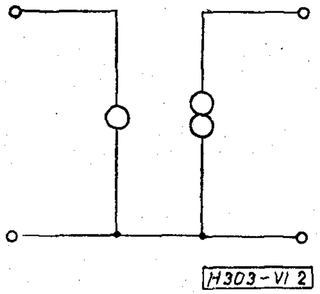
DR. VÁGÓ ISTVÁN
BME Elméleti Villamosságtan Tanszék

Lineáris hálózatok állapotegyenleteinek felírása nullátor-norátor modellek felhasználásával

ETO 519.14: 621.372.5.001.57

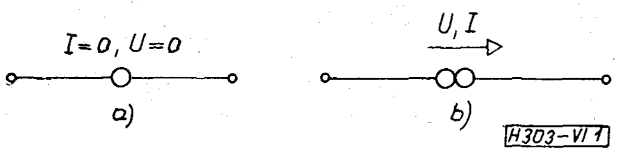
Ismeretesek olyan kapcsolások [1, 2], amelyekkel adott paraméterű kétkapuk modellezhetők nullátorokat, norátorokat és impedanciákat tartalmazó hálózatokkal. Ezek a modellek extrém paraméterű — így pl. ideális transzformátor, negatív impedancia konverter, girátor, áram- vagy feszültségvezérelt áram- és feszültségforrás — esetén is alkalmazhatók. Az ilyen modelleket tartalmazó hálózatok stacionárius állapotának analízisére számítási módszerek is rendelkezésünkre állnak [3, 4, 5, 6, 7]. E cikk a számítási módszereket kívánja teljesebbé tenni azáltal, hogy az említett modellek állapotegyenletének felírására mutat be egy módszert.



2. ábra

Kétkapu modellezése nullátor és norátor felhasználásával

A nullátor olyan kétpólus, amelynek árama és feszültsége zérus. Jelölését az 1*a* ábrán tüntettük fel. A norátor árama és feszültsége között semmiféle megkötés nincs. Jelölése az 1*b* ábrán látható. Egy hálózatanalízis feladat egyértelműen megoldható, ha a hálózatot alkotó kétpólusok áramára és feszültségére egy összefüggés adható meg. A nullátor két megkötést jelent, a norátor pedig egyet sem. Ezért az egyenletek egyértelmű megoldhatóságához szükséges, hogy a hálózatban a nullátorok és norátorok száma egyenlő legyen.



1. ábra

Nullátornak és norátornak a 2. ábra szerinti összekapcsolásával nullort kapunk. A nullor olyan kétkapu, amelynek primer oldala nullátorhoz, szekunder oldal norátorhoz kapcsolódik. A nullor a műveleti erősítő modelljének tekinthető.

Ismeretes olyan általános eljárás, amellyel impedancia-, admittancia- vagy hibrid paramétereivel adott kétkapu nullátorokat, norátorokat és impedanciákat tartalmazó hálózati modellje megadható. Ennek részletes tárgyalását mellőzve a 3. ábrán bemutatjuk vezérelt források, a 4. ábrán impedancia, admittancia vagy hibrid paramétereivel adott kétkapu egy-egy lehetséges modelljét.

A továbbiakban azt vizsgáljuk, hogy impedanciákból, nullátorokból és norátorokból álló hálózat állapotegyenletei hogyan írhatók fel.

Az állapotváltozók kiválasztása

A hálózat x állapotvektora olyan minimális elemszámú oszlopmátrix, amelynek elemei a hálózat állapotváltozói. Az állapotvektor eleget tesz az

$$\dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}z \tag{1}$$

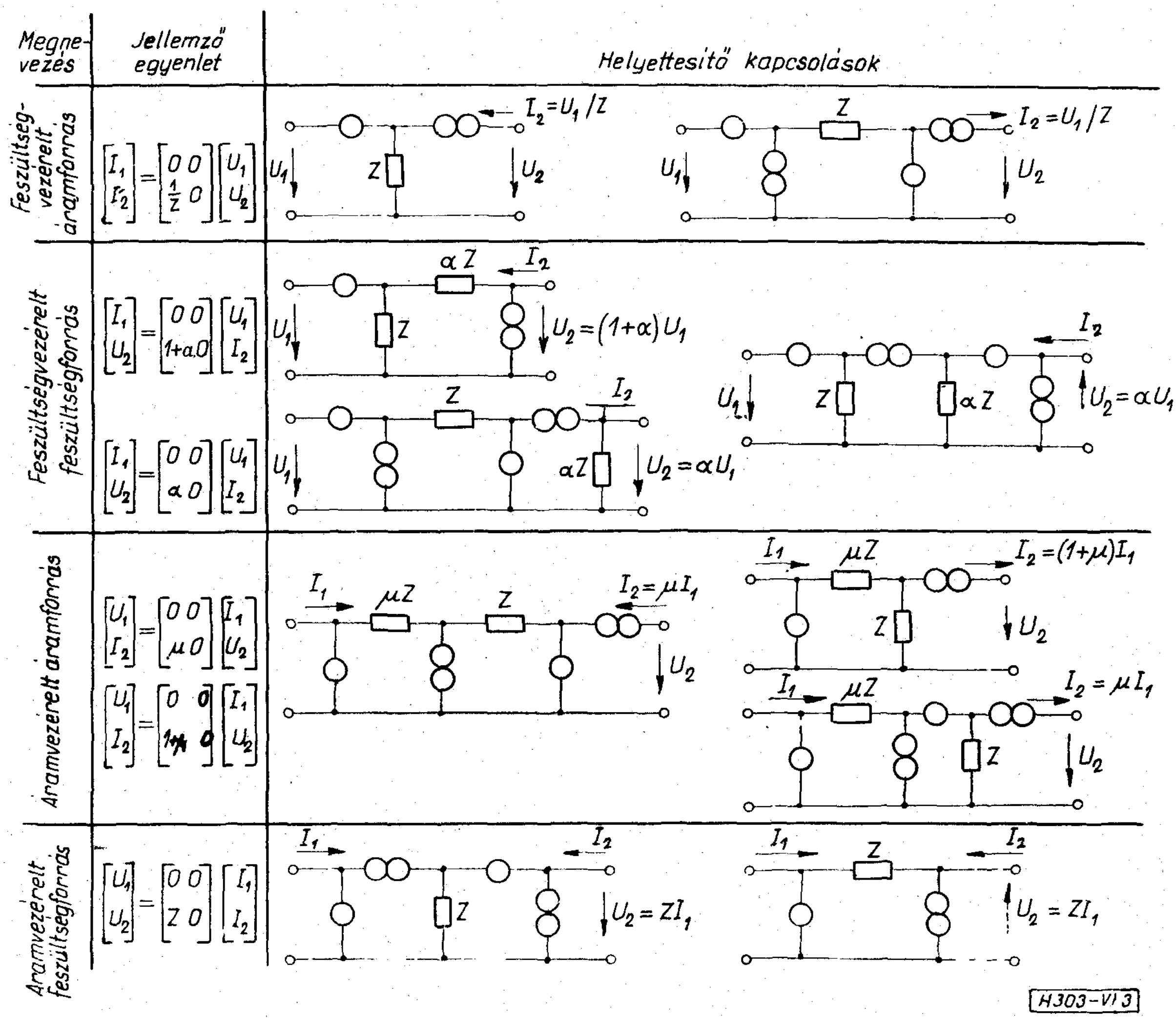
állapotegyenletnek, és ismeretében a hálózat valamennyi árama és feszültsége meghatározható. Az (1)-ben szereplő z jelöli a gerjesztőáramok, feszültségek időfüggvényének oszlopmátrixát, $\mathbf{A}$ és $\mathbf{B}$ a hálózat passzív elemeinek jellemzőitől és a hálózat felépítésétől függ, lineáris hálózat esetén a gerjesztő jelektől és az időtől független.

A villamos hálózatok állapotváltozója lehet a kondenzátorok töltése és a tekercsek fluxusa. Lineáris hálózatokban célszerű kondenzátorok feszültségét és tekercsek áramát állapotváltozónak választani.

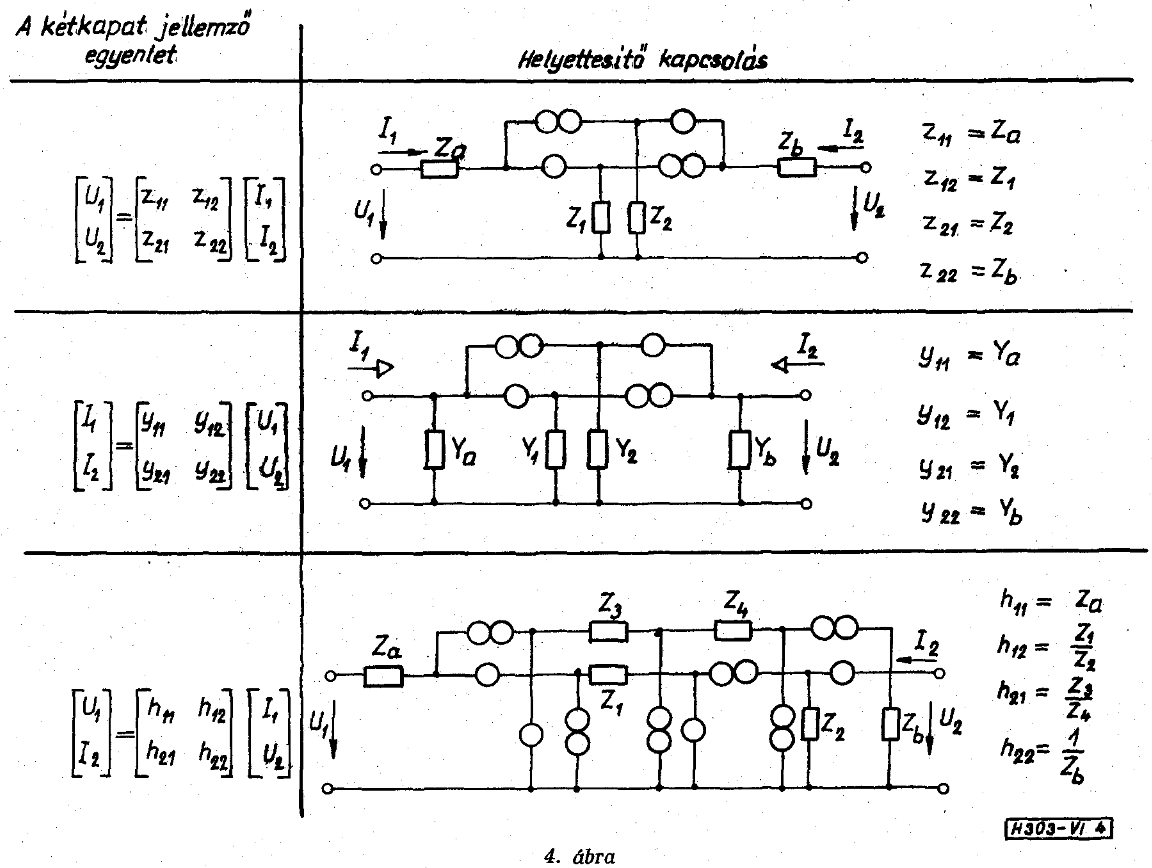
Ha a hálózatban van olyan hurok, amely kizárólag kondenzátorokból, feszültségforrásokból és nullátorokból áll (kapacitív hurok), akkor a hurok egyik kondenzátorának feszültsége a hurkot alkotó többi elem feszültségével kifejezhető, vagyis ennek a kondenzátornak a feszültsége nem állapotváltozó.

Ha a hálózatban van olyan vágat, amely kizárólag induktivitásokból, áramforrásokból és nullátorokból áll (induktív vágat), akkor a vágat egy induktivitásának árama a vágat többi ágának áramával kifejezhető, tehát ennek az induktivitásnak az árama nem állapotváltozó.

Beérkezett: 1974. V. 21.


Megnevezés
Jellemző egyenlet
Helyettesítő kapcsolások
Feszültségvezérelt áramforrás
Feszültségvezérelt feszültségforrás
Áramvezérelt áramforrás
Áramvezérelt feszültségforrás
I2 = U1/Z
U2 = (1+α) U1
U2 = αU1
I2 = μI1
I2 = (1+μ)I1
U2 = ZI1
H303-VI 3

3. ábra


A kétkapat jellemző egyenlet
Helyettesítő kapcsolás
z11 = Za
z12 = Z1
z21 = Z2
z22 = Zb
y11 = Ya
y12 = Y1
y21 = Y2
y22 = Yb
h11 = Za
h12 = Z1/Z2
h21 = Z3/Z4
h22 = 1/Zb
H303-VI 4

4. ábra

Az állapotváltozók száma a kapacitív hurkok és induktív vágatok számának összegével kisebb a hálózat kondenzátorainak és induktivitásainak együttes számánál.

Megemlítjük, hogy egyes esetekben rejtett kapacitív hurkok vagy induktív vágatok lehetnek a hálózatban (pl. negatív impedanciakonverter a szekunder oldali induktivitást a primer oldalra kapacitásnak transzformál, ami további kondenzátorokkal vagy feszültségforrással kapacitív hurkot alkothat). Ezzel a kérdéssel részletesebben nem foglalkozunk, mindössze a figyelmet kívántuk erre felhívni.

A továbbiakban olyan lineáris hálózatok vizsgálatára szorítkozunk, amelyekben kapacitív hurok és induktív vágat nincs, és ennek megfelelően az állapotváltozók a kondenzátorok feszültsége és az induktivitások árama.

A hálózat egyenleteinek felírása

A hálózat hurok- és vágategyenleteinek felírásához a hálózat gráfjában minden egyes ideális feszültség- vagy áramforrásnak, ellenállásnak, induktivitásnak, kapacitásnak, nullátornak, norátornak külön ág feleljen meg. Válasszuk a hálózat gráfjának fáját a következő módon. A feszültségforrást, nullátort vagy kondenzátort tartalmazó ág faág, az áramforrást, norátort vagy induktivitást tartalmazó ág kötőág legyen. Az ellenállást tartalmazó ágak részben faágak, részben kötőágak legyenek úgy, hogy a faágak a hálózat egy fáját alkossák. Ha a hálózat nem tartalmaz sem kapacitív hurkot, sem induktív vágatot, akkor az ágak fenti csoportosítása mindig lehetséges. Ennek alapján a hálózat ágait nyolc csoportba soroljuk:

1. ideális áramforrást tartalmazó kötőágak, számuk b_1;
2. norátort tartalmazó kötőágak, számuk b_2;
3. induktivitást tartalmazó kötőágak, számuk b_3;
4. ellenállást tartalmazó kötőágak, számuk b_4;
5. ellenállást tartalmazó faágak, számuk b_5;
6. kondenzátort tartalmazó faágak, számuk b_6;
7. nullátort tartalmazó faágak, számuk b_7;
8. ideális feszültségforrást tartalmazó faágak, számuk b_8.

A nullátorok és a norátorok száma egyenlő, tehát $b_2=b_7$. Sorszámozzuk az ágakat úgy, hogy az 1. csoportba tartozó ágak sorszáma legyen $1, 2, \dots, b_1$, a 2. csoportba tartozóké b_1+1, $b_1+2, \dots, b_1+b_2$, és így tovább a csoportok sorrendjében. A kötőágak által generált hurkok számozása egyezzék meg a megfelelő kötőágak számával, a vágatok pedig a generáló faágak sorszámának sorrendjében kapják a számozást.

A hálózat független hurokegyenletei

$$\mathbf{B}\mathbf{u}=\mathbf{0} \tag{2}$$

alakban írhatók fel, ahol $\mathbf{B}$ a hálózat hurokmátrixa, u pedig az ágfeszültségek oszlopmátrixa. Particionáljuk $\mathbf{B}$-t és u-t az ágak nyolc csoportjának megfelelően:

$$\begin{array}{c} \\ b_1 \\ b_3 \\ b_3 \\ b_6 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc} b_1 & b_2 & b_3 & b_6 & b_3 & b_6 & b_7 & b_8 \end{array} \\
\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{F}_{11} & \mathbf{F}_{12} & \mathbf{F}_{13} & \mathbf{F}_{14} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{F}_{21} & \mathbf{F}_{22} & \mathbf{F}_{23} & \mathbf{F}_{24} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{F}_{31} & \mathbf{F}_{32} & \mathbf{F}_{33} & \mathbf{F}_{34} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{F}_{41} & \mathbf{F}_{42} & \mathbf{F}_{43} & \mathbf{F}_{44} \end{bmatrix}
\end{array}
\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \\ 0 \\ u_8 \end{bmatrix} = 0. \tag{3}$$

Fent, ill. bal oldalon feltüntettük az egyes mátrixblokkok oszlopainak számát.

Figyelembe véve, hogy $\mathrm{u}_8=\mathrm{u}_0$ a feszültségforrások forrásfeszültségéből alkotott oszlopmátrix, az előbbi egyenletet a következő négy mátrixegyenlet alakjában írhatjuk fel:

$$\mathrm{u}_1+\mathbf{F}_{11}u_5+\mathbf{F}_{12}\mathrm{u}_6+\mathbf{F}_{14}u_0=0, \tag{4}$$

$$u_2+\mathbf{F}_{21}u_5+\mathbf{F}_{22}\mathrm{u}_6+\mathbf{F}_{24}\mathrm{u}_0=0, \tag{5}$$

$$u_3+\mathbf{F}_{31}\mathrm{u}_5+\mathbf{F}_{32}\mathrm{u}_6+\mathbf{F}_{34}\mathrm{u}_0=0, \tag{6}$$

$$\mathrm{u}_4+\mathbf{F}_{41}\mathrm{u}_5+\mathbf{F}_{42}\mathrm{u}_6+\mathbf{F}_{44}\mathrm{u}_0=0. \tag{7}$$

A vágategyenletek

$$\mathbf{Q}i=0 \tag{8}$$

alakban írhatók, ahol $\mathbf{Q}$ a hálózat vágatmátrixa, i pedig az ágáramokból alkotott oszlopmátrix. Particionáljuk ezeket is az ágak nyolc csoportjának megfelelően. Vegyük figyelembe, hogy az ágak, hurkok és vágatok előbbiek szerint sorszámozása esetén

$$\mathbf{B}=[\mathbf{1}\ \mathbf{F}] \qquad \mathbf{Q}=[-\mathbf{F}^{+}\ \mathbf{1}] \tag{9}$$

alakú, ahol $\mathbf{F}^{+}$ az $\mathbf{F}$ mátrix trnaszponáltja, *1* pedig egységmátrixot jelent. Így (8) a következőképpen írható:

$$\begin{array}{c} \\ b_5 \\ b_6 \\ b_7 \\ b_8 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc} b_1 & b_3 & b_3 & b_6 & b_6 & b_6 & b_7 & b_8 \end{array} \\
\begin{bmatrix} -\mathbf{F}_{11}^{+} & -\mathbf{F}_{21}^{+} & -\mathbf{F}_{31}^{+} & -\mathbf{F}_{41}^{+} & 1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{F}_{12}^{+} & -\mathbf{F}_{22}^{+} & -\mathbf{F}_{32}^{+} & -\mathbf{F}_{42}^{+} & \mathbf{0} & 1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{F}_{13}^{+} & -\mathbf{F}_{23}^{+} & -\mathbf{F}_{33}^{+} & -\mathbf{F}_{43}^{+} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 1 & \mathbf{0} \\ -\mathbf{F}_{14}^{+} & -\mathbf{F}_{24}^{+} & -\mathbf{F}_{34}^{+} & -\mathbf{F}_{44}^{+} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}
\end{array}
\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \\ 0 \\ i_8 \end{bmatrix} i=0, \tag{10}$$

ahol $i_1=i_0$ az áramforrások forrásáramából alkotott oszlopmátrix. (10)-ből a következő egyenleteket írhatjuk fel:

$$-\mathbf{F}_{11}^{+}i_0-\mathbf{F}_{21}^{+}i_2-\mathbf{F}_{31}^{+}i_3-\mathbf{F}_{41}^{+}i_4+i_5=0, \tag{11}$$

$$-\mathbf{F}_{12}^{+}i_0-\mathbf{F}_{22}^{+}i_2-\mathbf{F}_{32}^{+}i_3-\mathbf{F}_{42}^{+}i_4+i_6=0, \tag{12}$$

$$-\mathbf{F}_{13}^{+}i_0-\mathbf{F}_{23}^{+}i_2-\mathbf{F}_{33}^{+}i_3-\mathbf{F}_{43}^{+}i_4=0, \tag{13}$$

$$-\mathbf{F}_{14}^{+}i_0-\mathbf{F}_{24}^{+}i_2-\mathbf{F}_{34}^{+}i_3-\mathbf{F}_{44}^{+}i_4+i_8=0. \tag{14}$$

A (4)–(7), (11–14) egyenletek a hálózat Kirchhoff-egyenletei.

Az állapotegyenletek felírása

Az állapotegyenletek felírásához ki kell küszöbölni a Kirchhoff-egyenletekből azokat az áramokat és feszültségeket, amelyek nem állapotváltozók.

Első lépésben fejezzük ki a norátorok i_2 áramát (13)-ból. $\mathbf{F}_{23}$ kvadratikus, mivel a nullátorok és norátorok száma egymással megegyezik. Ha $\mathbf{F}_{23}$ nem szinguláris, akkor

$$i_2 = -\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{33}^{+} i_3 - \mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43}^{+} i_4 - \mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{13}^{+} i_0. \tag{15}$$

Helyettesítsük ezt (11)-be és (12)-be:

$$(\mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{21}^{+\,-1}\mathbf{F}_{33}^{+} - \mathbf{F}_{31}^{+})i_3 + (\mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43}^{+} - \mathbf{F}_{41}^{+})i_4 + i_5 = $$
$$= (\mathbf{F}_{11}^{+} - \mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{13}^{+})i_0, \tag{16}$$

$$(\mathbf{F}_{22}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1} - \mathbf{F}_{33}^{+})i_3 + (\mathbf{F}_{22}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43}^{+} - \mathbf{F}_{42}^{+})i_4 + i_6 = $$
$$= (\mathbf{F}_{12}^{+} - \mathbf{F}_{22}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{13}^{+})i_0. \tag{17}$$

u_4 és i_4, ill. u_5 és i_5 között az alábbi összefüggés írható fel:

$$u_4 = \mathbf{R} i_4, \quad \text{ill.} \quad i_5 = \mathbf{G} u_5, \tag{18}$$

ahol $\mathbf{R}$ és $\mathbf{G}$ diagonálmátrix. $\mathbf{R}$ főátlójában a 4. csoportba tartozó ágak ellenállása, $\mathbf{G}$ főátlójában az 5. csoportba tartozó ágak vezetése található. A (6), (7), (16), (17) egyenletből (18) felhasználásával i_4 kifejezhető:

$$i_4 = [\mathbf{R} + \mathbf{F}_{41}\mathbf{G}^{-1}(\mathbf{F}_{41}^{+} - \mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43}^{+})]^{-1}\cdot$$
$$\cdot[\mathbf{F}_{41}\mathbf{G}^{-1}\{(\mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{13}^{+} - \mathbf{F}_{11}^{+})i_0 +$$
$$+ \mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{33}^{+} - \mathbf{F}_{31}^{+})i_3\} - \mathbf{F}_{44}u_0 - \mathbf{F}_{42}u_6]. \tag{19}$$

Hasonlóképpen

$$u_5 = [(\mathbf{F}_{41}^{+} - \mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43}^{+})\,\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F}_{41} + \mathbf{G}]^{-1}\cdot$$
$$\cdot[(\mathbf{F}_{31}^{+} - \mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{33})\,i_3 + (\mathbf{F}_{11}^{+} - \mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{13}^{+})\,i_0 -$$
$$-(\mathbf{F}_{41}^{+} - \mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43}^{+})\,\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{F}_{42}u_6 + \mathbf{F}_{44}\mathrm{n}_0)]. \tag{20}$$

Az állapotváltozókat i_3 és u_6 tartalmazza. Ezekre az

$$u_3 = \mathbf{L}\dot{i}_3 = \mathbf{L}\dot{i}_L \tag{21}$$

$$i_6 = \mathbf{C}\dot{u}_6 = \mathbf{C}\,\dot{u}_C \tag{22}$$

összefüggés írható fel, ahol a betű feletti pont az idő szerinti deriváltat jelöli, $\mathbf{L}$ és $\mathbf{C}$ diagonálmátrix. $\mathbf{L}$ főátlójában az indukció-együtthatók, $\mathbf{C}$ főátlójában a kapacitások szerepelnek.

(19), (20), (21), (22), (4), (5), (16) és (17) alapján a hálózat állapotegyenlete:

$$\begin{bmatrix} \dot{i} \\ \dot{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{C}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ u_C \end{bmatrix} +$$
$$+ \begin{bmatrix} \mathbf{L}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{C}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{11} & \mathbf{E}_{12} \\ \mathbf{E}_{21} & \mathbf{E}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ u_0 \end{bmatrix}, \tag{23}$$

ahol

$$\mathbf{D}_{11} = -\mathbf{F}_{31}[(\mathbf{F}_{41}^{+} - \mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43}^{+})\,\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F}_{41} + \mathbf{G}]^{-1}\cdot$$
$$\cdot[\mathbf{F}_{31}^{+} - \mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43}^{+}], \tag{24}$$

$$\mathbf{D}_{12} = -\mathbf{F}_{32} + \mathbf{F}_{31}[(\mathbf{F}_{41}^{+} - \mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43})\,\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F}_{41} + \mathbf{G}]^{-1}\cdot$$
$$\cdot[\mathbf{F}_{41}^{+} - \mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43}]\,\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F}_{42}, \tag{25}$$

$$\mathbf{D}_{21} = \mathbf{F}_{32}^{+} - \mathbf{F}_{22}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{33}^{+} - (\mathbf{F}_{42}^{+} -$$
$$-\mathbf{F}_{22}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43}^{+})\,[\mathbf{F}_{41}\mathbf{G}^{-1}(\mathbf{F}_{41}^{+} - \mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43}^{+}) +$$
$$+\mathbf{R}]^{-1}\mathbf{F}_{41}\mathbf{G}^{-1}(\mathbf{F}_{31}^{+} - \mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{33}^{+}), \tag{26}$$

$$\mathbf{D}_{22} = (\mathbf{F}_{22}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43}^{+} - \mathbf{F}_{42}^{+})\,[\mathbf{F}_{41}\mathbf{G}^{-1}(\mathbf{F}_{41}^{+} - \mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43}) +$$
$$+\mathbf{R}]^{-1}\mathbf{F}_{42}. \tag{27}$$

$$\mathbf{E}_{11} = \mathbf{F}_{31}(\mathbf{F}_{41}^{+} - \mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43}^{+})\,\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F}_{41} +$$
$$+\mathbf{G}]^{-1}\,[\mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{13}^{+} - \mathbf{F}_{11}^{+}]. \tag{28}$$

$$\mathbf{E}_{12} = \mathbf{F}_{31}[(\mathbf{F}_{41}^{+} - \mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43}^{+})\,\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F}_{41} +$$
$$+\mathbf{G}]^{-1}(\mathbf{F}_{41}^{+} - \mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43}^{+})\,\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F}_{44} - \mathbf{F}_{34}. \tag{29}$$

$$\mathbf{E}_{21} = (\mathbf{F}_{42}^{+} - \mathbf{F}_{22}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43}^{+})\,[\mathbf{F}_{41}\mathbf{G}^{-1}(\mathbf{F}_{41}^{+} - \mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43}^{+}) +$$
$$+\mathbf{R}]^{-1}\mathbf{F}_{41}\mathbf{G}^{-1}(\mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{13}^{+} - \mathbf{F}_{11}^{+}) + \mathbf{F}_{12}^{+} - \mathbf{F}_{22}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{13}^{+}, \tag{30}$$

$$\mathbf{E}_{22} = (\mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43}^{+} - \mathbf{F}_{42}^{+})\,[\mathbf{F}_{41}\mathbf{G}^{-1}(\mathbf{F}_{41}^{+} -$$
$$-\mathbf{F}_{21}^{+}\mathbf{F}_{23}^{+\,-1}\mathbf{F}_{43}^{+}) + \mathbf{R}]^{-1}\mathbf{F}_{44}. \tag{31}$$

Ezzel a hálózat állapotegyenleteit felírtuk. Az állapotváltozók meghatározása után a (19) egyenletből a 4. csoportba tartozó ágak árama, (20)-ból az 5. csoport ágainak feszültsége, továbbá (18) alapján ezen ágak feszültsége és árama kiszámítható.

IRODALOM

[1] *Vágó I.—Hollós E.:* Kétkapu modellezés nullátor és norátor felhasználásával. Híradástechnika XXIV. (1973) 236—239 p.

[2] *Davies A. C.:* Nullator-norator equivalent networks for controlled sources. Proc. of IEEE, 1957, 722—723 p.

[3] *Vágó I.:* Nullátorokat és norátorokat tartalmazó hálózati modellek számítása. Híradástechnika XXIV. (1973) 265—268 p.

[4] *Davies A. C.:* Matrix analysis of networks containing nullators and norators. Electronics Letters, 1966, *Vol.* 2. No. 2. 48—49 p.

[5] *Fodor Gy.:* The analysis of linear networks containing two-ports and coupled two-poles. Per. Polytechnica El. Eng. *Vol.* 17. (1973) No. 4. 321—332 p.

[6] *Mitra S. K.:* Analysis and synthesis of linear active networks. New York, Wiley, 1969.

[7] *Fodor Gy.—Vágó I.:* Villamosságtan 6. füzet. Bp. Tankönyvkiadó, 1973. (egyetemi jegyzet).

[8] *Fodor Gy.:* The state equation of linear networks containing two-ports and coupled two-poles. Per. Polytechnica El. Eng. *Vol.* 17. (1973) No. 4. 333—340 p.

[9] *Desoer Ch. A.—Kuh E. S.:* Basic circuit theory. New York, McGraw-Hill, 1969.