

Két párhuzamos, különböző hosszú, egymástól eltolt szimmetrikus antenna kölcsönös impedanciájának számítása

ETO 621.396.67.011.21

Elsőnek Pistolokors [1] határozta meg a vékony antennák saját impedanciáját az úgynevezett indukált elektromos térerősség módszer segítségével. A számítási eljárást két antenna közötti kölcsönös impedancia meghatározása céljából több szerző tovább fejlesztette [2], [3], [4]. Carter [5] közölte a kölcsönös impedancia számítási képletét két, középpontjában táplált, lépcsősen eltolt huzalra, ahol mindkét antenna hossza a félhullámhossz páratlan számú többszöröse. Az elmúlt évek során más szerzők, így például Brown [6], Cox [7] és King [8] fokozták a geometriai alakzat bonyolultságát. A bonyolultság növekedésével azonban a kölcsönös impedanciák képletei is egyre komplikáltabbak lettek. Nehézséget okoz az, hogy integrálni kell a potenciált, amelyet az egyik antenna mentén a másik, közelben fekvő antennában folyó áram kelt. Loxsin és Jampol'szkij [9] javasolta azt a közelítési módszert, amelynek segítségével a kölcsönös impedancia kiszámítható. A Beljanszkij [10] által kidolgozott módszernek a lényege az, hogy a két párhuzamos különböző hosszú, végtelen vékony elem kölcsönös impedanciája kiszámítható két azonos hosszúságú elem kölcsönös impedanciájának segítségével. 1971-ben Najmusin [11] foglalkozott a két párhuzamos, valamint egymásra merőleges elem kölcsönös impedanciájával. Végül érdemes megemlíteni Baker [12] munkáját, amely a két, lineáris, középpontban táplált, szinuszos árameloszlású antenna kölcsönös impedanciájával foglalkozik.

Az említett dolgozatok azonban speciális esetekre vonatkoznak, az eredmények nem az általános antenna elrendezést tükrözik. E hiányosság kiküszöbölésére az alábbiakban az ún. indukált elektromos térerősség módszer segítségével általános képleteket vezetünk le, melyekkel a két párhuzamos, különböző hosszú, egymástól eltolt szimmetrikus antenna kölcsönös impedanciája számítható.

1. A számítási eljárás rövid ismertetése

Az indukált elektromos térerősség módszernek a lényegét következőképpen foglaljuk össze [13], [14], [15], [16]. Feltételezzük, hogy az antennák a z tengely irányában helyezkednek el. Első lépésben kiszámítjuk önmagában álló antenna esetén az antenna saját áramából és töltéseiből eredő térerősség z -irányú komponensét (1. ábra) az antenna valamely pontjára. Legyen ez $E_z(z)$. A dz hosszúságú darabra jutó feszültség $E_z(z) dz$. Az áramot ezen feszültséggel szemben kell áthajtani. Ha az antenna z pontjában

az áram $I_z(z)$, akkor az antennaelem által kisu-gázzott komplex teljesítmény

$$dP = -\frac{1}{2} E_z(z) I_z^*(z) dz \quad (1)$$

A teljes kisugázzott komplex teljesítményt megkapjuk, ha ezt az antenna hosszában végig integráljuk. Az 1. ábrán látható esetben

$$P = -\frac{1}{2} \int_{-l}^{+l} E_z(z) I_z^*(z) dz = I_m^2 (R_s + jX_s) \quad (2)$$

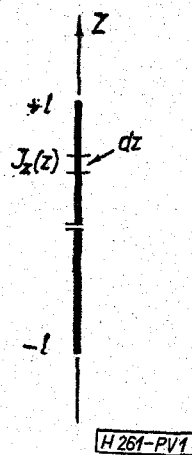
Tehát az antenna saját impedanciája:

$$Z_s = R_s + jX_s = -\frac{1}{2I_m^2} \int_{-l}^{+l} E_z(z) I_z^*(z) dz \quad (3a)$$

ahol: I_m az effektív áramerősség az áramhasban, R_s , X_s a sugárási ellenállás ill. sugárási reaktancia áramhasra vonatkozó értéke.

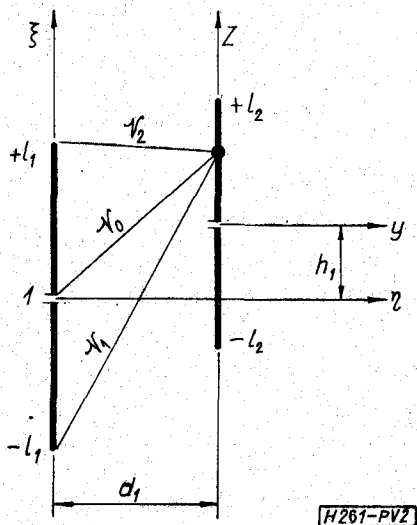
Z_s -nek a táppontra vonatkoztatott értéke:

$$Z_{11} = \frac{Z_s}{\sin^2 \beta l} \quad (3b)$$



1. ábra

Két antenna közötti kölcsönös impedanciát elvileg hasonló módszerrel számítjuk. A 2. ábra két párhuzamos, különböző hosszú, egymástól eltolt szimmetrikus antennát tüntet fel. A számítás menete a következő: meghatározzuk az 1 jelű antennában folyó



2. ábra. Két párhuzamos különböző hosszú, egymástól eltolt kölcsönös impedanciájának számításához használt koordináta-rendszerek

áram által a 2 jelű antennában indukált elektromos térerősséget, majd a 2 jelű antenna által kisugárzott kölcsönös komplex teljesítményt; ezt egyenlővé tesszük a 2 jelű antenna által felvett kölcsönös komplex teljesítménnyel, mely már a kölcsönös impedanciát tartalmazza. A kölcsönös impedancia tehát kifejezhető. A 2. ábra két koordináta-rendszere közötti transzformációs képletek:

$$\begin{aligned} \eta &= y + d_1 \\ \zeta &= z + h_1 \end{aligned} \quad (4)$$

A kölcsönös impedancia számítása során az antenna-áramot időben és az antenna hossz tengelye mentén szinuszos lefolyásúnak tételezzük fel.

Az elmondottak alapján az integrálást számításra alkalmas alakra hozva a táppontra vonatkozó kölcsönös impedancia képletét a következőképpen írhatjuk fel a 2. ábra jelöléseivel:

$$\begin{aligned} Z_{12} = Z_{21} = j \frac{30}{\sin \beta l_1 \sin \beta l_2} & \left\{ \int_{h_1 - l_2}^{h_1} \left[\frac{e^{-j \beta r_1}}{r_1} + \right. \right. \\ & + \frac{e^{-j \beta r_2}}{r_2} - 2 \frac{e^{-j \beta r_0}}{r_0} \cos \beta l_1 \left. \right] \sin \beta (l_2 - h_1 + \zeta) d\zeta + \\ & + \int_{h_1}^{h_1 + l_2} \left[\frac{e^{-j \beta r_1}}{r_1} + \frac{e^{-j \beta r_2}}{r_2} - \right. \\ & \left. \left. - 2 \frac{e^{-j \beta r_0}}{r_0} \cos \beta l_1 \right] \sin \beta (l_2 + h_1 - \zeta) d\zeta \right\}. \end{aligned} \quad (5a)$$

Az (5a) képlet szögletes zárójeleiben levő tagokat valós és képzetes részekre bontjuk, majd az így nyert kifejezéseket a [20] irodalom I függelékében közölt módszer szerint integráljuk.

A végeredmény komplex mennyiség lesz, melynek valós része a tápponti (sugárzási) ellenállás, képzetes része pedig a tápponti reaktancia.

Ha az (5a) képlet tanúsága szerint a kölcsönös impedanciát egyszerűen Z_{12} -vel jelöljük, akkor az (5a) képlet valós és képzetes részek összegeként is felírható:

$$Z_{12} + R_{12} + jX_{12} \quad (5b)$$

Az (5b) képletben szereplő tápponti ellenállás:

$$\begin{aligned} R_{12} = \frac{15}{\sin L_1 \sin L_2} & \left[\cos p_1 (Ci q_1 - Ci q_{15} - Ci q_{16} + \right. \\ & + Ci q_2 - Ci q_9 + Ci q_{17} + Ci q_{18} - Ci q_{10}) + \sin p_1 (Si q_{15} - \\ & - Si q_1 + Si q_2 - Si q_{16} + Si q_9 - Si q_{17} + Si q_{18} - Si q_{10}) + \\ & + \cos p_2 (Ci q_3 - Ci q_{13} - Ci q_{11} + Ci q_4 - Ci q_9 + Ci q_{17} + \\ & + Ci q_{18} - Ci q_{10}) + \sin p_2 (Si q_{13} - Si q_3 + Si q_4 - Si q_{14} + \\ & + Si q_9 - Si q_{17} + Si q_{18} - Si q_{10}) + \cos p_3 (Ci q_5 - Ci q_{15} + \\ & + Ci q_6 - Ci q_{16} + Ci q_{17} - Ci q_{11} - Ci q_{12} + Ci q_{18}) + \\ & + \sin p_3 (Si q_{15} - Si q_5 + Si q_6 - Si q_{16} - Si q_{17} + Si q_{11} - \\ & - Si q_{12} + Si q_{18}) + \cos p_4 (Ci q_7 - Ci q_{13} + Ci q_8 - Ci q_{14} + \\ & + Ci q_{17} - Ci q_{11} - Ci q_{12} + Ci q_{18}) + \sin p_4 (Si q_{13} - \\ & - Si q_7 + Si q_8 - Si q_{14} - Si q_{17} + Si q_{11} - Si q_{12} + \\ & \left. + Si q_{18}) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

Az (5b) képletben szereplő tápponti reaktancia:

$$\begin{aligned} X_{12} = \frac{15}{\sin L_1 \sin L_2} & \left[\sin p_1 (Ci q_{15} - Ci q_1 - \right. \\ & - Ci q_{16} + Ci q_2 + Ci q_9 - Ci q_{17} + Ci q_{18} - Ci q_{10}) + \\ & + \cos p_1 (Si q_{15} - Si q_1 + Si q_{16} - Si q_2 + Si q_9 - \\ & - Si q_{17} - Si q_{18} + Si q_{10}) + \sin p_2 (Ci q_{13} - Ci q_3 - \\ & - Ci q_{14} + Ci q_4 + Ci q_9 - Ci q_{17} + Ci q_{18} - Ci q_{10}) + \\ & + \cos p_2 (Si q_{13} - Si q_3 + Si q_{14} - Si q_4 + Si q_9 - \\ & - Si q_{17} - Si q_{18} + Si q_{10}) + \sin p_3 (Ci q_{15} - Ci q_5 + \\ & + Ci q_6 - Ci q_{16} - Ci q_{17} + Ci q_{11} - Ci q_{12} + Ci q_{18}) + \\ & + \cos p_3 (Si q_{15} - Si q_5 - Si q_6 + Si q_{16} - Si q_{17} + \\ & + Si q_{11} + Si q_{12} - Si q_{18}) + \sin p_4 (Ci q_{13} - Ci q_7 + \\ & + Ci q_8 - Ci q_{14} - Ci q_{17} + Ci q_{11} - Ci q_{12} + Ci q_{18}) + \\ & + \cos p_4 (Si q_{13} - Si q_7 - Si q_8 + Si q_{14} - Si q_{17} + \\ & \left. + Si q_{11} + Si q_{12} - Si q_{18}) \right] \end{aligned} \quad (7)$$

A (6) és (7) képletben szereplő L , p és q mennyiségek elektromos fokokban helyettesítendőek.

Az L és p jelű mennyiségek képletileg:

$$\begin{aligned} L_1 &= \beta l_1; & L_2 &= \beta l_2 \\ p_1 &= \beta (h_1 - l_2 + l_1); & p_2 &= \beta (h_1 - l_2 - l_1) \\ p_3 &= \beta (h_1 + l_2 + l_1); & p_4 &= \beta (h_1 + l_2 - l_1), \end{aligned} \quad (8a)$$

ahol $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ a fázistényező.

A 2. ábrán a futópontot a 2 jelű antennán vettük fel. Ebből közvetve belátható, hogy az (5a) képlet integrálása után kiadódó q jelű mennyiségekben a d_1 mellett a h_1 , l_1 és l_2 összegei és különbségei a legkülönbözőbb kombinációkban fellépnek. A képletek számának csökkentése érdekében a $q_1 - q_{18}$ kifejezéseket párosával adjuk meg. Az összetartozó érték-párok csak egy előjelben különböznek egymástól, és pedig úgy, hogy a q első indexéhez a felső előjel, a q második indexéhez az alsó előjel tartozik.

A d_1 mellett h_1 , l_1 és l_2 -t tartalmazó tagok:

$$\begin{aligned} q_{1,2} &= \beta[\sqrt{d_1^2 + (h_1 - l_2 + l_1)^2} \mp (h_1 - l_2 + l_1)] \\ q_{3,4} &= \beta[\sqrt{d_1^2 + (h_1 - l_2 - l_1)^2} \mp (h_1 - l_2 - l_1)] \\ q_{5,6} &= \beta[\sqrt{d_1^2 + (h_1 + l_2 + l_1)^2} \mp (h_1 + l_2 + l_1)] \\ q_{7,8} &= \beta[\sqrt{d_1^2 + (h_1 + l_2 - l_1)^2} \mp (h_1 + l_2 - l_1)] \end{aligned} \quad (8b)$$

A d_1 mellett h_1 és l_1 -t, vagy h_1 és l_2 -t tartalmazó tagok:

$$\begin{aligned} q_{9,10} &= \beta[\sqrt{d_1^2 + (h_1 - l_2)^2} \mp (h_1 - l_2)] \\ q_{11,12} &= \beta[\sqrt{d_1^2 + (h_1 + l_2)^2} \mp (h_1 + l_2)] \\ q_{13,14} &= \beta[\sqrt{d_1^2 + (h_1 - l_1)^2} \mp (h_1 - l_1)] \\ q_{15,16} &= \beta[\sqrt{d_1^2 + (h_1 + l_1)^2} \mp (h_1 + l_1)] \end{aligned} \quad (8c)$$

Végül a d_1 mellett csak h_1 -t tartalmazó tagok:

$$q_{17,18} = \beta[\sqrt{d_1^2 + h_1^2} \mp h_1] \quad (8d)$$

Rá kell mutatnunk arra, hogy a fenti (6)–(8d) képletekben szereplő mennyiségek MKSA mértékegységekben helyettesítendőek. Tehát a 2. ábrán feltüntetett antennák fél geometriai hosszát (l_1 , ill. l_2) és távolságukat (d_1), valamint eltolásukat (h_1) m-ben, a $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ fázistényező képletében szereplő λ hullámhosszot ugyancsak m-ben helyettesítve a Z_{12} kölcsönös impedanciát, illetve annak valós és képzetes összetevőit ohmban kapjuk.

2. A kapott képletek értékelése

Ellenőrzés céljából egyrészt a következő eseteket vizsgáljuk:

1. Két párhuzamos azonos l hosszúságú, egymástól eltolt szimmetrikus antenna esetén, miután az l -t behelyettesítjük a (6) és a (7) képletekben szereplő l_1 , valamint l_2 helyébe, ugyanazokhoz a képletekhez jutunk, amelyeket Ajzenberg közölt [13].

2. Két párhuzamos azonos hosszú, egymástól a adott távolságra levő szimmetrikus antenna esetén az $l_1 = l_2 = l$ és $h_1 = 0$ egyenlőségeket behelyettesítjük a (6) és a (7) képletbe, mikor is olyan képleteket kapunk, melyek teljes egészében megegyeznek Markov könyvében található eredményekkel [17].

3. Két párhuzamos, különböző hosszú, egymástól adott távolságra levő szimmetrikus antenna esetén a $h_1 = 0$ helyettesítést végezzük. A (6) és a (7) képle-

tek olyan kifejezésekké válnak, amelyek megegyeznek Schelkunoff könyvében közölt képletekkel [18].

A fent vizsgált esetek azt bizonyítják, hogy az általunk kapott képletek helyesek és általánosak.

Másrészt numerikus számításokat is végeztünk a CDC-3300 típusú elektronikus számítógéppel. A kapott számértékek kitűnően megegyeznek az irodalomban található adatokkal [4], [11], [13], [19]. E tény az előző megállapítást erősítette meg.

Összefoglalva: az indukált elektromos térerősség módszer segítségével általános képleteket vezettünk le, amelyek nagy segítséget nyújtanak bármilyen párhuzamos elemekből álló antennarendszer kölcsönös és saját impedanciájának meghatározásánál. A kapott eredmények különösen jól használhatók az LPD antennaelemek közötti kölcsönös impedancia számításához.

A szerző köszönetet mond dr. Győry Tibornak szakmai tanácsaiért.

I R O D A L O M

- [1] Pistolkors, A. A.: The Radiation Resistance of Beam Antennas. Proc. IRE, Vol. 17, N° 3, March, 1929.
- [2] Labus, J.: Rechnerische Ermittlung der Impedanz von Antennen. Hochfrequenztechnik und Elektroakustik, Band 41, Heft 1, Januar, 1933.
- [3] Brown and King: High-Frequency Models in Antenna Investigations. Pros. IRE, Vol. 22, N° 4, April, 1934.
- [4] Kraus, J. D.: Antennas. McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1950.
- [5] Carter, P. S.: Circuit relations in radiating systems and applications to antenna problems. Proc. IRE, 20. köt. 1932. június.
- [6] Brown, G. H.: Directional antennas. Proc. IRE, 20. köt. 1932. június.
- [7] Cox, C. R.: Mutual impedance between vertical antennas of unequal heights. Proc. IRE, 35. köt. 1947. november.
- [8] King, H. E.: Mutual impedance of unequal length antennas in echelon. IRE Transactions on Antennas and Propagation, AP-5, 1957. július.
- [9] Loksín, V. L., Jampol'szkij, V. G.: Metodika pribliznennogo raszseta vzaimnüh szoprotivlenij vibratorov. Radiotekhnika Tom. 17, N° 11, 1962.
- [10] Beljanszkij, V. B.: Vzaimnütje szoprotilenija paralelnüh vibratorov raznoj dlinü. Trudü ucebñüh insztitutorov szvjazi. Vüp. 35. Min. szvjazi SZSZSZR, 1967.
- [11] Najmusin, M. N.: Vzaimnütje szoprotivlenija vibratorov neravnoj dlinü Antennü Szbornik vüp. 10, 1971.
- [12] Baker, H. C., La Grone, A. H.: Digital computation of the mutual impedance between thin dipoles. IRE Transactions on Antennas and propagation, AP. 10, No. 2, 1962. March.
- [13] Ajzenberg, G. Z.: Antennü dija magisztral'nüh radio-szvjazej. Szvjaz'izdat. Moszkva, 1948.
- [14] Istvánffy, E.: Tápvonalak, antennák és hullámterjedés. Tankönyvkiadó. Budapest, 1966.
- [15] Győry Tibor: Hullámterjedés. Tankönyvkiadó. Budapest, 1969.
- [16] Győry Tibor és Kiss Lajos: A lakihegyi új 20 kW-os adó antennarendszerének tervezése. PKI közleményei VI. köt. 1965.
- [17] Markov, G. T.: Antennák. Műszaki Könyvkiadó. Budapest, 1963.
- [18] Schelkunoff, S. A.: Antennas Theory and Practice. New York, 1952.
- [19] Smith, C. E.: Theory and Disign of Directional Antenna Systems. Cleveland Institute of Radio Electronics.
- [20] Schelkunoff, S. A.: Advanced Antenna Theory. John Wiley & Sons, Inc. New York, 1952.