

DR. BOLGÁRFALVI KÁROLY  
Távközlési Kutató Intézet

## Irracionális távvezeték-hálózatok I. rész: Analízis

ETO 621.372.5

Hálózaton általában  $n$ -kapu áramkört értünk. Irracionálisnak azokat a hálózatokat nevezzük, melyek hálózatmátrixában irracionális elemek is előfordulnak [1]. Ezen dolgozat keretein belül az irracionális hálózatok közül az összemérhető hosszúságú távvezeték-hálózatoknál fellépő irracionális hálózatokkal fogunk foglalkozni.

Ismeretes, hogy a koncentrált paraméterű, lineáris, passzív és reciprokok hálózatok esetén a hálózatmátrix minden esetben racionális. Az immittancia- (impedancia- vagy admittancia-) mátrix ezenkívül még pozitív, reális is. Az ilyen hálózatot a későbbiekben racionális hálózatnak fogjuk nevezni.

A következőkben a távvezeték-hálózatoknál fellépő irracionális hálózatok analízisével fogunk foglalkozni. Ennek keretein belül először a távvezeték-hálózatok alapvető fogalmait ismertetjük. Ezt követi az irracionális hálózatelemek ismertetése. Végül megadjuk azon topológiai szabályokat, melyek segítségével megállapíthatjuk, hogy az irracionális elemet tartalmazó hálózat racionális lesz-e vagy pedig irracionális.

### 1. Távvezeték-hálózatok

Richards [2] volt az, aki megadta a

$$\lambda = \text{th } \gamma l \quad (1)$$

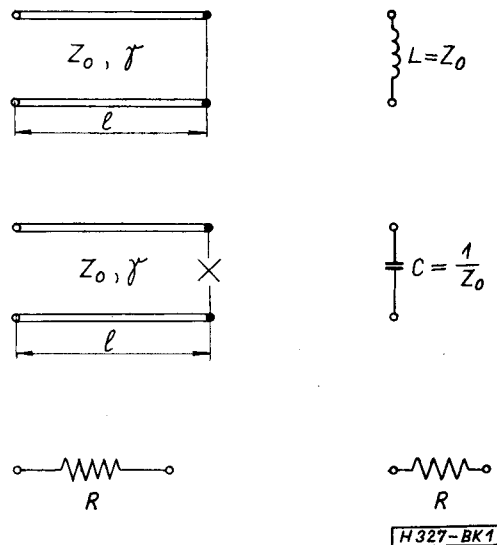
frekvenciatranszformációt, melynek segítségével az ellenállásból és az összemérhető hosszúságú tápvonalakból álló hálózat racionálissá transzformálható, ha a hálózat a folyamatosan veszteségmentes összekapcsoló hálózaton kívül csak az 1. ábrán feltüntetett három alapvető hálózatelemet tartalmazza. Ezen racionális hálózatmátrixnak megfelel egy ekvivalens koncentrált paraméterű hálózat. Az (1) transzformáció előnye, hogy a távvezeték-hálózat keskeny frekvenciasávban, ahol a hálózatfüggvény transz-

cendens jellege még nem dominál, úgy viselkedik, mint az ekvivalens koncentrált paraméterű hálózat. Innen következik, hogy a koncentrált paraméterű, lineáris, passzív hálózatok szintézismódszereit bizonyos korlátozások mellett a távvezeték-hálózatokra alkalmazhatjuk.

Vizsgáljuk most a megengedhető hálózatelemeket. Tekintsünk egy  $l$  hosszúságú tápvonalszakaszt, melynek egyik vége rövidre van zárva vagy szakadással van lezárva. A másik kapunál benézve, a bemeneti impedancia lesz:

$$Z_{r\ddot{o}v} = Z_0 \text{th } \gamma l \quad Z_{\ddot{u}r} = \frac{Z_0}{\text{th } \gamma l}, \quad (2)$$

ahol  $Z_0$  veszteségmentes tápvonal esetén valós állandó, a tápvonal hullámellenállása,  $\gamma$  pedig a



1. ábra. a) Három alapvető hálózatelem; b) a  $\lambda = \text{th } \gamma l$  transzformáció után az ekvivalens koncentrált paraméterű hálózat

tápvonal terjedési állandója. Behelyettesítve az (1) transzformációt, lesz

$$Z_{r\delta v} = Z_0 \lambda \quad Z_{ür} = Z_0 / \lambda. \quad (3)$$

Ez azt mutatja, hogy ha  $\lambda$ -t független frekvenciaváltozónak tekintjük, akkor  $Z_{r\delta v}$  egy  $L=Z_0$  induktivitás,  $Z_{ür}$  pedig egy  $C=1/Z_0$  kapacitás impedanciája. Az ellenállás frekvencia független és ezért invariáns az (1) transzformációval szemben. Ezen három alapvető hálózatelemen kívül megengedhetünk még ideális transzformátort, mely szintén invariáns az (1) transzformációval szemben. Továbbá megengedhető még két irracionális hálózatelem, melyet később részletesen fogunk vizsgálni.

### 2. A $\lambda = \text{th } \gamma l$ transzformáció

Az előzőekben említettük az (1) transzformáció keskenysávú tulajdonságát, most teljes frekvenciasávban vizsgáljuk a viselkedését. Mindenekelőtt megemlítjük, hogy az (1) transzformációt így is felírhatjuk:

$$\lambda = \text{th } \gamma l = \text{th } \frac{p l}{v} = \text{th } p T \quad (4)$$

ahol  $v$  a TEM-hullám fázissebessége a vonalon,  $T$  a tápvonalszakasz késleltetési ideje,  $p$  pedig a szokásos komplex frekvenciaváltozó. Mind a  $T$ , mind a  $v$  valós, pozitív állandó.

Könnyű belátni, hogy az (1) transzformáció azzal a tulajdonsággal rendelkezik, hogy a  $p$  valós tengelyét a  $\lambda$  valós tengelyére, a  $p$  képzetes tengelyét pedig a  $\lambda$  képzetes tengelyére és a  $p$  jobb oldali félsíkját a  $\lambda$  jobb oldali félsíkjába képezi le. Ha bevezetjük a

$$\left. \begin{aligned} p &= \delta + j\omega \\ \lambda &= \Sigma + j\Omega \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

jelöléseket, akkor a fent említett transzformációs tulajdonság így írható fel:

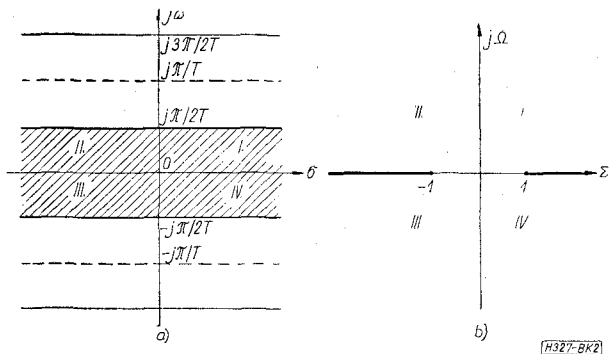
$$\left. \begin{aligned} 1. \text{ ha } p=j\omega, \text{ akkor } \lambda=j\Omega=j \text{tg } \frac{\omega l}{v} \\ 2. \text{ ha } p=\delta, \text{ akkor } \lambda=\Sigma \\ 3. \text{ ha } \delta \geq 0, \text{ akkor } \Sigma \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Az (1)  $\lambda \rightarrow p$  leképzés néhány jellegzetes vonását a 2. ábra tünteti fel. A  $\lambda$  a  $p$   $j\pi/T$  periódusú periodikus függvénye, mivel

$$\text{th}(pT + j\pi) = \text{th } pT \quad (7)$$

tehát a két  $p = \sigma \pm j\pi/2T$  egyenes vonal között fekvő bevonalkázott terület megadja a leképzésre vonatkozó összes információt. A valós és képzetes tengely által képzett és római számokkal ellátott négy tartomány leképződik a  $\lambda$  sík négy negyedére. A  $\sigma$  valós tengely leképződik a  $\lambda$  valós tengelyének  $|\lambda| < 1$  szegmensére és a két határegyenes leképződik a  $\lambda$  valós tengelyének  $|\lambda| > 1$  szegmensére.

Jelölje  $\omega_0$  azon frekvenciát, melyen a távvezeték-szakasz hossza a hullámhossz negyedrésszel egyenlő. Ha  $\omega$  befutja a  $(-\omega_0, \omega_0)$  intervallumot,

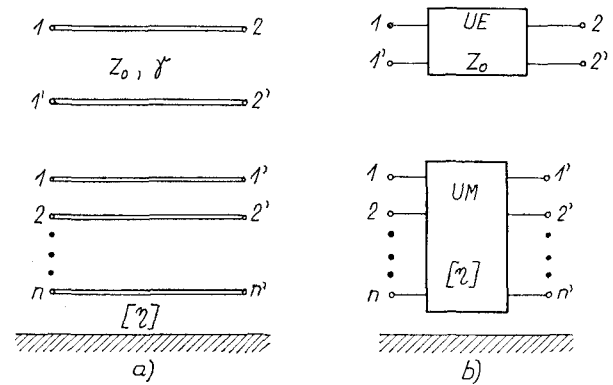


2. ábra. A  $\lambda = \text{th } pT$  leképzés. a)  $p$ -sík, b)  $\lambda$ -sík

akkor  $\Omega$  befutja a  $(-\infty, +\infty)$  intervallumot, vagyis  $\Omega$  teljes értékészletét. Mivel a leképzés a (7) alapján periodikus függvény az argumentum képzetes részére vonatkozólag, ezért a távvezeték-hálózat a  $(-\omega_0, \omega_0)$  intervallumban mutatott tulajdonságát periodikusan ismétli minden  $2\omega_0$  intervallumban.

### 3. Irracionális hálózatelemek

A távvezeték-hálózatok jellegzetessége, hogy az 1. ábrán feltüntetett hálózatelemeken kívül tartalmazhat még  $\lambda$ -ban irracionális hálózatelemeket is.



3. ábra. a) Irracionális hálózatelemek és b) az ekvivalens hálózatbeli jelöléseik

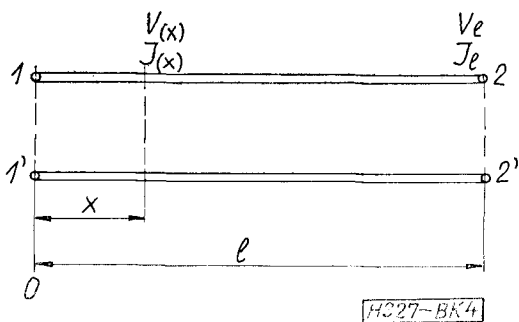
Ezeket tünteti fel a 3. ábra. Látható, hogy két irracionális hálózatelem létezik:

1. UE egységelem,
2. UM  $n$ -vezetékes tápvonalszakasz.

Az irracionális hálózatelemeknek a többi alapvető hálózatelemmel való megengedhető összekapcsolása vagy racionális, vagy irracionális hálózatra vezet. Ezzel a kérdéssel a következő pontban fogunk foglalkozni. Most az irracionális hálózatelemeket fogjuk részletesen vizsgálni.

#### 3.1. UE egységelem

Vizsgáljunk egy  $l$  hosszúságú veszteségmentes tápvonalszakaszt, melyet kétkapu-áramkörnek tekinthetünk (ld. 4. ábra). Ha a vonalon az  $x$  távolságban


 4. ábra.  $l$  hosszúságú veszteségmentes távvezeték szakasz

a feszültség  $V(x, t)$ , az áram pedig  $I(x, t)$ , akkor írható:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial V(x, t)}{\partial x} &= L \frac{\partial I(x, t)}{\partial t} \\ -\frac{\partial I(x, t)}{\partial x} &= C \frac{\partial V(x, t)}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ahol  $L$  a vonal hosszegységenkénti soros induktivitása,  $C$  pedig a párhuzamos kapacitása. Ha az áram és feszültség időfüggése harmonikus, vagyis  $I(x, t) = I(x)e^{j\omega t}$  és  $V(x, t) = V(x)e^{j\omega t}$ , akkor a Laplace-transzformáció segítségével lesz

$$\left. \begin{aligned} -\frac{dV(x)}{dx} &= pLI(x) = ZI(x) \\ -\frac{dI(x)}{dx} &= pCV(x) = YV(x) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Itt  $Z$  a távvezeték hosszegységenkénti soros impedanciája,  $Y$  pedig a párhuzamos admittanciája.

A differenciálegyenletnek az  $x=0$  helyre vonatkozó megoldása:

$$\left. \begin{aligned} V_0 &= V_l \operatorname{ch} \gamma l + I_l Z_0 \operatorname{sh} \gamma l \\ I_0 &= \frac{V_l}{Z_0} \operatorname{sh} \gamma l + I_l \operatorname{ch} \gamma l \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ahol  $Z_0 = \sqrt{ZY^{-1}} = p\sqrt{LC^{-1}}$  a hullámellenállás és  $\gamma = \sqrt{ZY} = p\sqrt{LC}$  a terjedési tényező,  $V_l$  és  $I_l$  pedig a távvezeték végén a feszültség és az áram. A (10) egyenlet alapján a láncmátrix lesz:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{ch} \gamma l & Z_0 \operatorname{sh} \gamma l \\ \frac{1}{Z_0} \operatorname{sh} \gamma l & \operatorname{ch} \gamma l \end{bmatrix} \quad (11)$$

Az (1) transzformáció segítségével a láncmátrixot ilyen alakban lehet felírni:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = (1 - \lambda^2)^{-\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} 1 & \lambda Z_0 \\ \lambda Z_0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Látható, hogy az  $UE$  egységelem láncmátrixának valamennyi eleme irracionális.

A láncmátrix ismeretében könnyen meghatározható az impedancia- és az admittanciamátrix is:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{12} & Z_{22} \end{bmatrix} = \frac{Z_0}{\lambda} \begin{bmatrix} 1 & (1 - \lambda^2)^{1/2} \\ (1 - \lambda^2)^{1/2} & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

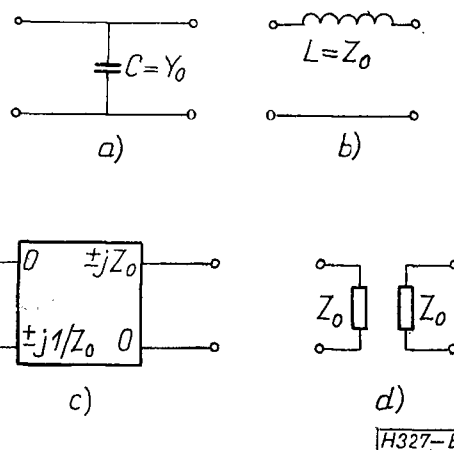
$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{12} & Y_{22} \end{bmatrix} = \frac{Y_0}{\lambda} \begin{bmatrix} i & -(i - \lambda^2)^{1/2} \\ -(i - \lambda^2)^{1/2} & i \end{bmatrix} \quad (14)$$

Látható, hogy a  $Z_{12}$  transzferimpedancia és  $Y_{12}$  transzferadmittancia  $\lambda$ -ban irracionális.

Most vizsgáljuk az egységelem viselkedését partikuláris frekvenciákon.  $\lambda=0$  esetén az  $UE$  párhuzamos kapacitás vagy soros induktivitás lesz, amint azt az 5/a és b ábra mutatja. A  $\lambda=\infty$ -nél az  $UE$  láncmátrixának elemei ezek lesznek:

$$A = D = 0, \quad B = \pm jZ_0, \quad C = \pm j/Z_0. \quad (15)$$

Az ilyen láncmátrixszal rendelkező kétkaput Kawakami nyomán imaginárius gyrátornak lehet nevezni. Ez látható az 5/c ábrán. Végül  $\lambda=1$  esetén a  $Z$  mátrix két csatolatlan egykaput szolgáltat, melyet az 5/d ábra mutat.



5. ábra. Az egységelem partikuláris frekvenciákra vonatkozó néhány ekvivalense. a)  $Z$ -mátrix  $\lambda=0$  esetén; b)  $Y$ -mátrix  $\lambda=0$  esetén c) imaginárius gyrátor ( $\lambda=0$ ), d) két csatolatlan egykapu  $\lambda=1$  esetén

Az eddig tárgyaltakból megállapítható, hogy nem mindegyik  $UE$ -t tartalmazó hálózat lesz a  $\lambda$  racionális függvénye.

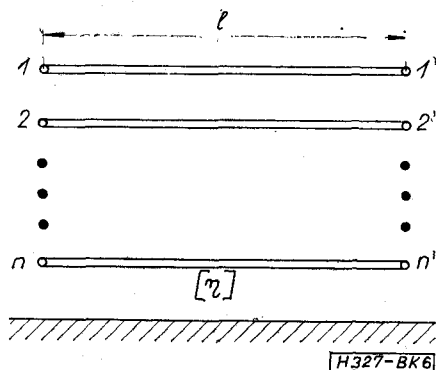
### 3.2. $UM$ többvezetékes távvezeték szakasz módus analízise

A több vezetékes távvezeték szakasz analízise egyszerűbb, ha feltételezzük, hogy

- (i) csak  $TEM$  módus terjed a több vezetékes távvezeték szakaszon;
- (ii) az energiadisszipáció a vonal mentén elhanyagolható;
- (iii) az összes távvezeték elektromos hossza azonos.

Ezen feltételezések mellett vizsgáljunk egy  $n+1$  konduktort tartalmazó  $l$  hosszúságú  $n$  vezetékes tápvonalszakaszt, melynél az  $n$  vezetéken kívül a közös föld az  $n+1$ -edik konduktor (Id. 6. ábra). Az  $UE$  egységelemhez hasonlóan a feszültségek és áramok harmonikus időfüggése esetén írható:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{dV}{dx} &= [z] I \\ -\frac{dI}{dx} &= [y] V \end{aligned} \right\} \quad (16)$$



6. ábra. n vezetékű távvezeték szakasz

Az ezen feltételeknek eleget tevő mátrixot „nem szinguláris hiperdominánsnak” nevezik. Egyben a (25) feltétel a több vezetékű távvezeték szakasz fizikai realizálhatóságának feltétele is.

Hogy a több vezetékű távvezeték szakaszon levő módusokat szeparáljuk, egy ortogonális [T] mátrixszal és annak [T'] transzponáltjával való transzformációhoz folyamodunk:

$$\begin{cases} [T]V = \hat{V} \\ [T']I = \hat{I} \end{cases} \quad (26)$$

A [T] ortogonális mátrixot oly módon választjuk meg, hogy a

$$\begin{cases} [\hat{t}] = [T][t][T'] \\ [\hat{y}] = [T][y][T'] \end{cases} \quad (27)$$

mátrixok diagonálisak legyenek, akkor a ( $\hat{V}$ ,  $\hat{I}$ ) egy fizikai terjedési módus, melyre írható:

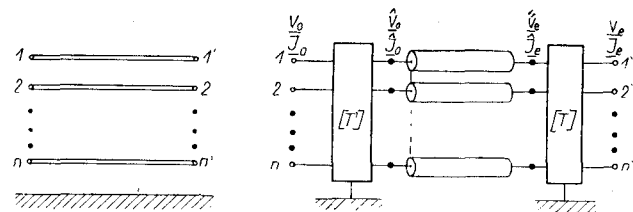
$$\begin{cases} -\frac{d\hat{V}}{dx} = [\hat{t}]\hat{I} \\ -\frac{d\hat{I}}{dx} = [\hat{y}]\hat{V} \end{cases} \quad (28)$$

A (28) differenciálegyenlet megoldása:

$$\begin{cases} \hat{V}_0 = \hat{V}_l \text{ ch } \gamma l + \gamma^{-1} [\hat{t}] \hat{I}_l \text{ sh } \gamma l \\ \hat{I}_0 = \hat{I}_l \text{ ch } \gamma l + \gamma^{-1} [\hat{y}] \hat{V}_l \text{ sh } \gamma l \end{cases} \quad (29)$$

ami fizikailag n számú csatolatlan távvezeték szakasszal reprezentálható.

Tehát végeredményünk a következő: az n vezetékű távvezeték szakasz fizikailag reprezentálható egy n csatolatlan távvezeték tartalmazó hálózattal, mivel az ortogonális [T] és [T'] mátrixok fizikailag mindig reprezentálhatók egy ún. bikonjugált konnektorral (7. ábra).



7. ábra. Az n vezetékű távvezeték szakasz fizikai reprezentációja n csatolatlan távvezeték tartalmazó hálózattal

A (29) megoldás az n bemeneti kapu feszültségét és áramát fejezi ki az n számú kimeneti kapu feszültségével és áramával. Ilyen szempontból ez egy  $2n \times 2n$  méretű láncmátrix. Az (1) transzformáció bevezetésével könnyen belátható, hogy ezen mátrix zérustól különböző valamennyi eleme irracionális.

4. Az irracionális hálózatokra vonatkozó topológiai megfontolások

Az előző pontban láttuk, hogy az irracionális hálózatelem kétkapú vagy (n, n)-kapú és nem létezik elemi irracionális egykapú. Először is az irracionális

ahol V és I egy-egy oszlopvektor, melynek komponensei  $V_1, V_2, \dots, V_n$  és  $I_1, I_2, \dots, I_n$ ; [z] és [y] az n vezetékű távvezeték hosszegységre vonatkozó  $n \times n$  méretű impedancia- és admittanciamátrixa, melyre írható:

$$[z] = p[L] \text{ és } [y] = p[C] \quad (17)$$

ahol

$$[L] = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{n1} & L_{n2} & \dots & L_{nn} \end{bmatrix} \quad [C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Az [L] összes elemének pozitívnak kell lennie és a [C]-nek hiperdominánsnak kell lennie. TEM hullám esetén írható

$$[z][y] = [y][z] = \gamma^2 [i_n] \quad (19)$$

és

$$[L][C] = [C][L] = \epsilon \mu [1_n] / v^2 \quad (20)$$

ahol v a terjedési sebesség,  $\gamma = j\beta$  a terjedési állandó és  $[1_n]$  az  $n \times n$  idemmátrix. A fent felsorolt mennyiségek így függnek össze egymással:

$$v = \frac{j\omega}{\gamma} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{(\epsilon \mu)^{1/2}} \quad \beta = \frac{\omega}{v} = \omega(\epsilon \mu)^{1/2} \quad (21)$$

Az n-vezetékű távvezeték-hálózat (n, n) kapunak tekinthető. A (16) egyenlet megoldása így írható fel:

$$V = V^+ e^{-j\beta x} + V^- e^{j\beta x} \quad (22)$$

$$I = [\eta](V^+ e^{-j\beta x} - V^- e^{j\beta x}) \quad (23)$$

$$[\eta] = [C] / (\epsilon \mu)^{1/2} \quad (24)$$

ahol  $V^+$  és  $V^-$  a beeső és visszavert feszültségvektor,  $[\eta]$  pedig a rendszer hullámadmittancia-mátrixa, mely egy állandó mátrix. A [C] a hosszegységre eső konduktorok közötti elektrosztatikus kapacitásmátrix.

Ha az n-vezetékű távvezeték végtelen hosszú vagy az  $[\eta]$  hullámadmittancia-mátrixszal van lezárva, akkor  $V^- = 0$  és a (22) és (23) egyenlet  $I = [\eta]V$  alakra egyszerűsödik. Az  $[\eta]$  mátrix  $\eta_{ii}$  és  $-\eta_{ij}$  eiemei kielégítik a következő feltételeket:

$$\left. \begin{cases} \eta_{ij} = \eta_{ji} & \eta_{ij} \geq 0 \\ \det [\eta] \neq 0 \\ \eta_{i0} = 2\eta_{ii} - \sum_{j=1}^n \eta_{ij} \geq 0 & (i=1, 2, \dots, n) \end{cases} \right\} \quad (25)$$

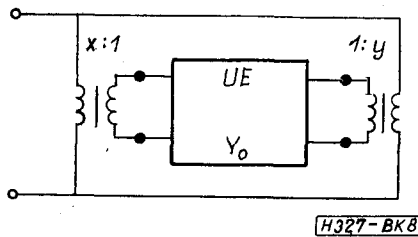
egykapuk előállításával foglalkozunk. Azután ismertetjük azon topológiai szabályokat, mellyel megállapítható, hogy az irracionális elemet tartalmazó hálózat racionális lesz-e, vagy pedig irracionális.

4.1. Irracionális egykapuk

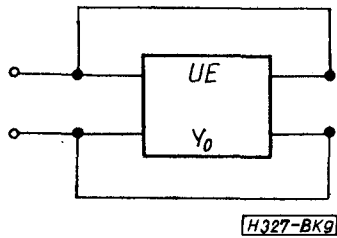
Vizsgáljuk az egységelem (14) admittanciamátrixából képzett kvadratikus alakot:

$$Q(x, y) = \lambda^{-1} Y_0 [x^2 - 2xy(i - \lambda^2)^{1/2} + y^2] \quad (30)$$

A  $Q(x, y)$  nem más, mint az  $1:x$  és  $1:y$  áttételű ideális transzformátorból és az egységelemből képzett egykapu (Id. 8. ábra) bemeneti admittanciája. A (30) egyenletből látható, hogy ez egy irracionális függvény, ha sem  $x$ , sem pedig  $y$  nem egyenlő zérussal. Tehát ilyen módon irracionális egykapuhoz jutunk.



8. ábra. Egységelemből és két ideális transzformátorból képzett egykapu



9. ábra. Egységelemhurok

A legegyszerűbb az  $x=y=1$  speciális eset, amikor is az egységelemhurokot kapjuk, mely a 9. ábrán van feltüntetve. Az egységelemhurok bemeneti admittanciája a (30) egyenletből könnyen meghatározható:

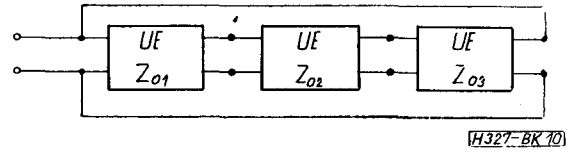
$$Y = 2Y_0(1 - \sqrt{1 - \lambda^2})/\lambda \quad (31)$$

Az egységelemhurokot a legegyszerűbb irracionális egykapunak tekinthetjük.

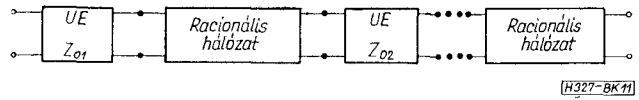
4.2. A hurokra és a láncre vonatkozó elemi megfontolások

Először is vizsgáljuk az egységelemből képzett hurokokat. Ikeno [3], valamint Welsh és Kuh [4] kimutatták, hogy mindazon hurok, mely páratlan számú egységelemet tartalmaz, irracionális hálózat lesz (10. ábra), míg a páros egységelemet tartalmazó hurok a racionális hálózatokhoz tartozik. A racionális hálózat természetesen pozitív reális immittanciamátrixsal rendelkezik.

Vizsgáljuk azon kétkaput, mely láncre kapcsolt egységelemet és racionális kétkaput tartalmaz,



10. ábra. Három egységelemből képzett hurok, mely irracionális hálózatot eredményez



11. ábra. Láncre kapcsolt elemeket tartalmazó kétkapu

amint azt a 11. ábra mutatja. Az ilyen hálózat láncre mátrixa a következő alakú lesz:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \frac{1}{(1 - \lambda^2)^{1/2} f(\lambda)} \begin{bmatrix} a(\lambda) & b(\lambda) \\ c(\lambda) & d(\lambda) \end{bmatrix} \quad (32)$$

Itt  $\nu$  a láncre kapcsolt egységelemek száma. Az  $f(\lambda)$ ,  $a(\lambda)$ ,  $b(\lambda)$ ,  $c(\lambda)$  és  $d(\lambda)$  a  $\lambda$  valós polinomja.

Az  $\det \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = 1$  lánckötésből következik:

$$a(\lambda)d(\lambda) - b(\lambda)c(\lambda) = (1 - \lambda^2)^{\nu} f^2(\lambda) \quad (33)$$

Az immittanciamátrix elemei a következők:

$$Z_{11} = a(\lambda)/c(\lambda); \quad Z_{22} = d(\lambda)/c(\lambda); \quad Z_{12} = (1 - \lambda^2)^{1/2} f(\lambda)/c(\lambda) \quad (34)$$

$$Y_{11} = d(\lambda)/b(\lambda); \quad Y_{22} = a(\lambda)/b(\lambda); \quad Y_{12} = (1 - \lambda^2)^{1/2} f(\lambda)/b(\lambda) \quad (35)$$

Innen következik, hogy az  $a(\lambda)$ ,  $b(\lambda)$ ,  $c(\lambda)$  és  $d(\lambda)$  a  $\lambda$ -nak nemcsak valós, hanem stabilis polinomja is.

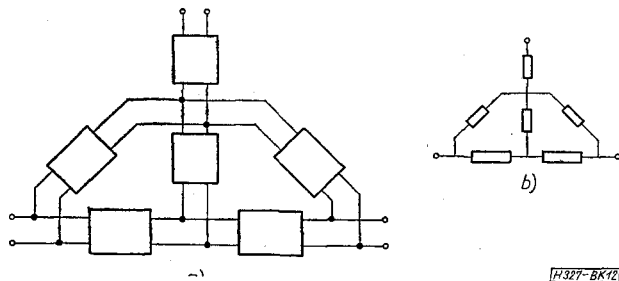
A (32) egyenletből könnyen kiolvashatjuk a következő szabályt: páratlan számú egységelemet tartalmazó láncre hálózat irracionális hálózat lesz, a páros számú egységelemet tartalmazó hálózat pedig racionális hálózat.

4.3. A több vezetékes távvezetékszakra vonatkozó megfontolás

Mint korábban említettük az  $n$  vezetékes távvezetékszakszakasz egy  $(n, n)$  kapu hálózatot eredményez. Ha ezen hálózatnál az  $n$  számú kimeneti kaput egy folyamatosan veszteségmentes hálózattal lezárjuk és az  $n$  számú bemeneti kapun benézünk, akkor egy  $n$  kapuhálózatot nyerünk. Az ily módon nyert  $n$  kapu  $[Z]$ - és  $[Y]$ -mátrixa a következő alakú:

$$\left. \begin{aligned} [Z] &= \lambda^{-1}[a] + \lambda[b] \\ [Y] &= \lambda^{-1}[c] + \lambda[d] \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

A (36) egyenletből látható, hogy az ily módon nyert hálózat racionális. Általános topológiai szabályként a következőt rögzíthetjük le. Ha az  $n$  vezetékes tápvonalszakaszt tartalmazó hálózat  $m \leq n$  kapuja a távvezetékszakszakasz ugyanazon oldalán van, akkor az ily módon nyert  $m$  kapu racionális lesz. Ellenben, ha az  $m \leq 2n$  kapu nem lesz a távvezetékszakszakasz ugyanazon oldalán, akkor a hálózat irracionális.



12. ábra. Kétkapujú építőelemeket tartalmazó hálózat.  
a) hálózati elrendezés és b) ekvivalens előállítás

4.4. Kétkapujú építőelemet tartalmazó hálózatokra vonatkozó topológiai szabály

Vizsgáljuk azon hálózatosztályt, mely kétkapuk párhuzamos és lánckapcsolásával állítható elő. Egy ilyen hálózat van feltüntetve a 12a ábrán. A kétkapu komponenseket egykapukkal helyettesítve a b ábrán feltüntetett ekvivalens előállításra jutunk. Ez az ekvivalens előállítás a koncentrált paraméterű hálózatokra hasonlít és ezért ilyen esetben definiálhatunk lineáris gráfot, csomópontot, hurkot, utat stb...

Az egyes hurkokban, illetőleg utakon található egységelemek száma nem más, mint a hurokban, illetőleg utakon levő kétkapukban található egységelemek összege.

Ilyen hálózat esetén a topológiai szabály a következő: ha a hálózat valamennyi hurkában az egységelemek száma páros, akkor maga a hálózat racionális.

Tételezzük fel, hogy ha a két csomópontot összekötő egyik út páros vagy páratlan számú egységelemet tartalmaz, akkor bármelyik másik ezen két csomópontot összekötő út is páros vagy páratlan

elemet tartalmaz. Ekkor választva egy tetszőleges referenciacsomópontot, bármely csomópontot osztályozhatunk, mint páros vagy páratlan típusút. A referenciacsomópontot párosnak vesszük. Ekkor bármely út, mely két páros vagy két páratlan csomópontot köt össze, páros számú egységelemet tartalmaz, ellenben azon utak, melyek egy páros és egy páratlan csomópontot kötnek össze, páratlan számú UE-t tartalmaznak. Átszámozva a csomópontokat úgy, hogy az első  $m$  számozású csomópont páros legyen és a maradék  $n - m$  számozású pedig páratlan, egy olyan  $n$  kapuáramkörre jutunk, melynek admittanciamátrixa ilyen alakú:

$$[Y_n] = \left[ \begin{array}{c|c} \left[ \begin{array}{c} n \\ \hline \overline{[Y_{11}]} \end{array} \right] & \left[ \begin{array}{c} n-m \\ \hline \overline{q[Y_{12}]} \end{array} \right] \\ \hline \left[ \begin{array}{c} q[Y_{12}] \\ \hline \overline{[Y_{22}]} \end{array} \right] & \left[ \begin{array}{c} n-m \\ \hline \end{array} \right] \end{array} \right\} \begin{array}{l} m \\ n-m \end{array} \quad (37)$$

ahol valamennyi  $[y_{ij}]$  racionális mátrix és  $q = (1 - \lambda^2)^{1/2}$ . Tehát ily módon általában irracionális hálózathoz jutunk.

Ellenben, ha valamennyi csomópont páros típusú, akkor innen azonnal következik, hogy az összes hurokban levő egységelemek száma páros és az admittanciamátrix racionális lesz. Tehát ebben az esetben racionális hálózatra jutunk.

I R O D A L O M

[1] *Bolgárfalvi Károly*: Irracionális hálózatok; TKI Közlemények XIX. évf. 2. szám 13—42. old., (1974).  
 [2] *Richards P. I.*: Resistor-transmission-line circuits; Proc. IRE 36, 217—220 (1948).  
 [3] *Ikeno N.*: Fundamental principles of designing filters with distributed elements; Elec. Comm. Lab. Tech. Rept. no. 3, 379—417 (1955).  
 [4] *Welsh N. R., and Kuh E. S.*: Synthesis of resistor-transmission-line networks; Inst. Eng. Res. Ser. Univ. of Calif. no. 60 Issue no. 209, July 1958.