GEFFERTH LÁSZLÓ
Budapesti Műszaki Egyetem
Híradástechnikai Elektronika Intézet

A nagyváltozású érzékenység és alkalmazása

ETO 621.372.089.52

Egy megépített áramkör különbözik a megtervezettől, mert az áramköri paraméterek értéke eltér a számítottól. Az eltérések okai különfélék lehetnek: gyártási pontatlanság, öregedés stb. Az eltérések hatásának vizsgálatával a toleranciaszámítás foglalkozik.

A differenciális érzékenységgel való számításkor feltételezzük, hogy az áramköri paraméterek tényleges értéke a névlegestől csak kis mértékben tér el [1]. Ha azonban az elemek értéke a névlegestől lényegesen eltér, akkor a differenciális érzékenységmódszerek már nem alkalmazhatók.

A tervezőnek gyakran kell olyan eseteket vizsgálnia, amikor az elemek megváltozása többé már nem tekinthető kicsinek. Éppen ezért az utóbbi időben egyre több szerző foglalkozik azzal, hogy az érzékenység fogalmát és számítását kiterjessze véges megváltozások esetére is [2—15]. Az 1. fejezetben összefoglaló jelleggel ismertetjük a különböző szerzők által használt nagyváltozású érzékenység fogalmakat.

A cikk további részében a Butler által definiált nagyváltozású érzékenység fogalmát, számítási módját és alkalmazásait fogjuk részletesen tárgyalni [8].

1. Érzékenységdefiníciók ismert nagy megváltozások esetén

Az utóbbi időben több szerző vizsgálja azt, hogyan lehet pontosan kezelni az áramköri paraméterek nagy megváltozásának a hálózatfüggvényre gyakorolt hatását. Ezzel kapcsolatban több olyan érzékenységdefiníciót vezettek be, amely az áramköri paraméter (ismert) nagy megváltozását veszi figyelembe.

Az első olyan érzékenységdefiníció, amely már a nagy megváltozások figyelembevételén alapult [2, 3, 4]:

$$S_{i\Delta}=\frac{\Delta F_i}{\Delta x_i}, \quad \text{ill.}$$

$$S^r_{i\Delta}=\frac{x_{i0}}{F_0}\frac{\Delta F_i}{\Delta x_i}, \tag{1}$$

ahol $S_{i\Delta}$ az abszolút, $S^r_{i\Delta}$ a relatív érzékenység, x_{i0} az i-edik áramköri paraméter névleges értéke, Δx_i az i-edik áramköri paraméter értékének megváltozása, $F_0=F\,(x_{10}, x_{20}, \ldots, x_{n0})$ a hálózatfüggvény névleges értéke, n a paraméterek száma, ΔF_i a hálózatfüggvény megváltozása az i-edik paraméter megváltozásának hatására.

Beérkezett: 1974. V. 23.

Az így definiált nagyváltozású érzékenység megegyezik a differenciális érzékenységgel, ha $\Delta x_i \to 0$, és abból az alábbi módon számolható ki:

$$S_{i\Delta}=\frac{S_i}{1+\Delta x_i N'/N}, \tag{2}$$

ahol $S_i=\frac{\partial F_i}{\partial x_i}$ a differenciális érzékenység, N a hálózatfüggvény nevezője, N' a nevező x_i szerinti deriváltja.

A (2) képlet csak akkor alkalmazható, ha a hálózatfüggvény bilineárisan függ az elemtől [5].

A nagyváltozású érzékenységet több paraméter együttes megváltozása esetén az előbbitől eltérő módon definiálták [6, 7]:

$$S_n=\frac{\Delta F}{F_0} \qquad \Delta x_i\neq 0 \qquad i=1,\, 2,\, \ldots,\, n \tag{3}$$

ahol ΔF a hálózatfüggvény megváltozása az áramköri paraméterek megváltozásának hatására, n a változó paraméterek száma.

A többváltozós nagyváltozású érzékenység számításánál előnyös, ha a hálózatfüggvényt szimbolikus alakban ismerjük, mert egyszerű behelyettesítéssel S_n számítható. A [7] cikkben szellemes módszert közölnek n változó paraméter esetében a hálózatfüggvény szimbolikus felírására.

Az előzőekben ismertetett érzékenységeknél az áramköri paraméter ismert megváltozásához tartozó hálózatfüggvény-megváltozást számították ki, és ezekkel fejezték ki az érzékenységet. Az így definiált nagyváltozású érzékenységek az analízis során használhatók előnyösen, tekintve, hogy a paraméter megváltozását ismertnek tételezik fel.

Jelen cikk további részében nagyváltozású érzékenységnek az előbbiektől eltérő értelmű érzékenységet fogunk nevezni, melynek pontos definícióját, számítási módját és alkalmazását ismertetjük részletesen.

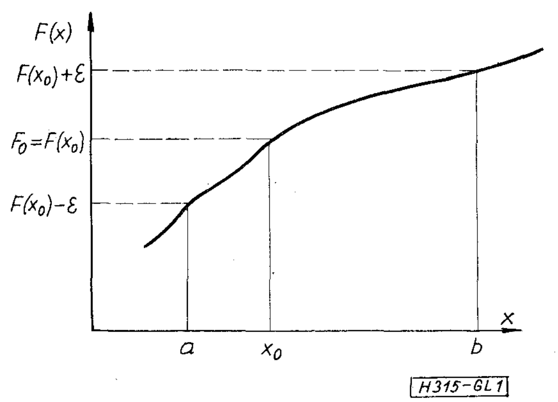
2. A nagyváltozású érzékenység Butler szerinti értelmezése

2.1. Kiinduló feltételezések

A módszer [8] az alábbi feltételezéseken alapszik.

1. Létezik az áramköri paramétereknek olyan függvénye, F hálózatjellemző, mely egyértelműen utal az áramkör „jóságára".

— Az F hálózatjellemző megválasztható pozitív értékű hibafüggvényként, pl. egy hálózat-



1. ábra. A megengedett tartomány

függvény tényleges és névleges értéke közötti eltérés abszolút értékeként.

— F lehet valós hálózatfüggvény is, pl. bemeneti impedancia valós része.

— Egyidejűleg több hálózatjellemző is felvehető.

2. Jónak nevezzük a hálózatot akkor, ha a hálózatjellemző tényleges értéke legfeljebb egy adott ε értékkel tér el a névleges értékekhez tartozó értéktől, F_0-tól. Az áramköri paraméterek terében azt a tartományt, amelyhez tartozó hálózatjellemző érték jó, megengedett tartománynak nevezzük. Bármely realizáció, amelynél az áramköri paraméterek értéke a megengedett tartományba esik, egyformán jó. A fentieket egyetlen áramköri paraméter esetében az 1. ábrán illusztráljuk. Az áramköri paraméter névleges értéke x_0. A kritériumfüggvény névleges értéke F_0, a megengedett eltérés F_0-tól $\pm\varepsilon$. Az ábrából leolvashatóan a megengedett tartomány $a \leq x \leq b$.

2.2. *A nagyváltozású érzékenység definíciója*

Az összes áramköri paraméter értéke legyen névleges. Növeljük x_k értékét a névlegesről egészen addig, míg az F hálózatjellemző értéke még éppen elfogadható. Az áramköri paraméter névlegestől való eltérését százalékosan fejezzük ki. Jelöljük x_k százalékos megváltozását Δx_k^+-val. Az 1. ábra jelöléseinek értelemszerű alkalmazásával

$$\Delta x_k^+ = \frac{b - x_{k0}}{x_{k0}} \cdot 100[\%]. \tag{4}$$

Csökkentsük most x_k értékét a névlegesről egészen addig, míg az F hálózatjellemző értéke még éppen elfogadható. Jelöljük x_k százalékos megváltozását Δx_k^--val:

$$\Delta x_k^- = \frac{a - x_{k0}}{x_{k0}} \cdot 100[\%]. \tag{5}$$

A k-adik paraméterre vonatkoztatott nagyváltozású érzékenység [8]:

$$L_k = \max\left(\frac{1}{\Delta x_k^+}; \frac{-1}{\Delta x_k^-}\right), \tag{6}$$

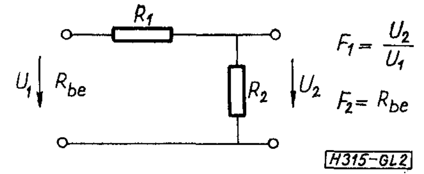
ahol a max azt jelenti, hogy a két mennyiség közül a nagyobbikat kell venni.

A nagyváltozású érzékenység értéke függ az F hálózatjellemzőtől, annak megengedett eltérésétől, ε-tól, az áramköri paraméterek névleges értékétől. Látható, hogy a nagyváltozású érzékenység fogalma jól egyezik az érzékenységről alkotott elképzelésünkkel: Ha egy paraméter kis megváltozása is már ε-nál nagyobb megváltozást okoz a hálózatjellemzőben, akkor az nagy érzékenységet jelent. Ezért célszerű a paraméterváltozás reciprokát definiálni érzékenységként.

2.3. *A függvénykontúr fogalma*

Az előző pontban azt írtuk le, hogy mennyire térhet el egyetlen paraméter értéke a névlegestől, amíg az áramkör az előírást még teljesíti. Most azt fogjuk megvizsgálni, hogyan terjeszthetők ki az előbbiek arra az esetre, ha egyszerre két paraméter változhat meg.

A függvénykontúr az áramköri paraméterek kétdimenziós alterében az elfogadható tartomány határa [9]. A függvénykontúr fogalmát legjobban egy példán keresztül világíthatjuk meg.



2. ábra. Mintapélda

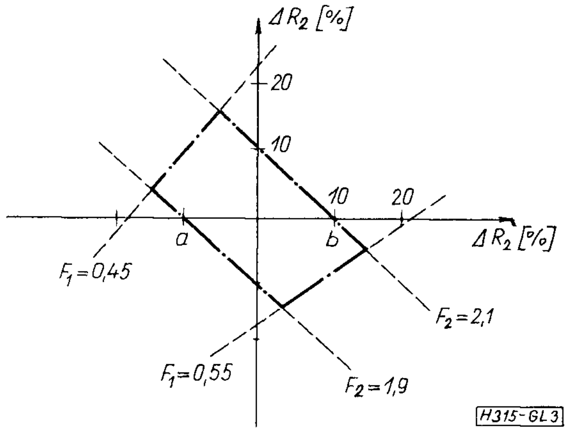
Tekintsünk egy egyszerű feszültségosztót (2. ábra). Legyen az egyik kritériumfüggvény a feszültség transzfer függvény, a másik kritériumfüggvény pedig a bemeneti ellenállás:

$$F_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \tag{7}$$

$$F_2 = R_1 + R_2. \tag{8}$$

Legyen mindkét ellenállás névleges értéke 1. Így $F_{10} = 0{,}5$ és $F_{20} = 2$. A kritériumfüggvények megengedett eltérése $\pm 10\%$, ill. $\pm 5\%$.

Ábrázoljuk a két paramétert (R_1 és R_2) a 2.2 pontban leírt módon, a névleges értéktől való százalékos eltéréssel, egy derékszögű koordinátarendszerben (3. ábra). Ha csak egy kritériumfüggvény volna, pl. F_1, akkor az elfogadható tartomány határa a szaggatott vonal lenne. Mivel most két kritériumfüggvény van, ezért az eredő elfogadható tartomány a két elfogadható tartomány közös része lesz (a pont-vonallal határolt terület). Közös rész biztosan lesz, hiszen a névleges értékeknek mindegyik tartományban benne kell lennie (2.1. pont 2. feltétel). A függvénykontúr fogalmát úgy is felfoghatjuk, mint kétparaméteres nagyváltozású érzékenységet, hiszen azt mutatja meg, hogy mennyire változhat meg egy paraméter értéke egy másik paraméter értékének változásakor.



3. ábra. A mintapélda függvénykontúrja

A függvénykontúr meglehetősen jó képet ad az áramkörről, mert az áramkör elektromos tulajdonságai nagyrészt paraméterpároktól függenek, pl. RC-szorzatok, ellenállásarányok.

A függvénykontúrról leolvasható az egyparaméteres nagyváltozású érzékenység is. Mivel az összes elem értékének névlegesnek kell lennie (kivéve azt, amelyiknek az érzékenységét keressük), a nagyváltozású érzékenységet a tengelymetszékek reciprokai adják. Pl. az R_1-re vonatkozó nagyváltozású érzékenység:

$$L_{R_1}=\max(1/a,\ -1/b). \tag{9}$$

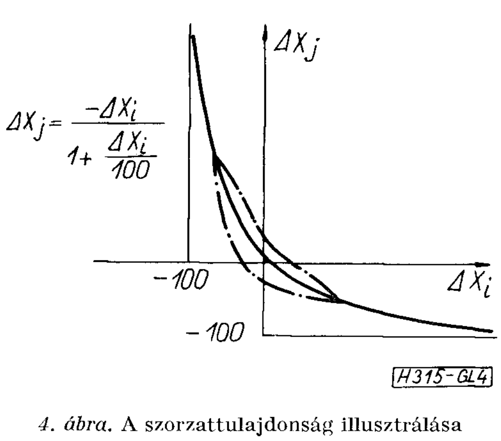
2.4. A függvénykontúr tulajdonságai

Jelöljük $K_{i,j}$-vel az x_i és x_j paraméterekhez tartozó függvénykontúrt.

Az F hálózatjellemzőt akkor mondjuk szingulárisan érzékenynek két paraméter (x_i, x_j) egy kombinációjára (pl. szorzatára), ha F ezen paraméterektől csak ezen kombináción keresztül függ [8]. Ha a paraméterek úgy változnak meg, hogy pl. a szorzat értéke változatlan, akkor F is változatlan.

2.4.1. Szorzattulajdonság

Ha F szingulárisan érzékeny két paraméter (x_i, x_j) értékének szorzatára, akkor:



4. ábra. A szorzattulajdonság illusztrálása

a) $K_{i,j}$ (4. ábra pont-vonal) rásimul a

$$\Delta x_j=\frac{-\Delta x_i}{1+\dfrac{\Delta x_i}{100}} \tag{10}$$

görbére (4. ábra folytonos vonala) abban az esetben, ha $\varepsilon\to 0$.

Bizonyítás: Legyen $X_{sz}=x_i\cdot x_j$, a paraméterek tényleges értékének szorzata. A szorzat tényleges és névleges értékének különbsége:

$$\Delta X_{sz}=X_{sz}-X_{sz0}=x_i\cdot x_j-x_{i0}\cdot x_{j0}=$$

$$=\frac{x_{i0}\cdot x_{j0}}{100}\left(\Delta x_i+\Delta x_j+\frac{\Delta x_i\cdot\Delta x_j}{100}\right), \tag{11}$$

innen:

$$\Delta x_j=\frac{-\Delta x_i}{1+\dfrac{\Delta x_i}{100}}+\frac{100\Delta X_{sz}}{x_{i0}\cdot x_{j0}\left(1+\dfrac{\Delta x_i}{100}\right)}. \tag{12}$$

Ha F a névleges értéktől csak kicsit térhet el, $\varepsilon\to 0$, akkor ez egyben azt is jelenti, hogy $\Delta X_{sz}\to 0$. A szorzat értékének megváltozása tart nullához, ami nem egyenlő azzal, hogy a két paraméter értékének megváltozása tart külön-külön nullához. Ekkor visszakapjuk a (10) képletet.

Ebből azt a következtetést vonhatjuk le, hogy ha a függvénykontúr a 4. ábrán pont-vonallal ábrázolt görbe alakú, akkor nem a két paraméter névleges értékét kell külön-külön betartani, hanem a két paraméter értékének szorzatát.

b) $K_{i,k}=K_{j,k}$ minden k-ra. (13)

Bizonyítás: A (11) egyenlet alapján

$$\Delta X_{sz}|_{\Delta x_i=0}=\frac{x_{i0}\cdot x_{j0}}{100}\cdot\Delta x_j, \tag{14a}$$

$$\Delta X_{sz}|_{\Delta x_j=0}=\frac{x_{i0}\cdot x_{j0}}{100}\cdot\Delta x_i. \tag{14b}$$

Látható, hogy ugyanakkora Δx_i és Δx_j megváltozások ugyanakkora ΔX_{sz}-t okoznak, ha mindkét esetben az összes többi paraméter értéke (a k-adik is) ugyanazon az értéken szerepel. Ez pedig azt jelenti, hogy a két függvénykontúr teljesen egyforma.

2.4.2. *Aránytulajdonság*

Ha F szingulárisan érzékeny két paraméter (x_i, x_j) értékének hányadosára, akkor

a) $K_{i,j}$ rásimul a Δx_i, Δx_j síkon a 45°-os egyenesre, ha $\varepsilon\to 0$.

Bizonyítás: Legyen $X_a=x_j/x_i$, a tényleges értékek hányadosa. Így

$$\Delta X_a=X_a-X_{a0}=\frac{x_{j0}}{x_{i0}}\left(\frac{1+\dfrac{\Delta x_j}{100}}{1+\dfrac{\Delta x_i}{100}}-1\right), \tag{15}$$

innen

$$\Delta x_j=\left(1+\frac{x_{i0}}{x_{j0}}\Delta X_a\right)\Delta x_i+100\frac{x_{i0}}{x_{j0}}\Delta X_a. \tag{16}$$

Ha F a névleges értéktől csak kicsit térhet el,

akkor $\Delta X_a \to 0$,

így $\Delta x_j = \Delta x_i$, (17)

ami a Δx_i, Δx_j síkon a 45°-os egyenesnek felel meg.

b) A $K_{i,k}$ és $K_{j,k}$ kontúr egymásnak tükörképe a Δx_k tengelyre.

Bizonyítás: A (15) egyenletből

$$\Delta X_a|_{\Delta xi=0} = \frac{X_{a0}}{100}\Delta x_j, \tag{18a}$$

$$\Delta X_a|_{\Delta xj=0} = X_{a0}\left(\frac{1}{1+\dfrac{\Delta x_i}{100}} - 1\right). \tag{18b}$$

Ha $\Delta x_i \ll 100$ és $\Delta x_j \ll 100$ akkor

$$\Delta X_a|_{\Delta xj=0} \approx -\frac{X_{a0}}{100}\Delta x_i. \tag{19}$$

Tehát (18*a*)-ból és (19)-ből

$$\Delta X_a|_{\Delta xi=0} \approx -\Delta X_a|_{\Delta xj=0} \tag{20}$$

Látható, hogy ugyanakkora Δx_i és Δx_j megváltozások ellentétes előjelű, de ugyanakkora ΔX_a-t okoznak, ez pedig éppen Δx_k tengelyre vonatkoztatott tükörképnek felel meg.

2.4.3 Súlyozott összeg tulajdonság

Ha F szingulárisan érzékeny két paraméter (x_i, x_j) súlyozott összegére ($X_ö = mx_i + x_j$), akkor:

a) $K_{i,j}$ rásimul a

$$\Delta x_j = -m\frac{x_{i0}}{x_{j0}}\Delta x_j \tag{21}$$

egyenesre, ha $\varepsilon \to 0$.

Bizonyítás: $\Delta X_ö = mx_i + x_j - mx_{i0} - x_{j0} =$

$$= m(x_i - x_{i0}) + (x_j - x_{i0}) = \tag{22}$$

$$= m\frac{\Delta x_i}{100}x_{i0} + \frac{\Delta x_j}{100}x_{j0}.$$

Ha $\Delta X_ö \to 0$, akkor megkapjuk a (21)-et.

b) A $K_{i,k}$ és $K_{j,k}$ függvénykontúrok teljesen hasonlóak, ha a Δx_i tengelyt egy megfelelő konstanssal megszorozzuk.

Bizonyítás: A (22) egyenletből

$$\Delta X_ö|_{\Delta xj=0} = \frac{m\Delta x_i x_{i0}}{100}, \tag{23}$$

$$\Delta X_ö|_{\Delta xj=0} = \frac{\Delta x_j x_{j0}}{100}. \tag{24}$$

Látható, hogy egy konstanstól eltekintve a két megváltozás egyenlő.

2.4.4. Szimmetriatulajdonság

Ha F x_i-nek és x_j-nek szimmetrikus függvénye, azaz $F(x_i=\alpha,\ x_j=\beta) = F(x_i=\beta,\ x_j=\alpha)$, akkor $K_{i,j}$ szimmetrikus a

$$\Delta x_j = \frac{x_{i0}}{x_{j0}}\Delta x_i + 100\frac{x_{i0}-x_{j0}}{x_{j0}} \tag{25}$$

egyenesre. Speciálisan, ha $x_{i0} = x_{j0}$, akkor a szimmetriatengely a 45°-os egyenes.

Bizonyítás: Ha egy adott x_i és x_j paraméter értékpárhoz tartozó pont a Δx_i, Δx_j síkon kontúrpont, akkor az x_i és x_j értékpárhoz tartozó pont is kontúrpont a szimmetria miatt. Ez megfelel a 45°-os egyenesre való tükrözésnek az x_i, x_j síkon. Ha ezt a 45°-os egyenest az eltérésekkel írjuk fel, akkor a

$$\left(1+\frac{\Delta x_i}{100}\right)x_{i0} = \left(1+\frac{\Delta x_j}{100}\right)x_{j0} \tag{26}$$

egyenletet kapjuk. Az x_i, x_j síkról áttérve a Δx_i, Δx_j síkra megkapjuk a (25) egyenletet.

2.5 *Összehasonlítás a differenciális érzékenységgel*

A nagyváltozású érzékenység és a differenciális érzékenység egy paraméter esetében annyiban hasonlít egymáshoz, hogy mindkét esetben egyetlen paraméter értéke változik, míg az összes többi paraméter értéke változatlan, a névleges.

A differenciális érzékenység az áramkört a paraméterek névleges értékének kis környezetében többé-kevésbé pontosan jellemzi. A nagyváltozású érzékenység ezzel szemben nagy megváltozások esetében is pontosan kezeli az áramkört; a differenciális érzékenység ekkor már nem pontos.

A függvénykontúr fogalma jó segítség az áramkörök tervezésében. A függvénykontúr alakjából az előző fejezetben felsorolt tulajdonságok felismerhetők, és ennek alapján behangolási, beállítási utasítások írhatók elő.

A módszerrel egyidejűleg több specifikáció is figyelembe vehető.

3. A nagyváltozású érzékenység számítása

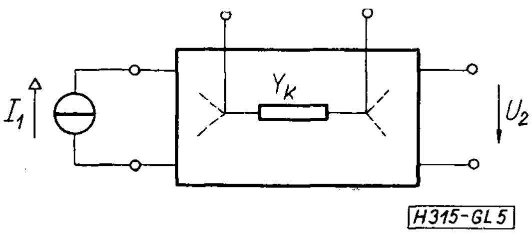
Az alább ismertetendő számítási módszer abban az esetben alkalmazható, ha az áramkör megengedett elemei ellenállások, induktivitások, kapacitások és feszültségvezérelt áramgenerátorok. Ha az áramkör egyéb elemeket is tartalmaz, akkor megfelelő transzformációval úgy kell ezeket átalakítani, hogy az eredő áramkörben csak a megengedett elemek szerepeljenek. A módszerrel tetszőleges hálózatfüggvény érzékenysége számítható.

A vizsgálandó hálózatfüggvényt impedancia dimenziójú függvényekből számítjuk ki. Így elegendő csak az impedanciafüggvények érzékenységét számolni. Az impedanciafüggvények kiszámításánál egységnyi áramú áramgenerátor legyen a gerjesztés a megfelelő kapun. Ezzel azt érjük el, hogy elegendő csak a feszültség érzékenységét számolni.

3.1 A nagyváltozású érzékenység számítása egy paraméter esetében

Tekintsünk egy lineáris, időinvariáns kétkaput (5. ábra). A kétkaput a kapu impedancia mátrixszal írjuk le:

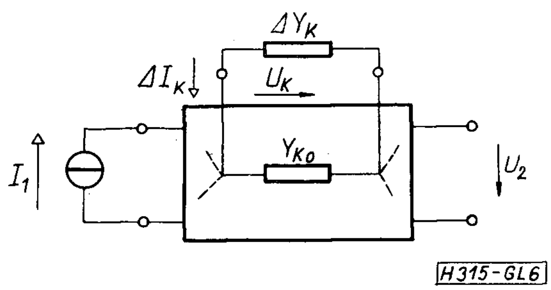
$$U = ZI, \tag{27}$$



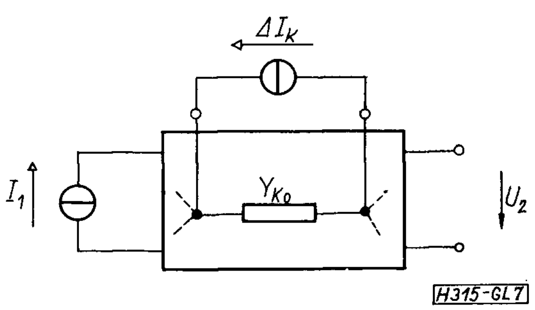
5. ábra. Új kapu létesítése admittancia esetén

ahol I a gerjesztő kapuáramok vektora, Z a kapu impedanciamátrix, U a kapufeszültségek vektora.

Először megvizsgáljuk, hogy egy áramköri paraméter értékének változása hogyan jelentkezik a feszültség értékében. Az így nyert összefüggéseket használjuk fel a nagyváltozású érzékenység számításához. Az összes áramköri paraméter értéke legyen névleges, kivéve az Y_k admittanciáét. Állandó gerjesztés esetén az U_2 feszültség megváltozását keressük, abban az esetben, ha az Y_k admittancia változik. Vezessük ki az Y_k admittancia két végpontját az 5. ábrán látható módon. Így egy újabb kaput, a k-adikat kapjuk. Az Y_k admittancia névlegestől való eltérését (ΔY_k) emeljük ki (6. ábra). Így egy háromkaput kapunk, melyben az összes paraméter értéke változatlanul a névleges, beleértve Y_k-t is. A háromkapuban a feszültségek és áramok nem fognak megváltozni, ha ΔY_k-t egy olyan áramgenerátorral helyettesítjük, melynek árama egyenlő az előzőleg ΔY_k-n átfolyó árammal (7. ábra) [10]. Ily módon az eredeti háromkapu változatlanul a névleges marad, csupán az eddigi egy áramgenerátor helyett most két áramgenerátor hajtja meg a háromkaput. Ha ez újabb áramgenerátor árama nulla, visszakapjuk az eredeti áramkört.



6. ábra. Admittancia megváltozásának kezelése



7. ábra. Új áramgenerátor bekötése admittanciánál

A megváltozott szekunderoldali feszültséget (U_2) a szuperpozíció tétel alapján számíthatjuk ki:

$$U_2 = Z_{21} I_1 + Z_{2k} \Delta I_k, \tag{28}$$

ahol Z_{21} és Z_{2k} az indexben jelölt kapuk közötti üresjárási transzfer impedanciák.

A kérdés most az, hogy mekkora legyen ennek a helyettesítő áramgenerátornak az árama, ha ΔY_k-t ismerjük.

Az Y_k admittancián a feszültség:

$$U_k = Z_{k1} I_1 + Z_{kk} \Delta I_k, \tag{29}$$

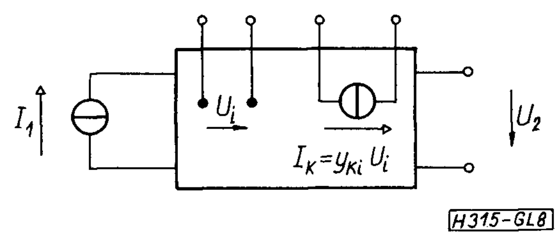
ahol Z_{k1} az indexben jelölt kapuk közötti üresjárási transzfer impedancia, Z_{kk} a k-adik kapu üresjárási bemeneti impedanciája.

A ΔY_k-n átfolyó áram az Ohm törvény alapján:

$$\Delta I_k = -\Delta Y_k U_k = -\Delta Y_k (Z_{k1} I_1 + Z_{kk} \Delta I_k), \tag{30}$$

ahonnan

$$\Delta I_k = \frac{-\Delta Y_k Z_{k1} I_1}{1 + Z_{kk} \Delta Y_k}. \tag{31}$$



8. ábra. Új kapuk létesítése vezérelt generátor esetén

A jobb oldal összes eleme ismert, ezért tetszőleges ΔY_k-hoz kiszámolható a helyettesítő áramgenerátor árama.

Ha a kétkapu feszültségvezérelt áramgenerátort is tartalmaz, akkor a vezérlési tényező megváltozásának hatása szintén egyszerűen számítható. Képezzünk az eredeti kétkapun két újabb kaput. Így egy négykaput kapunk. Legyen kivezetve a vezérelt generátor két végpontja (k-adik kapu), és legyen kivezetve az a két csomópont, melyek közötti feszültség vezérli az áramgenerátort (i-edik kapu) (8. ábra).

A megváltozott generátoráramot úgy is felfoghatjuk, mint két generátor áramának összegét. Az egyik generátor az eredeti áramot adja (I_{k0}), a másik pedig a megváltozást (ΔI_k).

A második generátor árama:

$$\Delta I_k = -\Delta Y_{ki} U_i, \tag{32}$$

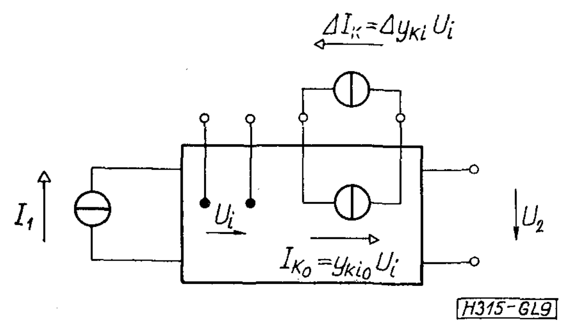
ahol ΔY_{ki} az áramgenerátor vezérlési tényezőjének a megváltozása.

Az előzőekhez hasonlóan:

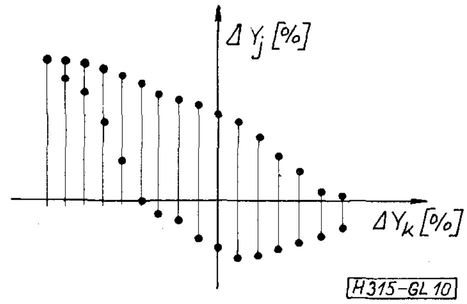
$$\Delta I_k = \frac{-Z_{i1} I_1 \Delta Y_{ki}}{1 + Z_{ki} \Delta Y_{ki}}, \tag{33}$$

és U_2 a (28) képlet alapján számítható.

A nagyváltozású érzékenység ezek után úgy számítható, hogy az előbbiekben leírt műveleteket for-



9. ábra. Új áramgenerátor bekötése vezérelt generátornál



10. ábra. A függvénykontúr számítása

dított sorrendben végezzük el. A szekunderoldali feszültség megengedett eltéréséhez ΔI_k számolható a (28) képletből, innen pedig ΔY_k, ill. ΔY_{k_i} értéke a (31), ill. a (33) képletből adódik. ΔY_k, ill. ΔY_{k_i} ismeretében a (6) képlet alapján a nagyváltozású érzékenység számítható.

3.2. *A függvénykontúr számítása*

A függvénykontúr, mint a 2.3 pontban láttuk, a nagyváltozású érzékenység két áramköri paraméter egyidejű változása esetén. Az előző pontban leírt módszer erre az esetre is kiterjeszthető [12]. A függvénykontúr általában nem írható fel zárt alakban. Ezért a folytonos görbének csak pontjait tudjuk számolni. A pontokat elegendő sűrűn felvéve a függvénykontúr jól közelíthető.

A ΔU_2 feszültség két paraméter (Y_k; Y_i) megváltozása esetén

$$-\varepsilon \leq \Delta U_2 = Z_{2k}\Delta I_k + Z_{2i}\Delta I_i \leq \varepsilon \tag{34}$$

képlettel számítható, ahol az indexek jelentése megegyezik az előző pontban leírtakkal.

Az Y_k és Y_i admittancián a feszültséget most három generátor árama határozza meg, az eredeti áramgenerátoré (I_1), és az admittanciák megváltozását reprezentáló két járulékos áramgenerátoré (ΔI_k ΔI_i). Így ΔI_k-ra és ΔI_i-re egy kétismeretlenes egyenletrendszert kapunk. melyben szerepel az admittanciák megváltozása (ΔY_k, ΔY_i). Növeljük meg Y_k értékét elegendően kis r%-kal. A 4.1. pontban leírt gondolatmenetet követve, felhasználva a (34) egyenlőtlenséget, ΔY_i értéke számítható. Két értéket fogunk kapni ΔY_i-re, az egyik érték U_2 növekedéséhez, a másik a csökkenéséhez tartozik. Feltételezve, hogy a függvénykontúr zárt görbe, Y_k értékét addig növeljük lépésről lépésre r%-kal, míg a két ΔY_i érték közel azonos lesz. A fentieket Y_k értékének r%-os fokozatos csökkentésével is el kell végezni. Egy feltételezett esetet ábrázoltunk a 10. ábrán.

A fentiekben leírt módszernek az az előnye, hogy csak egy mátrixinverzióra van szükség ahhoz, hogy a (27) egyenletben levő **Z** mátrixot a kapu admittancia mátrixból megkapjuk. Ily módon bármely elem tetszőleges nagyságú megváltozásának hatása egyszerű algebrai műveletekkel számítható. A nagyváltozású érzékenység és függvénykontúr szintén egyszerű algebrai műveletekkel számítható.

A nagyváltozású érzékenységet és a függvénykontúrt a csomóponti admittancia mátrix invertálásából kapott impedancia mátrixból is számíthatjuk. Ekkor ennek a mátrixnak az elemei szerepelnek a (31), (33) képletekben [11].

Ez a módszer az (1) és (3) képlettel definiált nagyváltozású érzékenységek számítására is alkalmazható.

4. Alkalmazás

4.1. *Modellegyszerűsítés*

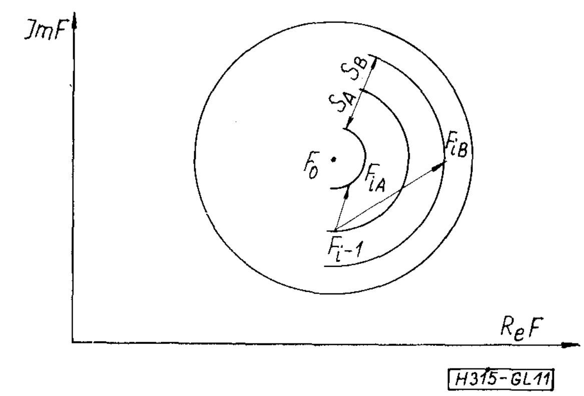
Ahhoz, hogy egy áramkör analízisét a leggyorsabban elvégezhessük szükséges, hogy az áramköri elemek olyan legegyszerűbb modelljét alkalmazzuk, amelyik az adott analízisfeladatnak legjobban megfelel. A modeliegyszerűsítési feladatnál az áramköri elem legbonyolultabb modelljéből indulunk ki. Ennek hálózatfüggvényét ismerjük. Az egyszerűsített modellt akkor tekintjük jónak, ha hálózatfüggvénye a legbonyolultabb modell hálózatfüggvényétől előírt toleranciánál többel nem tér el. Ezt a toleranciát a teljes áramkör analízisének pontossága szabja meg.

A modellegyszerűsítés első lépéseként meg kell keresni azokat az elemeket, amelyek értékét 0-ra vagy ∞-re változtatva nem viszik ki a hálózatfüggvényt a toleranciahatárok közül. Ebben a lépésben az elemeket egyesével vizsgáljuk, míg az összes többi elem értékét a névlegesen tartjuk. Az előző fejezetben leírt módon ez gyorsan elvégezhető.

Miután meghatároztuk azokat az elemeket, amelyek mint eltávolítandó elemek számításba jöhetnek, ki kell választani azokat, amelyeket ténylegesen is el lehet távolítani. Egyszerre csak egy elemet távolítsunk el, és addig ismételjük az eljárást, amíg a hálózatfüggvény a toleranciahatárok között marad [13].

Tekintsük először az egyszerűsítést egyetlen frekvencia esetén. Tételezzük fel, hogy a hálózatfüggvény (F) toleranciája a komplex síkon ábrázolva kör alakú, a kör középpontja a névleges érték F_0 (11. ábra).

A hálózatfüggvény értéke az i-edik elem eltávolítása előtt (F_{i-1}) általában nem egyezik meg a névleges értékkel. Jellemezzük az eltávolítás



11. ábra. Modellegyszerűsítés egy frekvencián

jóságát azzal, hogy a hálózatfüggvény értéke az eltávolítás után milyen közel maradt a névleges értékhez.

Az elmozdulás mértéke:

$$s = |F_{i-1} - F_0| - |F_i - F_0|, \tag{35}$$

azaz s pozitív, ha a függvény értéke a névlegeshez közeledett, és negatív, ha tőle távolodott.

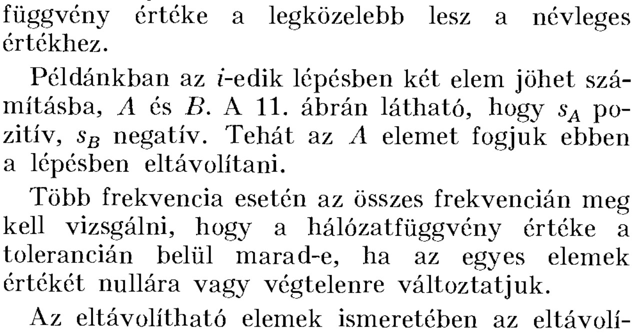
Az eltávolítható elemek közül azt távolítjuk el, amelyikhez tartozó s érték a legnagyobb pozitív, ill. ha ilyen nincs, akkor a legkisebb negatív szám. Tehát amelyik elem eltávolítása után a hálózatfüggvény értéke a legközelebb lesz a névleges értékhez.

Példánkban az i-edik lépésben két elem jöhet számításba, A és B. A 11. ábrán látható, hogy s_A pozitív, s_B negatív. Tehát az A elemet fogjuk ebben a lépésben eltávolítani.

Több frekvencia esetén az összes frekvencián meg kell vizsgálni, hogy a hálózatfüggvény értéke a tolerancián belül marad-e, ha az egyes elemek értékét nullára vagy végtelenre változtatjuk.

Az eltávolítható elemek ismeretében az eltávolítandó elem meghatározásához válasszuk ki az egyes elemekhez tartozó különböző frekvencián számolt s-ek közül azt, amelyiknél a hálózatfüggvény értéke a legmesszebb lesz a névlegestől. Azt az elemet fogjuk eltávolítani, amelyiknél az így kiválasztott legrosszabb esetben a hálózatfüggvény értéke a legközelebb lesz a névlegeshez.

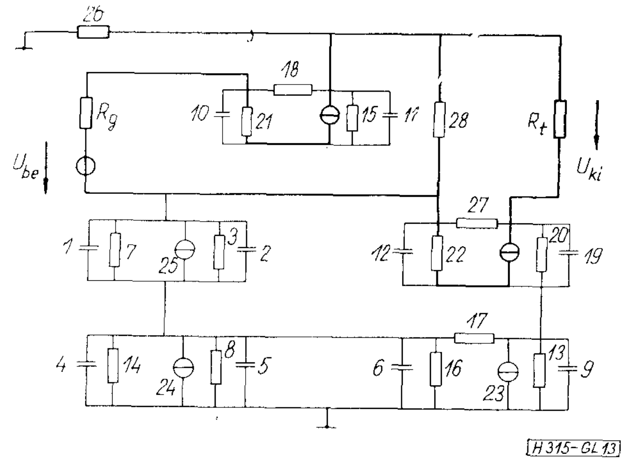
Példánkban az i-edik lépésben két elem jöhet számításba A és B, és két frekvencián (ω_1 és ω_2) van előírás (12. ábra).



12. ábra. Modellegyszerűsítés két frekvencián

Az A elemnek a rosszabb elmozdulásmértéke az ω_1 frekvencián van, s_{A1} (Az ω_2 frekvencián közelebb lesz a függvény értéke a névlegeshez az A elem eltávolítása után). A B elemnek a rosszabb elmozdulásmértéke szintén az ω_1-en van, s_{B1}. Azt az elemet kell eltávolítani, amelyiknek jobb, azaz nagyobb, az elmozdulásmértéke. Mivel $s_{A1} > s_{B1}$, az A elemet kell ebben a lépésben eltávolítani.

A 13. ábrán egy műveleti erősítő helyettesítő képe látható. A vastag vonallal rajzoltak a leegyszerűsített áramkört mutatják, az elemek mellé írt számok az eltávolítás sorrendjét. Három frekvencián az U_2 feszültség maximum 4% megváltozása volt az előírás [13].



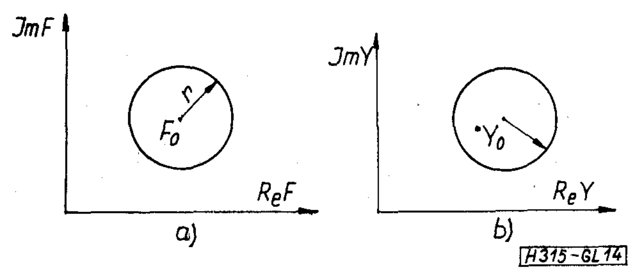
13. ábra. Műveleti erősítő egyszerűsítése

4.2. *Toleranciakiosztás*

Egy áramkör megtervezése még nem ér véget az áramköri paraméterek névleges értékének meghatározásával. Az áramköri paraméterek toleranciájának kiosztása hozzátartozik a tervezéshez. A toleranciakiosztás sokféleképpen oldható meg. Differenciális érzékenység módszerrel például úgy, hogy a paraméterek toleranciáit az elsőrendű érzékenységek reciprokával arányosan osztják ki. Most azt mutatjuk be, hogyan lehet a nagy megváltozások figyelembevételével megoldani a toleranciakiosztást.

Tételezzük fel, hogy a hálózatfüggvény toleranciája a komplex síkon körrel van megadva (14*a* ábra). Ha az áramkörben csak olyan elemek vannak, melyekre a kapcsolat bilineáris, akkor két csomópont közötti ágadmittancia eltérését ábrázolva szintén kört fogunk kapni (14*b* ábra). E kör középpontja általában nem egyezik meg a névleges értékkel. Az F síkon ábrázolt kör belseje az Y síkon ábrázolt kör belsejébe vagy külsejébe transzformálódik. Külsejébe csak akkor, ha a (31), ill. (33) egyenletnek pólusa van [10].

Az Y síkon kapott körök a toleranciakiosztáshoz szükséges hasznos információt adják. Ha az admittanciában a paraméterek névleges értéke a kör széléhez közel helyezkedik el, akkor szükség van a névleges érték megváltoztatására. A cél az, hogy a névleges értékek lehetőleg a kör középpontjában legyenek, ha

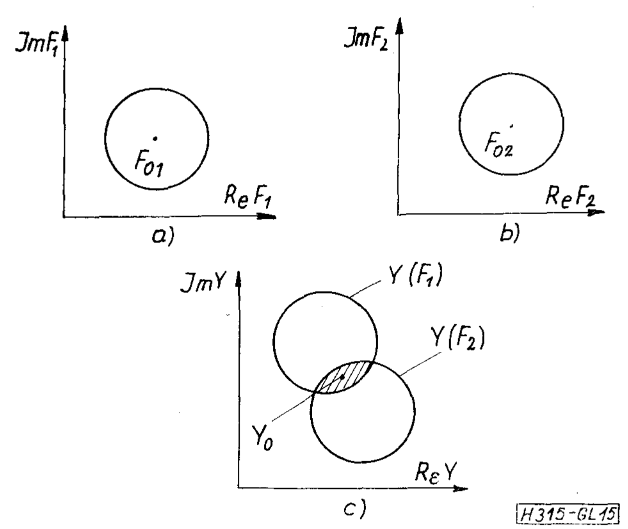


14. ábra. Összefüggés egy hálózatfüggvény és egy ágadmittancia között

a paraméterek tényleges értékei a névleges körül szimmetrikusan szórnak. Ha a névleges értékek megváltoznak, akkor a hálózatfüggvény névleges értéke is megváltozik. Természetesen a hálózatfüggvény megváltozott névleges értéke sem kerülhet ki az ε sugarú körből. Előfordulhat, hogy ha minden ágadmittancia névleges értékét a saját köre középpontjába választanánk, akkor a hálózatfüggvény névleges értéke kikerülne az ε sugarú körből. Ekkor sor kerülhet a névleges értékek újbóli megváltoztatására. A lépést néhányszor ismételve jó eredményre juthatunk.

Ez a módszer egyszerre több hálózatfüggvény specifikációjának figyelembevételére is alkalmas. Ha a hálózatfüggvények toleranciái most is körök a komplex síkon, akkor az Y síkra transzformálva a köröket, egymást metsző köröket fogunk kapni, feltételezve, hogy a kör belsejét a kör belsejébe transzformálja a (31), ill. (33) egyenlet. Az elfogadható tartomány a körök metszéke lesz. A fentieket egyetlen admittanciára és két hálózatfüggvényre a 15. ábra szemlélteti.

A nagyváltozású érzékenységre és a függvénykontúrra alapozva a toleranciakiosztás tetszőleges biztonsággal is elvégezhető [14]. Ez természetesen jóval bonyolultabb annál, semhogy itt néhány szóban ismertethetnénk.



15. ábra. Összefüggés két hálózatfüggvény és egy ágadmittancia között

5. Összefoglalás

Ebben a cikkben olyan módszert közöltünk, amelylyel az áramköri paraméterek véges megváltozásának hatása pontosan kezelhető. A módszer használható az áramkörök gyártásában az elemek névleges értékének és toleranciájának meghatározásában. Használható az áramkörök analízisében és szintézisében is, mert az elemek modellje az adott feladatnak megfelelően leegyszerűsíthető. Az áramköri paraméterek nagy megváltozása iránti érdeklődést a különböző folyóiratokban növekvő számban megjelenő cikkek mutatják.

Végül köszönetet mondok Dr. *Géher Károlynak*, a műszaki tudományok doktorának azért, hogy felkeltette a téma iránti érdeklődésemet. Külön köszönöm a munkámhoz nyújtott hasznos segítsésegítségét. Dr. *Trón Tibornak* a kézirat gondos átnézéséért tartozom köszönettel.

IRODALOM

[1] *K. Géher:* Theory of Network Tolerances. Akadémiai Kiadó, Budapest 1971.
[2] *S. R. Parker, E. Peskin, P. M. Chirlian:* Application of a Bilinear Theorem to Network Sensitivity. IEEE Tr. on CT vol CT—12 No. 3. September 1965. pp. 448—450.
[3] *E. V. Sorensen:* General relations governing the exact sensitivity of linear networks. Proc IEE vol 114. No. 9. September 1967. pp. 1209—1212.
[4] *T. Downs:* A Note on the Computation of Large-Change Sensitivities. IEEE Tr. onCT vol CT—20. No. 6. November 1973. pp. 741—742.
[5] *J. K. Fidler, C. Nightingale:* Differential-incremental-sensitivity relationship. Electronics Letters vol 8. 1972. pp. 626—627.
[6] *W. J. Troop, E. Peskin:* The Fransfer Function and Sensitivity of a Network with n Variable Elements. IEEE Tr. on CT vol CT—16 No. 2. May. 1969. pp. 242—244.
[7] *K. Singhal, J. Vlach, P. R. Bryant:* Efficient Computation of Large Change Multiparameter Sensitivity. International Journal of Circuit Theory and Applications. Vol 1. No. 3. September 1973. pp. 237—247
[8] *E. M. Butler:* Realistic Design Using Large-Change Sensitivities and Performance Contours. IEEE Tr. on CT vol CT—18 No. 1. 1971. January pp. 58—66.
[9] *E. M. Butler:* Large Change Sensitivities for Statistical Design. The Bell System Technical Journal vol 50. No. 4. 1971. April pp. 1209—1224.
[10] *P. A. Villalaz, P. J. Goddard, R. Spence:* A Tool for Predicting Allowed Spreads in Network Elements and Parameters. NTZ Heft 10. 1971. S. 526—528.
[11] *P. J. Goddard, P. A. Villalaz, R. Spence:* Method for the Efficient Computation of the Large-Change Sensitivity of Linear Nonreciprocal Networks. Electronics Letters 1971. February, vol 7. No 4. pp. 112—113.
[12] *R. Spence:* Large-Change Network Sensitivity and its Practical Significance. NATO Advanced Study Institute on Network and Signal Theory, 1972. September
[13] *P. A. Villalaz, R. Spence:* Scheme for the Elimination of Redundant Model Complexity. Electronics Letters 1972 January, vol 8. No 2. pp. 38—40.
[14] *B. J. Karafin:* The Optimum Assigment of Component Tolerances for Electrical Networks. The Bell System Technical Journal vol 50. No 4. 1971. April pp. 1225—1242.
[15] *R. N. Gadenz, M. G. Rezai-Fakhr, G. C. Temes:* A Method for the Computation of Large Tolerance Effects. IEEE Tr. on CT vol CT —20 No. 6. November 1973. pp. 704—708.