HÍRADÁSTECHNIKA
A HÍRADÁSTECHNIKAI TUDOMÁNYOS EGYESÜLET LAPJA

DR. BOKOR ÁRPÁD
BME Elméleti Villamosságtan Tanszék

Jelek spektrális vizsgálata lineáris, variáns hálózatokban

ÉTO 621.372.2:621.391.8

A lineáris, invariáns (időtől független paraméterű) hálózatok jelátvitelének vizsgálatában alapvető jelentőségű a spektrummódszer. Ennél a hálózatot a frekvenciafüggő átviteli karakterisztikával jellemezzük, és ennek ismeretében a különböző bemeneti jeleket Fourier-transzformáltjuk (spektrumuk) alapján a legdurvább közelítésben két csoportba osztjuk. Ha a bemeneti jel spektruma olyan frekvenciatartományra korlátozódik, amelyben az amplitúdókarakterisztika állandónak, a fáziskarakterisztika lineárisnak tekinthető, akkor alakhű a jelátvitel, ellenkező esetben a hálózat eltorzitja a bemeneti jelet.

A továbbiakban azt az elvileg jelentős kérdést vizsgáljuk meg, hogyan terjeszthető ki ez a módszer variáns hálózatokra, ahol az elemeknek (vagy egy részüknek) a paramétere időben determinált módon változik. Kimutatjuk, hogy csak periodikusan változó paraméterű hálózatban lehet a jelátvitel jóságára kizárólag annak alapján válaszolni, hogy mely frekvenciatartományra korlátozódik a bemeneti jel (és ezen belül a spektrum tetszőleges). Erre az esetre megmutatjuk, hogyan lehet kijelölni az alakhű jelátvitel szempontjából megfelelő frekvenciatartományt.

1. A variáns hálózatok átviteli és kettős karakterisztikája

A változó paraméterű hálózatok jellemzésére több frekvencia-karakterisztika használatos [1], mi azonban csak kettőt veszünk át ezek közül.

Az egyik a variáns hálózat átviteli karakterisztikája, melynek definíciója az alábbi.

Ha a bemeneti jel: $x(t)=\hat{X}e^{j\omega t}$, $(-\infty<t)$ a kimeneti jel $j\omega$-tól és t-től is függ (és $\hat{X}$-szel arányos): $y(j\omega, t)$. Az átviteli karakterisztika:

$$G(j\omega, t)=\frac{1}{\hat{X}}e^{-j\omega t}y(j\omega, t). \qquad (1)$$

Könnyen belátható, hogy ez a definíció invariáns hálózatra a közismert átviteli karakterisztikát adja.

(Lényeges, hogy „$-\infty$-ben bekapcsolt" bemeneti jelre vonatkozik a definíció.)

Az így definiált átviteli karakterisztikát jogosan tekinthetjük a variáns hálózat ún. hálózatjellemző függvényének, hiszen segítségével tetszőleges bemeneti jelhez tartozó kimeneti jel meghatározható. $X(j\omega)$-val jelölve az $x(t)$ bemeneti jel spektrumát, tehát

$$x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(j\omega)e^{j\omega t}d\omega, \qquad (2)$$

a kimeneti jelet az

$$y(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}G(j\omega, t)X(j\omega)e^{j\omega t}d\omega \qquad (3)$$

összefüggés adja, amelynek érvényessége az (1) definíció és a szuperpozíció elve alapján pontosan ugyanúgy látható be, mint az invariáns esetben érvényes, ennek megfelelő összefüggésé. Amíg azonban invariáns esetben a $G(j\omega)\cdot X(j\omega)$ szorzat éppen a kimeneti jel spektrumát adja, a (3) integrálban szereplő $G(j\omega, t)\cdot X(j\omega)$ szorzat nem lehet a kimeneti jel spektruma, hiszen t-től függ.

A bemeneti és kimeneti jel spektruma kapcsolatának meghatározására használjuk fel a másik frekvencia-karakterisztikát, amelyet kettős karakterisztikának fogunk nevezni, és ezen azt a $\overline{G}(j\omega, j\xi)$ függvényt értjük, amellyel az átviteli karakterisztika a következőképpen fejezhető ki:

$$G(j\omega, t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\overline{G}(j\omega, j\xi)e^{j\xi t}d\xi, \qquad (4)$$

vagyis $\overline{G}(j\omega, j\xi)$ a $G(j\omega, t)$ függvény t szerinti Fourier-transzformáltja.

A bemeneti jel $X(j\omega)$ és a kimeneti jel $Y(j\omega)$ spektrumának kapcsolata a kettős karakterisztika segítségével a következőképpen adható meg [1]:

$$Y(j\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\overline{G}(j\omega-j\xi;\ j\xi)\cdot X(j\omega-j\xi)d\xi. \qquad (5)$$

Beérkezett: 1973. X. 22.

Az invariáns hálózat kettős karakterisztikája (4) alapján: $\overline{G}(j\omega, j\xi)=\delta(\xi)G(j\omega)$, ($\delta$ a megfelelő argumentumú Dirac-deltát jelöli). Ezt (5)-be helyettesítve az ismert $Y(j\omega)=G(j\omega)\cdot X(j\omega)$ összefüggést kapjuk a spektrumok kapcsolatára.

2. Periodikus változású hálózatok átviteli és kettős karakterisztikája; az együttható-karakterisztikák

A gyakorlati szempontból legfontosabb variáns hálózatok változása periodikus. Ezek $G(j\omega, t)$ átviteli karakterisztikája rögzített ω esetén az időnek periodikus függvénye, és a hálózat linearitása miatt a periodikus változás alapfrekvenciája a bemeneti jel frekvenciájától független (ezt a paraméterek változásának alapfrekvenciája determinálja). Szorítkozzunk olyan periodikus változású hálózatokra, amelyek átviteli karakterisztikája bármely ω esetén Fourier-sorba fejthető:

$$G(j\omega, t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k(j\omega)e^{jk\xi_0 t}, \tag{6}$$

ahol ξ_0 a hálózat változására jellemző alapkörfrekvencia.

A továbbiakban a $\gamma_k(j\omega)$ függvényeket együttható-karakterisztikáknak nevezzük. Ezek az invariáns hálózatok átviteli karakterisztikája általánosításának tekinthetők. Az invariáns hálózatra valamennyi együttható-karakterisztika azonosán nulla a nulla indexű kivételével, és $\gamma_0(j\omega)=G(j\omega)$.

Az együttható-karakterisztikák megmérése elvileg nagyon egyszerű. Ha ugyanis a ξ_0 alapkörfrekvenciával periodikusan változó paraméterű hálózat bemeneti jele: $x(t)=\hat{X}\cos\omega_0 t$, akkor (3) és (6) alapján belátható, hogy a kimeneti jel:

$$y(t)=\hat{X}\sum_{k=-\infty}^{\infty} |\gamma_k(j\omega_0)| \cos[(\omega_0+k\xi_0)t+\operatorname{arc}\gamma_k(j\omega_0)] \tag{7}$$

Ugyanúgy amplitúdó- és fázisszögmérést kell tehát végezni, mint invariáns hálózatok átviteli karakterisztikájának megmérésekor; természetesen tetszőleges k index esetén is több, különböző ω_0 választással kell elvégezni a mérést.

Az amplitúdó-karakterisztikák számításakor a következőképpen járunk el. Tételezzük fel, hogy a bemeneti jel $x(t)=\hat{X}e^{j\omega_0 t}$. Ekkor (3) és (6) alapján a kimeneti jel:

$$y(t)=\hat{X}\sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k(j\omega_0)e^{j(\omega_0+k\xi_0)t}, \tag{8}$$

és ehhez hasonlóan valamennyi ág árama és feszültsége is $A_k e^{j(\omega_0+k\xi_0)t}$ alakú komponensek összege lesz, ahol az A_k komplex amplitúdók ismeretlenek. Tegyük fel, hogy a hálózati paraméterek időtől való függése komplex Fourier-sorral adott. Ekkor az egyes elemek áramához és feszültségéhez tartozó komplex amplitúdók kapcsolata külön megadható, és minden elemre vagy csak az áram, vagy csak a feszültség komplex amplitúdói ismeretlenek. A harmonikus egyensúly elve alapján a különböző $\omega_0+k\xi_0$ körfrekvenciájú komponensek komplex amplitúdóira minden k értékre külön-külön felírhatjuk a Kirchhoff-egyenleteket, így az ágak számával megegyező számú komplex szám együtthatójú lineáris egyenletet kapunk minden frekvencián. Gyakorlatilag alkalmas n_1-nél kisebb és n_2-nél nagyobb k indexű együtthatókat nullának lehet tekinteni, így az ismeretlenek és a rendelkezésre álló egyenletek száma $(n_2-n_1+1)\cdot b$, ahol b az ágak száma. Ezek közül ténylegesen csak a kimeneti jel komplex amplitúdóit kell kiszámítani, és (8) alapján ezeket $\hat{X}$-szel osztva kiadódnak a $\gamma_k(j\omega_0)$ ($k=n_1, n_1+1, \ldots, n_2-1, n_2$) értékek.

A számítást rendkívül áttekinthetővé és jól algoritmizálhatóvá teszi, ha az egyes elemekre (akár variáns, akár invariáns elemre) az áram és a feszültség komplex amplitúdóinak kapcsolatát mátrix alakban, az ellenállás- (vezetés-), induktivitás-, ill. kapacitás-mátrix bevezetésével írjuk fel. Ezt nem részletezzük, ezen mátrixok fogalma, alkalmazása magyar nyelvű tankönyvben is megtalálható [3].

A periodikusan változó paraméterű hálózat kettős karakterisztikája (4) és (6) alapján az együttható-karakterisztikákkal a következőképpen fejezhető ki,

$$\overline{G}(j\omega; j\xi)=2\pi\sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k(j\omega)\delta(\omega-k\xi_0), \tag{9}$$

ahol δ a megfelelő argumentumu Dirac-deltát jelöli, és ezt (5)-be helyettesítve megkapjuk a bemeneti és kimeneti jel frekvenciatartománybeli kapcsolatát:

$$Y(j\omega)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k(j\omega-jk\xi_0)\cdot X(j\omega-jk\xi_0), \tag{10}$$

ahol $X(j\omega)$ a bemeneti, $Y(j\omega)$ pedig a kimeneti jel spektruma.

3. A kettős karakterisztika egy általános szimmetriatulajdonsága

Mielőtt a spektrumok kapcsolatát megvizsgálnánk, tisztázzuk azt a kérdést, van-e a kettős karakterisztikának olyan jellegű szimmetriája, mint az invariáns hálózatok $G(j\omega)$ függvényének, amelyre ismert módon $\tilde{G}(j\omega)=G(-j\omega)$ ($\sim$ konjugáltat jelöl).

Ebből a célból határozzuk meg a kimeneti jel spektrumát előbb $x_c(t)=\hat{X}\cos\omega_0 t$, majd $x_s(t)=\hat{X}\sin\omega_0 t$ bemeneti jelre. Ezek spektrumát (5)-be helyettesítjük, majd felhasználva, hogy a valós időfüggvényű kimeneti jelek spektrumára $Y(j\omega)=\tilde{Y}(-j\omega)$ fennáll, azt kapjuk, hogy:

$$\overline{G}(j\omega_0 i; \omega-j\omega_0)=\tilde{\overline{G}}(-j\omega_0; -j\omega+j\omega_0) \tag{11}$$

Tekintve, hogy ennek az összefüggésnek bármely ω és ω_0 esetén igaznak kell lennie, a kettős karakterisztika minden esetben kielégíti a

$$\overline{G}(j\omega; j\xi)=\tilde{\overline{G}}(-j\omega; -j\xi) \tag{12}$$

feltételt.

Ennek alapján további vizsgálatainkat nem kell az ω és ξ változók teljes síkjára kiterjesztenünk, pl. az $\omega\geqq 0$ félsíkra szorítkozva minden szükséges információt megkapunk. Belátható viszont, hogy (12)-höz hasonló kapcsolat $\overline{G}(j\omega; j\xi)$ és $\overline{G}(j\omega; -j\xi)$ között és ebből következően $\overline{G}(j\omega; j\xi)$ és $\overline{G}(-j\omega; j\xi)$ között általában nem áll fenn!

Az előzőkhöz hasonlóan látható be, hogy az átviteli karakterisztikára igaz, hogy:

$$G(j\omega, t)=\tilde{G}(-j\omega, t) \tag{13}$$

az együttható-karakterisztikák pedig a

$$\gamma_k(j\omega)=\tilde{\gamma}_{-k}(-j\omega) \tag{14}$$

feltételt elégítik ki.

4. A spektrumok kapcsolatának vizsgálata

A bemeneti és kimeneti jel frekvenciatartománybeli kapcsolatát fogjuk megvizsgálni abból a szempontból, hogy a bemeneti jel és a kimeneti jel mely frekvenciájú komponenseit kapcsolja össze a kettős karakterisztika.

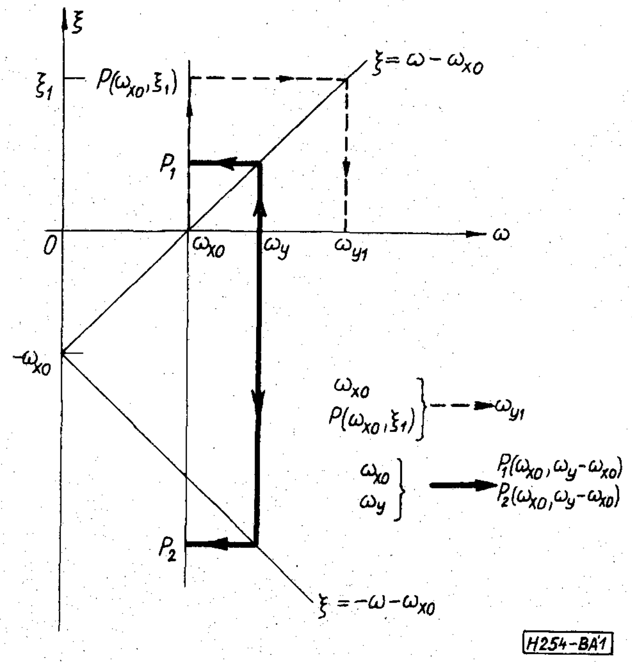
Az eddigi összefüggésekből kiderült, hogy a frekvenciatartományban a hálózat változásának legszembetűnőbb következménye, hogy egyetlen, ω_0 körfrekvenciájú szinuszos jelre is a kimeneti jel spektruma sok különböző frekvenciájú összetevőt tartalmaz. Ha pedig a bemeneti jel is különböző frekvenciájú összetevőkből áll, akkor a kimeneti jel valamely kiszemelt frekvenciájú komponensét általában nem egyetlen bemeneti jelkomponens hozza létre. A bemeneti jel spektruma egyrészt más tartományba tevődik át, másrészt kiterjed, szóródik, miközben a különböző bemeneti jelfrekvenciák egymásra lapolódnak.

Szemléltessük a frekvenciaszóródást, transzformálódást, a különböző bemeneti jelfrekvenciák egymásra lapolódását a kettős karakterisztika független változóinak koordinátarendszerében. Tételezzük fel egyelőre, hogy a bemeneti jel $x(t)=\hat{X}\cos\omega_{x0}t$ alakú. Ekkor a kimeneti jel spektrumának értéke valamely ω_y körfrekvencián (5) és (12) alapján:

$$Y(j\omega_y)=\frac{1}{2}\left[\overline{G}(j\omega_{x0};\, j\omega_y-j\omega_{x0})+\overline{\overline{G}}(j\omega_{x0}-j\omega_y-j\omega_{x0})\right]. \tag{15}$$

Ebből láthatjuk, hogy az egyetlen ω_{x0} körfrekvenciájú bemeneti jel hatására mindazon ω_y körfrekvenciájú komponensek szerepelnek a kimeneti jelben, amelyekre akár az $\omega=\omega_{x0}$, $\xi=\omega_y-\omega_{x0}$, akár az $\omega=\omega_{x0}$, $\omega=-\omega_y-\omega_{x0}$ helyen a kettős karakterisztika 0-tól különbözik. Az 1. ábrán szemléltettük egyrészt: az $\omega-\xi$ síkon hogyan jelölhetők ki azon $P_1(\omega_{x0};\, \omega_y-\omega_{x0})$, ill. $P_2(\omega_{x0};\, -\omega_y-\omega_{x0})$ pontok, amelyekhez tartozó kettős karakterisztika érték meghatározza a kimeneti jel ω_y körfrekvenciájú komponensét, másrészt az ω_{x0} körfrekvenciájú bemeneti jel a kettős karakterisztika valamely (ω_{x0}, ξ_1) pontban felvett értékén keresztül mely ω_{y1} körfrekvenciájú kimenőjel-komponenshez járul hozzá. Innen következik, hogy ha a kettős karakterisztika $\omega=\omega_{x0}$ esetén ξ változójában a (ξ_1, ξ_2) sávra korlátozódik, az egyetlen bemeneti jel ω_{x0} körfrekvenciája az $\omega_{x0}+\xi_1<$ $<\omega<\omega_{x0}+\xi_2$ sávba fog esni. Ezt a 2. ábrán szemléltettük (az alsó határ 0, amennyiben $\xi_1<-\omega_{x0}$).

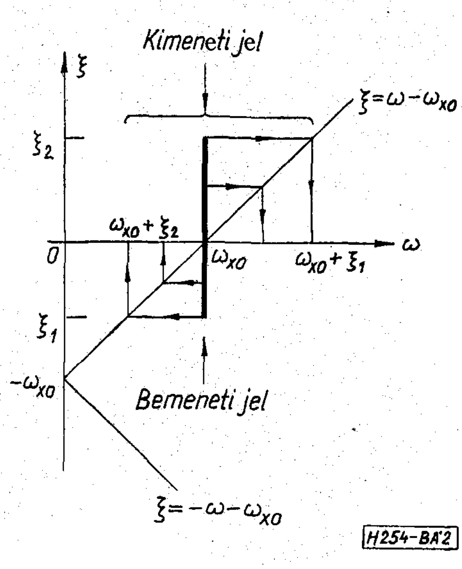
Periodikus változású hálózatoknál egyetlen ω_{x0} körfrekvenciájú bemeneti jelre diszkrét kimenőjel-frekvenciákat kapunk, így a frekvenciaszóródásnak periodikus változású hálózatokra konkretizált esete a frekvenciatranszformálás. A kettős karakterisztika $\omega=\omega_{x0}$ esetén csak a $\xi=k\xi_0$ értékekre különbözik



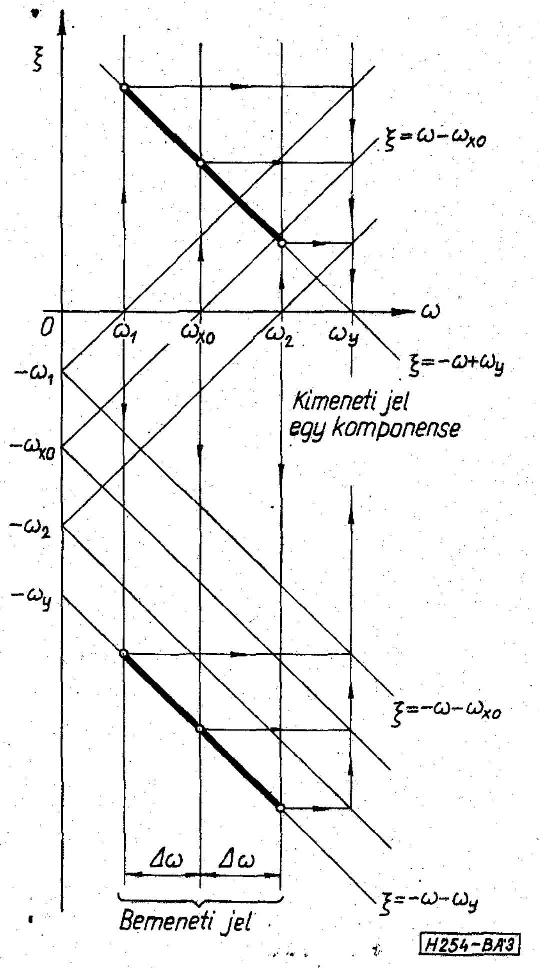
1. ábra. A bemeneti és kimeneti jelfrekvenciák kapcsolata

0-tól ($k=0, \pm 1, \pm 2, \ldots$), ξ_0 a hálózat változására jellemző alap körfrekvencia, így az 1. ábra alapján az $\omega_{yk}=\omega_{x0}+k\xi_0$ kimenőjel-körfrekvenciák jelennek meg. Lehetséges, hogy a periodikusan változó paraméterű hálózathoz egy sáváteresztővel csatlakozva egyetlen kimenőjel-frekvenciát választunk ki. Láthatóan így (a sáváteresztővel együtt) a periodikusan változó paraméterű hálózat az ω_{x0} bemenőjel-körfrekvenciát egy másik ω_{yk} értékre transzformálja. Ha pedig a bemeneti jel spektruma egy ω_{x0} körüli keskeny sávra korlátozódik, a kimeneti jelben ez ω_{yk} körüli frekvenciatartományba tevődik át.

Szemléltessük végül a különböző bemenőjel-frekvenciák egymásra lapolódását (3. ábra)! Legyen a bemeneti jel frekvenciatartománya az ω_{x0} körüli $2\Delta\omega$ szélességű sáv, $\omega_1=\omega_{x0}-\Delta\omega$ és $\omega_2=\omega_{x0}+\Delta\omega$. Ekkor (15) alapján mindazon ω_x körfrekvenciájú bemeneti jel hozzájárul a kimeneti jel egy kiszemelt,



2. ábra. A bemeneti jelfrekvenciák szóródása



3. ábra. A bemeneti jelfrekvenciák egymásra lapolódása

ω_y körfrekvenciájú komponenséhez, amelyre a $\overline{G}(j\omega_x; j\omega_y-j\omega_x)+\overline{\overline{G}}(j\omega_x; -j\omega_y-j\omega_x)$ összeg nem nulla. Az itt szereplő független változó pároknak megfelelő pontok a $\xi=-\omega+\omega_y$, illetve a $\xi=-\omega-\omega_y$ egyenletű egyenesek azon pontjai, amelyekre $\omega_1\leqq\omega\leqq\omega_2$. Az egyenesek nevezetes pontjait az 1. ábra szerint lehet kijelölni. Itt az ω_y kimenőjel- és a jellegzetes ω_1, ω_{x0}, ω_2 bemenőjel-körfrekvenciákat egymáshoz rendelő pontokat tüntettük fel.

Mindezekből látható, hogy variáns hálózatokban általában nem lehet válaszolni olyan kérdésre, hogy milyen frekvenciatartománybeli jelet visz át jól a hálózat. A bemenőjel-frekvenciák szóródása és egymásra lapolódása következtében elképzelhető, hogy valamely bemeneti jelet a hálózat alakhűen visz át, ugyanakkor egy másik bemeneti jelre, amely ugyanabba a frekvenciatartományba esik, de spektruma eltér az előzőétől, már nem tekinthető az átvitel alakhűnek. Általában tehát a bemeneti jel spektruma és nemcsak annak frekvenciatartománya szükséges a hálózatjellemző függvény mellett a jelátvitel jóságának eldöntésére. Ilyenkor a (3) vagy az (5) általános összefüggésnél többet nem tudunk mondani a hálózatot leíró frekvenciafüggvények alapján. Gyakorlatilag ez az eset nem jelentős, ha a hálózat jelátvitelének jóságát vizsgáljuk, hiszen a kérdés általában nem egy konkrét bemeneti jel, hanem azonos frekvenciatartományba eső bemeneti jelek átvitelének jósága.

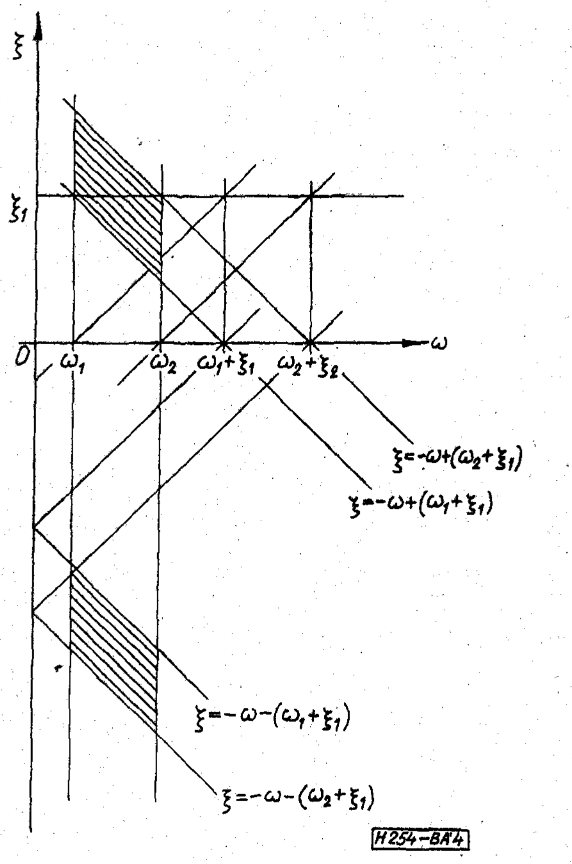
A bemeneti jel frekvenciatartományának ismerete (a spektrum helyett) csak akkor lehet elegendő, ha a variáns hálózat olyan speciális változású, hogy a bemeneti jel egy komponenséhez csak egy kimenőjel-komponens tartozik és megfordítva, egy kimenőjel-komponenst csak egyetlen bemenőjel-komponens hoz létre. Ezután *egyrétűnek* fogjuk nevezni azt a frekvenciatranszformációt, amelynél egy kimenőjel-komponenst egyetlen bemenőjel-komponens hoz létre és *egyértékűnek*, ha egy bemenőjel-komponenshez egyetlen kimenőjel-komponens tartozik.

Az egyértékűségből esetleg engedni lehet. Több, egymástól elegendően elkülönülő kimeneti jelsáv esetén ki lehet szűrni a megfelelőt, amelyen belül a bemeneti és kimeneti jelfrekvenciák kapcsolata kölcsönösen egyértelmű. Ha azonban az egyrétűség eleve nem teljesül, a kimeneten nem lehet kiszűrni a spektrum alkalmas részét.

5. A kölcsönösen egyértelmű frekvencia-transzformáció feltétele

A gyakorlat igényeinek megfelelően szorítkozzunk sávkorlátozottnak tekinthető bemeneti jelekre: legyen ω_{x0} és $\Delta\omega_x$ olyan, hogy a bemeneti jel spektruma zérus, ha $\omega<\omega_1\equiv\omega_{x0}-\Delta\omega_x$, ill. $\omega>\omega_2\equiv\omega_{x0}+\Delta\omega_x$. A $[0, \Delta\omega_x]$ tartományra korlátozódó bemeneti jelspektrumot is megengedjük, a következtetések értelemszerűen alkalmazhatók ebben az esetben is.

Tegyük fel ezután, hogy a kettős karakterisztika abszolút értéke csak az $[\omega_1, \omega_2]$ sávban és a $\xi=\xi_1$ helyen számottevő. Ebből az következik, hogy a bemeneti jel $[\omega_1, \omega_2]$ sávja a kettős karakterisztika $\xi=\xi_1$ és $\omega_1<\omega<\omega_2$ relációkkal adott pontokban felvett értékén keresztül áttranszformálódik a $[\xi_1+\omega_1, \xi_1+\omega_2]$ sávba. Ha azonban a kettős karakterisztika abszolút értéke nemcsak a $\xi=\xi_1$ helyen, hanem ξ_1 környezetében (pl. a $\xi_1-\Delta\xi<\xi<\xi_1+\Delta\xi$ sávban) is számottevő, akkor az egyes kimenőjel-komponensekhez rendre a többi bemenőjel-komponens is hozzá tud járulni, a frekvenciatranszformáció nem lesz egyrétű. Az egyrétűség biztosítása céljából a kettős karakterisztikára kell előírást tenni: értéke legyen elhanyagolhatóan kicsiny megfelelő (ω, ξ) értékpárokra. A megfelelő értékpárok a 4. ábrán vázolt vonalkázott tartományokhoz tartoznak. E tartományokat a következő megfontolással kapjuk. A 3. ábrán láttuk, hogy valamely ω_y körfrekvenciájú kimenőjel-komponens létrehozásában a kettős karakterisztikának a $\xi=-\omega+\omega_y$ és a $\xi=-\omega-\omega_y$ egyenesek $\omega_1\leqq\omega\leqq\omega_2$ relációknak eleget tevő pontokban felvett értékei vesznek részt, méghozzá éppen a pontok ω koordinátáinak megfelelő bemenőjel-körfrekvenciák transzformálódnak ω_y értékre. Esetünkben az ω_1 bemenőjel körfrekvenciát a $\overline{G}(j\omega_1; j\xi_1)$ érték „vitte át" $\omega_1+\xi_1$ értékre, tehát a $\xi=-\omega+(\omega_1+\xi_1)$ és a $\xi=-\omega-(\omega_1+\xi_1)$ egyenesek $\omega_1\leqq\omega\leqq\omega_2$ relációknak eleget tevő pontjaiban — kivéve az $(\omega_1; \xi_1)$ pontot — a kettős karakterisztikának nullának kell lennie, hogy a többi bemeneti jelkomponens ne tudjon hozzájárulni az $\omega_1+\xi_1$ körfrekvenciájú kimenőjel-komponenshez. Az ω_2 bemenőjel- és az $\omega_2+\xi_1$ kimenőjel-körfrekvenciát $\overline{G}(j\omega_2; j\xi_1)$ kapcsolja össze. A kettős karakterisztikának a $\xi=-\omega+(\omega_2+\xi_1)$ és a



4. ábra. Az egyrétű frekvenciatranszformáció szempontjából tiltott tartományok

$\xi=-\omega-(\omega_2+\xi_1)$ egyenesek $\omega_1<\omega<\omega_2$-nek megfelelő pontjaihoz tartozó karakterisztika értékei a többi bemeneti jel körfrekvenciát transzformálják ugyanezen $\omega_2+\xi_1$ értékre, hacsak nem zérus az értékük. Ezután beláthatjuk, hogy az $\omega_1+\xi_1$ és az $\omega_2+\xi_1$ közé eső kimenőjel-körfrekvenciák egyrétűsége azon múlik, hogy az ábrán bejelölt tartományokban a kettős karakterisztika zérus legyen, kivéve természetesen az $\omega_1\leqq\omega\leqq\omega_2$ és $\xi=\xi_1$ relációknak eleget tevő pontokat.

Fentiekből viszont (5) alapján az következik, hogy csak akkor kapunk azonosan nullától eltérő kimeneti jelspektrumot, ha a kettős karakterisztika ξ-től való függésében egy $\delta(\xi-\xi_1)$ tényező szerepel (az integrandus valamelyik tényezője ugyanis zérus az egész integrálási tartományon, kivéve a $\xi=\xi_1$ helyet). Fizikailag ez periodikus változást jelent, ahol a hálózat változásának alap- vagy valamelyik felharmonikus körfrekvenciája ξ_1.

Megállapíthatjuk, hogy az invariáns hálózatoknál alkalmazott spektrummódszer, amelynél a bemeneti jel frekvenciatartománya alapján állapítható meg a jelátvitel jósága, csak a periodikusan változó paraméterű hálózatokra terjeszthető ki. A gyakorlatban a változó paraméterű hálózatmodellel tárgyalható áramköröknél (parametrikus erősítő, keverő, amplitudó modulátor) a hálózat változása periodikus, és az egyrétű frekvenciatranszformáció eleve biztosított.

Ha a kettős karakterisztikának a $\xi_1=0$-hoz tartozó $\delta(\xi)$ szorzót tartalmazó összetevője szabja meg alapvetően a bemeneti és kimeneti jel kapcsolatát, akkor a bemeneti jel spektruma és a kimeneti jel spektrumának kiválasztott része azonos frekvenciatartományba esik. Az alakhű jelátvitelnek (10) alapján az a feltétele, hogy a $\gamma_0(j\omega)$ együttható-karakterisztika abszolút értéke állandó, szöge lineáris legyen a bemeneti jel spektrumának frekvenciatartományában.

A kölcsönösen egyértelmű frekvenciatranszformáció akkor is fennállhat, ha a kettős karakterisztika $\xi=m\xi_0$ értékhez tartozó $\delta(\xi-m\xi_0)$ tényezőt tartalmazó összetevője „létesíti" a lényeges átvitelt. Ilyenkor azonban (10)-ből láthatóan a bemeneti és a kimeneti jel spektrumának frekvenciatartománya különböző, így csak a spektrum alakhű átviteléről lehet szó, és az alakhű jelátvitelhez egy újabb frekvenciatranszformáció szükséges. A gyakorlatban $m=1$ vagy -1, de az amplitúdómodulátor lineáris variáns hálózat modelljében az $m=1$ és -1 indexű sáv együtt adja a hasznos kimeneti jelspektrumot. Mindegyik esetben az egyrétű frekvenciatranszformáción túl az alakhű spektrumátvitelnek az a feltétele, hogy a megfelelő $\gamma_m(j\omega)$ együttható-karakterisztika abszolút értéke állandó, szöge lineáris legyen a bemeneti jel frekvenciatartományában.

Ha az egyrétű frekvenciatranszformációt ω_1, ω_2 és ξ_0 értéke eleve nem biztosítja — akár megegyezik a két spektrum frekvenciatartománya, akár nem — a tiltott tartományok felett a kettős karakterisztikának elhanyagolhatóan kicsinek kell lennie.

6. Összefoglalás

Egy hálózat jelátvitelének a jóságát nem egy konkrét, hanem egy adott frekvenciatartományra korlátozódó, ezen belül tetszőleges spektrumú bemenőjellel kapcsolatban kell eldönteni. Kimutattuk, hogy variáns hálózattal alakhű jelátvitel csak akkor lehetséges, ha a hálózat változása periodikus. A periodikusan változó hálózat jellemzésére az ún. együttható-karakterisztikákat vezettük be, és megmutattuk, hogy a megfelelő indexű együttható-karakterisztikák veszik át az invariáns hálózatok átviteli karakterisztikájának szerepét az alakhű jelátvitel vizsgálatában. Nagyon lényeges, hogy ezen túlmenően variáns hálózatokra egy további feltételnek is teljesülnie kell: a bemeneti és kimeneti jelfrekvenciák kapcsolatának egyértékűnek és egyrétűnek kell lennie.

IRODALOM

[1] *Baghdady:* Lectures on Communication System Theory. McGraw-Hill, 1961.

[2] *Kuh-Rohrer:* Theory of Linear Active Networks. Holden-Day, San Francisco, 1967.

[3] *Géher:* Lineáris hálózatok. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1968.

[4] *Fodor:* Lineáris rendszerek analízise. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1967.

[5] *D'Angelo:* Linear Time-Varying Systems. Allyn and Bacon, Boston, 1970.

[6] *Géher—Gonda:* Bevezetés az időben periodikusan változó hálózatok analízisébe. I. rész. Híradástechnika, XVII. évf. 5. sz. 129—137. old. 1966.

[7] *Gonda:* Bevezetés az időben periodikusan változó lineáris hálózatok analízisébe. II. rész. Híradástechnika, XVII. évf. 8. sz. 232—236. old. 1966.

[8] *Bozsóki:* Változó kapacitású, reflexiós típusú parametrikus erősítők tervezése. I. rész. Híradástechnika, XVII. évf. 8. sz. 225—231. old. 1966.

[9] *Bokor:* Jelek spektrális vizsgálata lineáris variáns hálózatokban. Egyetemi doktori értekezés. BME, 1972.