

$$\xi \omega_1 = \frac{1}{2\tau_1} \quad (34)$$

a lehető legnagyobb, azaz τ_1 a lehető legkisebb legyen. Ha $1/\tau_1$ már a munkaponti rezgés körfrekvenciájának nagyságrendjébe esik, akkor a szabályzás többé nem az amplitúdót, hanem a jel pillanatértékét követi, így a kimenő jelben torzítások keletkeznek. Ez a jelenség megszabja τ_1 alsó korlátját.

4. Nemlineáris amplitúdószabályzás

Az amplitúdószabályzó rendszer gyakran nemlineáris elemeket is tartalmaz. A legismertebb és legáltalánosabb példa erre a soros diódás csúcseyenirányító (ld. 5. ábra). Stacioner állapotban a rezgés amplitúdója U_0 . Ekkor a csúcsetektor kimenetén U_{sz0} feszültség mérhető.

Első lépésben tételezzük fel, hogy a dióda ideális, azaz a nyitóirányú ellenállása zérus (tehát a nyitóirányú időállandó is zérus). Kezdjük akkor a vizsgálatot, amikor hirtelen ismeretlen forrású külső zavaró jel hatására a rendszer állapota megváltozik. Két esetet kell megkülönböztetni: először, amikor az amplitúdó, másodsor, amikor a szabályzófeszültség változik meg.

Ha az amplitúdó megnő vagy a szabályzófeszültség lecsökken, akkor a szabályzás működni kezd és az amplitúdó visszatér eredeti értékére. Ha azonban az amplitúdó lecsökken olyan sebességgel, amelyet az RC -tag feszültsége már nem tud követni, akkor a dióda lezár, a szabályzási kör megszakad. Ezután a szabályzó feszültség a nyugalmi U_{sz0} értékéről τ időállandóval exponenciálisan csökkenni kezd. $U_{sz} < U_{sz0}$ esetén a negatív vezetés nagyobb a pozitívnál, ezért az amplitúdó elkezd növekedni, mindaddig, míg a szabályzó kör be nem záródik és véglegesen helyre nem állítja a stacionárius állapotot. Annál gyorsabban lejátsszódik ez a folyamat, minél kisebb az RC -tag időállandója és minél nagyobb a $\bar{G} - U_{sz}$ karakterisztika meredeksége. Nyilvánvalóan az a cél, hogy a létrejött zavar minél gyorsabban megszűnjön, ehhez pedig szükséges, hogy τ a lehető legkisebb és a szabályzás meredeksége a lehető legnagyobb legyen.

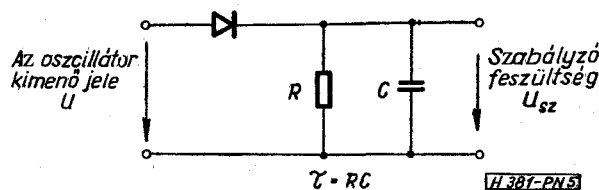
Ha δU_0 -val lecsökkentjük az amplitúdót és magára hagyjuk a rendszert, akkor a szabályzó kör záródásáig az alábbi egyenletrendszer írja le a folyamatot:

$$U = (U_0 - \delta U_0) \exp \left[\frac{v U_0 \tau}{\left| \frac{\partial Y^*}{\partial \omega} \right|^2} \left(e^{-\frac{t}{\tau}} - 1 + \frac{t}{\tau} \right) \right], \quad (35)$$

$$U_{sz} = U_{sz0} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (36)$$

Ez az egyenletrendszer akkor érvényes, ha $U < U_{sz}$ és $U_0 \equiv U_{sz0}$.

Más a helyzet, ha a szabályzó kör U_{sz} ugrásszerű növekedése miatt szakad meg. Ekkor a negatív vezetés kisebb a pozitívnál, az amplitúdó csökkenni kezd és mindaddig csökken, amíg U_{sz} el nem éri nyugalmi U_{sz0} értékét, ettől kezdve a fentebb leírt folyamat játszódik le, azaz a (35) és (36) kifejezés érvényes megfelelő kezdeti feltétellel.



5. ábra. A csúcseyenirányító kapcsolása

A szabályzófeszültség ugrásszerű változása annál nagyobb amplitúdócsökkenést okoz, minél nagyobb az időállandó és minél meredekebb a szabályzás. Ez az amplitúdómegváltozás aztán, mint korábban láttuk, annál gyorsabban helyreáll, minél kisebb a τ értéke és minél meredekebb a szabályzás. Ha tehát növeljük a $\bar{G}-U_{sz}$ karakterisztika meredekségét, akkor egy adott szabályzófeszültség-ugrás nagyobb amplitúdómegváltozást hoz létre, de az gyorsabban helyre is áll. τ -t mindenképpen célszerű a lehető legkisebbre választani.

A valóságos áramkörökben a dióda nyitóirányú ellenállása és az egyenirányítót meghajtó generátor belső ellenállása nem hanyagolható el. A jelenségek minőségi vizsgálatához a diódát a lineáris töréspontos modellel helyettesítjük és a bejövő nyitóirányú nemlineáris tranzienst egyetlen τ_1 időállandójú lineáris áramkörrel közelítjük. Feltételezzük továbbá, hogy az egyenirányító stacioner állapotban $U_{sz0} \equiv U_0$ feszültséget állít elő.

Ha

$$\tau_1 < \frac{\left| \frac{\partial Y^*}{\partial \omega} \right|^2}{4U_0^2}, \quad (37)$$

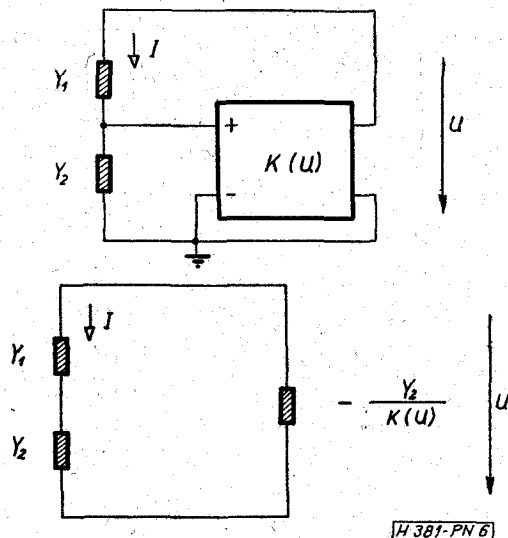
ahol τ_1 a nyitott dióda esetén fellépő időállandó, akkor a (32) összefüggés alapján a rezgés során nem jön létre lecsengő szinuszos túllövés. Ha a (37) nem teljesül, akkor $2\tau_1$ időállandóval lecsengő szinuszfüggvény írja le $U(t)$ U_0 körüli változását, feltéve, hogy a szabályzó kör mindig zárva marad.

Ha a túllövés elegendően nagy, akkor a maximális pillanatérték elérése után a rezgési amplitúdó idő szerinti deriváltjának értéke elérheti, sőt meghaladhatja az U_{sz} maximális csökkenési sebességét, amit a τ időállandó és az U_{sz} aktuális értéke határoz meg. Ekkor a szabályzó kör megszakad. Az amplitúdó mindaddig csökken, míg $U_{sz} > U_{sz0}$, majd növekedni kezd és végül a szabályzó kör bezárul. Ismét létrejön egy túllövés és a jelenség mindaddig folytatódik, míg a túllövés elegendően kicsi nem lesz ahhoz, hogy a szabályzó kör mindig zárva maradjon. Ezután a végállapot már $2\tau_1$ időállandóval áll be. A tranzienst időtartama a τ_1 időállandójú lineáris rendszer esetében mért beállási időnél lényegesen hosszabb lehet.

A fizikai jelenségek vizsgálatából azt a következtetést lehet levonni, hogy amennyiben τ_1 -et nem tudjuk olyan kicsi értékben tartani, hogy a szabályzás megszakadása elkerülhető legyen, akkor érdemes a dióda soros ellenállását megnövelni annyira, hogy a szabályzó kör a rezgés folyamán mindig zárva maradjon. A soros ellenállás növelésének az a hatása, hogy az $U_{sz} - U$ -nak leosztott értéke lesz, tehát csak akkor záródik le a dióda, mikor U lecsökken a leosztott érték alá olyan sebességgel, melyet U_{sz} nem tud követni.

5. A negatív vezetésre vonatkozó módszer kiterjesztése

A negatív vezetést tartalmazó kvázilineáris oszcillátor elméleti apparátusa az általános szinuszos RC- és LC-oszcillátorok vizsgálatára is kiterjeszthető. En-



6. ábra. Feszültségvezérelt feszültséggenerátort tartalmazó oszcillátor elvi vázlata. A frekvenciameghatározó elem a pozitív visszacsatolásban van

nek a módszernek a klasszikus vizsgálati eljárásokkal szemben az az előnye, hogy a rezgés amplitúdó- és frekvenciafeltételét egyetlen közös lépésben vizsgálja, s így általánosabb stabilitási kritériumok lefektetését teszi lehetővé.

A fejezetben a feszültségvezérelt feszültséggenerátort tartalmazó oszcillátorok két típusát vizsgáljuk meg, de a módszer bármilyen felépítésű visszacsatolt oszcillátorra alkalmazható.

Első lépésben helyezzük az Y_1, Y_2 frekvenciameghatározó elemeket a pozitív visszacsatoló ágba (ld. 6a ábra). A feszültséggel vezérelt feszültséggenerátor átviteli tényezője (K) frekvenciafüggetlen és függ a kimeneten mérhető U feszültségamplitúdótól. Az oszcillátor admittanciákat tartalmazó helyettesítő modelljében az erősítő elem hatását egy $-Y_2/K(U)$ admittancia utánozza (ld. 6b ábra). Bevezetve ezután a

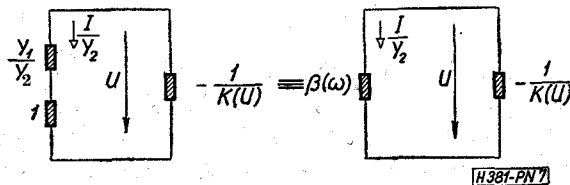
$$\beta = \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2} \quad (37)$$

visszacsatolási tényezőt, a 7. ábrán megadjuk a rendszer legegyszerűbb helyettesítő képét, melyben a be-rezgés feltétele:

$$\beta(\omega_0) - \frac{1}{K(U_0)} = 0. \quad (38)$$

A (26) alapján a rezgés stabilitásának feltétele:

$$\frac{d \left[-\frac{1}{K} \right]}{dU} \Big|_{U_0} \cdot \frac{d[\text{Im}(\beta)]}{d\omega} \Big|_{\omega_0} > 0 \quad (39)$$



7. ábra. Ekvivalens átalakítások

azaz

$$\frac{dK}{dU} \Big|_{U_0} \cdot \frac{d[\operatorname{Im}(\beta)]}{d\omega} \Big|_{\omega_0} > 0. \quad (40)$$

A berezgéshez szükséges, hogy $|K|$ az U függvényében csökkenjen, tehát a (40) egyenlőtlenség egyszerűbb alakra hozható:

$$\frac{d[\operatorname{Im}(\beta)]}{d\omega} \Big|_{\omega_0} \begin{cases} < 0 & \text{ha } \varphi_K = 0 \\ > 0 & \text{ha } \varphi_K = \pm \pi, \end{cases} \quad (41)$$

ahol φ_K az erősítő fázistolása.

Mivel

$$\operatorname{Im}(\beta) = |\beta| \sin \varphi_\beta \quad (42)$$

és a stacioner rezgéshez tartozó fázisszög 0 vagy $\pm \pi$ (ld. (38)), azaz az erősítő fázistolása minden frekvencián 0 vagy $\pm \pi$, a visszacsatolási tényező ω szerinti deriváltja a

$$\begin{aligned} \frac{d[\operatorname{Im}(\beta)]}{d\omega} \Big|_{\omega_0} &= \frac{d(|\beta|)}{d\omega} \Big|_{\omega_0} \sin \varphi_\beta(\omega_0) + \\ &+ |\beta| \cos \varphi_\beta(\omega_0) \frac{d\varphi_\beta}{d\omega} \Big|_{\omega_0} = \begin{cases} |\beta| \frac{d\varphi_\beta}{d\omega} & \text{ha } \varphi_\beta = 0 \\ -|\beta| \frac{d\varphi_\beta}{d\omega} & \text{ha } \varphi_\beta = \pm \pi \end{cases} \end{aligned} \quad (43)$$

alakban írható fel. Ha igaz, hogy $\varphi_\beta + \varphi_K = 0$, akkor az ismert fázisfeltételhez jutunk:

$$\frac{d\varphi_\beta}{d\omega} \Big|_{\omega_0} < 0, \quad (44)$$

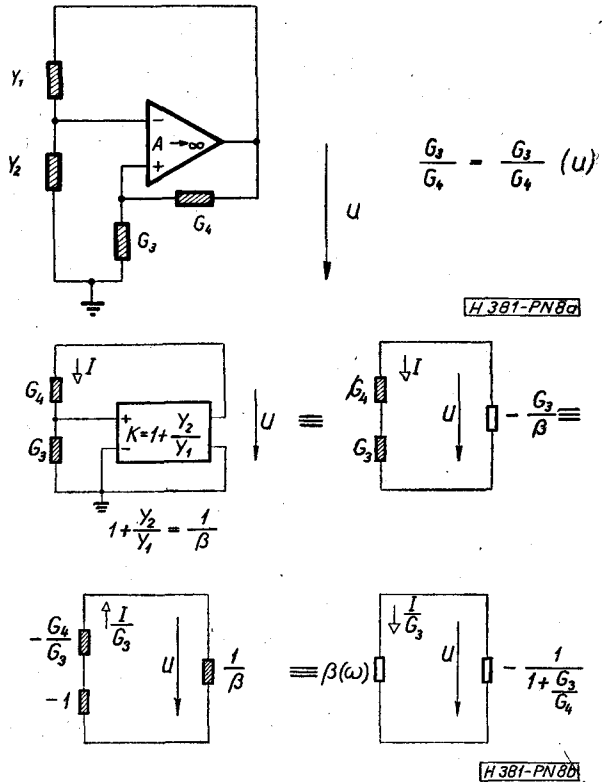
azaz a rezgés akkor stabil, ha a visszacsatolási tényező fázisa a frekvencia függvényében csökken a rezonanciafrekvencia környezetében.

Vizsgáljuk meg ezután azt az esetet, amikor a frekvenciameghatározó elem a negatív visszacsatoló ágba található. Az áramkör és az ekvivalens átalakítások a 8a és 8b ábrán láthatók. Ahhoz, hogy a berezgés létrejöjjön, G_3/G_4 -nek az U feszültségamplitúdó függvényében növekednie kell. A stacioner rezgés feltétele:

$$\beta = \frac{G_4}{G_3 + G_4}. \quad (45)$$

A rezgés stabilitásának feltételét korábbi eredmények ismeretében [ld. (40)] egyszerű megfontolásokkal lehet számolni. A 7. és 8b ábra utolsó átalakítása lényegében azonos áramköri struktúrához vezet azaz a különbséggel, hogy a negatív „vezetésnek” $(1 + G_3/G_4)$ a szint függvényében növekednie kell, így a stabilitás feltétele a (41), (42) és (43) alapján

$$\frac{d\varphi_\beta}{d\omega} \Big|_{\omega_0} > 0. \quad (46)$$



8. ábra. Feszültségvezérelt feszültséggenerátort tartalmazó oszcillátor elvi vázlata, és az ekvivalens helyettesítő modellek. A frekvenciameghatározó elem a negatív visszacsatolásban van

6. Összefoglalás

Cikkünk a kvázilineáris oszcillátorok egyszerű, könnyen kezelhető leírási módszerével foglalkozik. A korábban publikált eredményeket felhasználva általános berezgési és stabilitási feltételeket ad a frekvenciafüggő aktív kétpólust tartalmazó oszcillátorokra és megvizsgálja a különböző, lineáris és nem lineáris amplitúdószabályzó rendszerek hatását a stabilitásra és a berezgési franziensekre. Végül az eredmények általánosításával a leírási módszert kiterjeszti a visszacsatolt erősítőket felhasználó oszcillátorokra is.

A szerzők köszönetet mondanak Dr. Csibi Sándor intézeti igazgatónak és dr. Komarik József osztályvezetőnek a munka során nyújtott segítségért.

IRODALOM

- [1] Minorsky, N.: Nonlinear Oscillations. C. van Nostrand, Princeton, 1962.
- [2] Kurokawa, K.: Some Basic Characteristics of Broadband Negative Resistance Oscillator Circuits. BSTJ, Vol. 48., No. 6., pp. 1937—1955, Aug. 1969.
- [3] Bíró, V.: Negatív ellenállást tartalmazó hálózatok stabilitása. Proc. of the 5. Coll. on Microwave Communication, Vol. II., pp. 45—49, Budapest, 1974.
- [4] Kenyon, N. D.: A Lumped-Circuit Study of Basic Oscillator Behavior. BSTJ, Vol. 49., No. 2., pp. 305—308, Febr. 1970.
- [5] Jochen, P.: Equivalent circuit for injection-locked negative resistance oscillators. Electronic Letters, vol. 6., pp. 61—62, Febr. 1970.
- [6] Kurokawa, K.: Injection locking of microwave oscillators. Proc. of the IEEE, vol. 61., No. 10., pp. 1386—1410, Oct. 1973.
- [7] R. Frank—P. Mises: A mechanika és fizika differenciális és integrálegyenletei. Műszaki Könyvkiadó 1966.