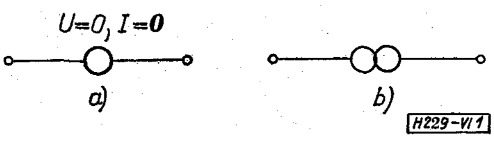
DR. VÁGÓ ISTVÁN
BME Elméleti Villamosságtan Tanszék

Nullátorokat és norátorokat tartalmazó hálózati modellek számítása

ETO 621.372.22.001.24

Csatolt kétpólusokat (vezérelt generátort, girátort, ideális transzformátort, negatív impedancia konvertert) tartalmazó hálózatok modellezhetők csatolt ágak nélkül nullátor és norátor felhasználásával [1, 2, 3].

Mint ismeretes, a nullátor (1*a* ábra) olyan kétpólus, amelynek árama és feszültsége zérus. A norátor pedig (1*b* ábra) árama és feszültsége szempontjából semmiféle megkötést nem jelent. Ennek megfelelően nullátornak egy impedanciákból és generátorokból álló hálózatba történő beiktatása a hálózat egyenleteit túlhatározottá, norátor beiktatása pedig határozatlanná teszi. Azonos számú nullátor és norátor esetén a felírható lineárisan független egyenletek száma megegyezik a hálózat ágainak a számával, vagyis az analízis ismeretlenjeinek számával.



1. ábra

Nullátorok és norátorok felhasználásával készült helyettesítő kapcsolások számítása [4] szerint a csomóponti potenciálok módszerével történhet. A csomóponti potenciálok módszerének alkalmazásánál az egyenleteket először a nullátorok és norátorok elhagyásával keletkezett hálózatra kell felírni, a nullátorok és norátorok figyelembevétele ezen egyenletekben bizonyos módosításokkal lehetséges.

A következőkben olyan módszert mutatunk be, amelyhez a hálózat gráfjának hurok- és vágatmátrixát használjuk fel.

Ha a hálózatban ideális generátor is van, akkor a veszteséges generátorokat — a Thevenin- vagy a Norton-helyettesítő képnek megfelelően — két ággal: egy ideális generátorral és egy impedanciával vegyük figyelembe. A számításhoz válasszuk a hálózat gráfjának olyan fáját, hogy a hálózat valamennyi nullátorának és ideális feszültséggenerátorának faág, valamennyi norátorának és ideális áramgenerátorának kötőág feleljen meg (ilyen választás mindig lehetséges).

Soroljuk a hálózat ágait az alábbiak szerint hat csoportba:

1. ideális áramgenerátort tartalmazó kötőágak,
2. norátort tartalmazó kötőágak,
3. impedanciát tartalmazó kötőágak,
4. impedanciát tartalmazó faágak,
5. nullátort tartalmazó faágak,
6. ideális feszültséggenerátort tartalmazó faágak.

Beérkezett: 1973. IV. 25.

Az egyes csoportokba tartozó ágak száma sorra: b_1, b_2, b_3, b_4, b_6, b_6. Megemlítjük, hogy a 2. és az 5. csoportba tartozó ágak száma egyenlő, vagyis $b_2 = b_5$.

Sorszámozzuk az ágakat a csoportosítás sorrendjében. A kiválasztott fa által generált hurokrendszer hurokjait a megfelelő kötőágak, az ugyanezen fa által generált vágatrendszert a megfelelő faágak sorrendjében számozzuk. A hurokrendszer $\boldsymbol{B}$ hurokmátrixával a hálózat hurokegyenlete:

$$\boldsymbol{B}\mathbf{U} = O, \tag{1}$$

ahol $\mathbf{U}$ az ágfeszültségek oszlopmátrixa.

Particionáljuk $\mathbf{B}$-t és $\mathbf{U}$-t az ágak hat csoportjának megfelelően. Így (1) a következő alakban írható:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccc} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \end{array} \\ \begin{array}{c} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \boldsymbol{F}_{11} & \boldsymbol{F}_{12} & \boldsymbol{F}_{13} \\ 0 & 1 & 0 & \boldsymbol{F}_{21} & \boldsymbol{F}_{22} & \boldsymbol{F}_{23} \\ 0 & 0 & 1 & \boldsymbol{F}_{31} & \boldsymbol{F}_{32} & \boldsymbol{F}_{33} \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_4 \\ \mathbf{U}_2 \\ \mathbf{U}_3 \\ \mathbf{U}_4 \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{U}_0 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \tag{2}$$

Az egyes blokkok oszlopainak számát a mátrix fölött, a blokkok sorainak számát a mátrix mellett feltüntettük. Figyelembe vettük, hogy $\mathbf{U}_6 = \mathbf{U}_0$ a feszültséggenerátorok forrásfeszültségének oszlopmátrixa és $\mathbf{U}_5 = \mathbf{0}$ a nullátorok feszültsége. (2)-ből:

$$\mathbf{U}_1 + \boldsymbol{F}_{11}\mathbf{U}_4 + \boldsymbol{F}_{13}\mathbf{U}_0 = \mathbf{0} \tag{3}$$

$$\mathbf{U}_2 + \boldsymbol{F}_{21}\mathbf{U}_4 + \boldsymbol{F}_{23}\mathbf{U}_0 = \mathbf{0} \tag{4}$$

$$\mathbf{U}_3 + \boldsymbol{F}_{31}\mathbf{U}_4 + \boldsymbol{F}_{33}\mathbf{U}_0 = \mathbf{0}. \tag{5}$$

Írjuk fel a vágategyenleteket!

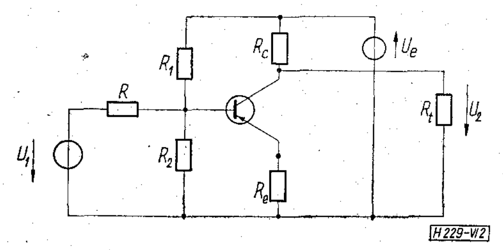
$$\boldsymbol{Q}\mathbf{I} = \mathbf{0}, \tag{6}$$

ahol $\boldsymbol{Q}$ a választott fa által generált vágatrendszer mátrixa az előbbieknek megfelelő sorszámozás szerint, és $\mathbf{I}$ a hálózat ágáramainak oszlopmátrixa. Particionáljuk ezeket is az ágak hat csoportjának megfelelően. Figyelembe véve, hogy az ágak, a hurkok és a vágatok fentiek szerinti sorszámozása esetén

$$\boldsymbol{B} = [\boldsymbol{1} \quad \boldsymbol{F}] \quad \text{és} \quad \boldsymbol{Q} = [-\boldsymbol{F}^+ \quad \boldsymbol{1}] \tag{7}$$

alakú, ahol $\boldsymbol{F}^+$ az $\boldsymbol{F}$ transzponáltját jelöli, (6) a következőképpen írható:

$$\begin{bmatrix} -\boldsymbol{F}_{11}^+ & -\boldsymbol{F}_{21}^+ & -\boldsymbol{F}_{31}^+ & 1 & 0 & 0 \\ -\boldsymbol{F}_{12}^+ & -\boldsymbol{F}_{22}^+ & -\boldsymbol{F}_{32}^+ & 0 & 1 & 0 \\ -\boldsymbol{F}_{13}^+ & -\boldsymbol{F}_{23}^+ & -\boldsymbol{F}_{33}^+ & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_0 \\ \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{I}_4 \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_6 \end{bmatrix} = \mathbf{0}, \tag{8}$$



2. ábra

ahol $\mathbf{I}_0$ az áramgenerátorok forrásáramának oszlopmátrixa, és $\mathbf{I}_5=\mathbf{0}$ a nullátorok árama. (8)-ból:

$$-\boldsymbol{F}_{11}^{+}\mathbf{I}_0-\boldsymbol{F}_{21}^{+}\mathbf{I}_2-\boldsymbol{F}_{21}^{+}\mathbf{I}_3+\mathbf{I}_4=\mathbf{0}, \qquad (9)$$

$$-\boldsymbol{F}_{12}^{+}\mathbf{I}_0-\boldsymbol{F}_{22}^{+}\mathbf{I}_2-\boldsymbol{F}_{32}^{+}\mathbf{I}_3=\mathbf{0}, \qquad (10)$$

$$-\boldsymbol{F}_{13}^{+}\mathbf{I}_0-\boldsymbol{F}_{23}^{+}\mathbf{I}_2-\boldsymbol{F}_{33}^{+}\mathbf{I}_3+\mathbf{I}_6=0. \qquad (11)$$

Az ágak feszültségét és áramát a fenti egyenletekből például a következőképpen lehet meghatározni: (2)-ből látható, hogy $\boldsymbol{F}_{22}$ kvadratikus mátrix. Amenynyiben nem szinguláris, úgy (10)-ből:

$$\mathbf{I}_2=-\boldsymbol{F}_{22}^{+\,-1}\boldsymbol{F}_{12}^{+}\mathbf{I}_0-\boldsymbol{F}_{22}^{+\,-1}\boldsymbol{F}_{32}^{+}\mathbf{I}_3. \qquad (12)$$

Ezt (9)-be helyettesítve kapjuk, hogy

$$(\boldsymbol{F}_{21}^{+}\boldsymbol{F}_{22}^{+\,-1}\boldsymbol{F}_{32}^{+}-\boldsymbol{F}_{31}^{+})\mathbf{I}_3+\mathbf{I}_4=(\boldsymbol{F}_{11}^{+}-\boldsymbol{F}_{21}^{+}\boldsymbol{F}_{22}^{+\,-1}\boldsymbol{F}_{12}^{+})\mathbf{I}_0. \qquad (13)$$

Ebben az impedanciát tartalmazó kötőágak és faágak árama — $\mathbf{I}_3$ és $\mathbf{I}_4$ — az ismeretlen, az (5) egyenletben pedig ugyanezen ágak feszültsége. A további számításunkban ezeket használjuk fel.

Az impedanciák árama és feszültsége között a következő összefüggések írhatók fel:

$$\mathbf{U}_3=\boldsymbol{Z}_3\mathbf{I}_3 \quad \mathbf{I}_3=\boldsymbol{Y}_3\mathbf{U}_3 \quad \boldsymbol{Y}_3=\boldsymbol{Z}_3^{-1} \qquad (14)$$

$$\mathbf{U}_4=\boldsymbol{Z}_4\mathbf{I}_4 \quad \mathbf{I}_4=\boldsymbol{Y}_4\mathbf{U}_4 \quad \boldsymbol{Y}_4=\boldsymbol{Z}_4^{-1} \qquad (15)$$

$\boldsymbol{Z}_3$ a 3., $\boldsymbol{Z}_4$ pedig a 4. csoportba tartozó ágak ágimpedancia-mátrixa. A hálózatban csatolt ágak nincsenek, mivel a csatolásokat a nullátor-norátor modell kiküszöböli. Így $\boldsymbol{Z}_3$ és $\boldsymbol{Z}_4$ diagonál mátrix.

Egyenleteinkből $\mathbf{U}_3$-at vagy $\mathbf{I}_4$-et célszerű kifejezni. Az előbbit b_3-adrendű, az utóbbit b_4-edrendű mátrix invertálásával határozhatjuk meg.

$\mathbf{U}_3$ kiszámításához (13)-ból és (15)-ből:

$$\mathbf{U}_4=-\boldsymbol{Z}_4(\boldsymbol{F}_{21}^{+}\boldsymbol{F}_{22}^{+\,-1}\boldsymbol{F}_{32}^{+}-\boldsymbol{F}_{31}^{+})\mathbf{I}_3+$$
$$+\boldsymbol{Z}_4(\boldsymbol{F}_{11}^{+}-\boldsymbol{F}_{21}^{+}\boldsymbol{F}_{22}^{+\,-1}\boldsymbol{F}_{12}^{+})\mathbf{I}_0. \qquad (16)$$

Ezt (14) felhasználásával helyettesítsük (5)-be:

$$\mathbf{U}_3=[\boldsymbol{1}-\boldsymbol{F}_{31}\boldsymbol{Z}_4(\boldsymbol{F}_{21}^{+}\boldsymbol{F}_{22}^{+\,-1}\boldsymbol{F}_{32}^{+}-$$
$$-\boldsymbol{F}_{31}^{+})\boldsymbol{Y}_3]^{-1}[\boldsymbol{F}_{31}\boldsymbol{Z}_4(\boldsymbol{F}_{31}^{+}\boldsymbol{F}_{22}^{+\,-1}\boldsymbol{F}_{12}^{+}-\boldsymbol{F}_{11}^{+})\mathbf{I}_0-\boldsymbol{F}_{33}\mathbf{U}_0]. \qquad (17)$$

$\mathbf{U}_3$ ismeretében (14) alapján $\mathbf{I}_3$, ezzel (16)-ból $\mathbf{U}_4$ és (15)-tel $\mathbf{I}_4$ meghatározható.

$\mathbf{I}_4$ kiszámításához hasonlóan $\mathbf{I}_3$-at (5)-ből (14) és (15) felhasználásával fejezzük ki:

$$\mathbf{I}_3=-\boldsymbol{Y}_3\boldsymbol{F}_{31}\boldsymbol{Z}_4\mathbf{I}_4-\boldsymbol{Y}_3\boldsymbol{F}_{33}\mathbf{U}_0. \qquad (18)$$

Ezt (13)-ba helyettesítve és rendezve:

$$\mathbf{I}_4=[\boldsymbol{1}-(\boldsymbol{F}_{21}^{+}\boldsymbol{F}_{22}^{+\,-1}\boldsymbol{F}_{32}^{+}-\boldsymbol{F}_{31}^{+})\boldsymbol{Y}_3\boldsymbol{F}_{31}\boldsymbol{Z}_4]^{-1}[(\boldsymbol{F}_{31}^{+}\boldsymbol{F}_{22}^{+\,-1}\boldsymbol{F}_{32}^{+}-$$
$$-\boldsymbol{F}_{31}^{+})\boldsymbol{Y}_3\boldsymbol{F}_{33}\mathbf{U}_0+(\boldsymbol{F}_{11}^{+}-\boldsymbol{F}_{21}^{+}\boldsymbol{F}_{22}^{+\,-1}\boldsymbol{F}_{12}^{+})\mathbf{I}_0]. \qquad (19)$$

$\mathbf{I}_4$ ismeretében (18)-ból $\mathbf{I}_3$, ill. (14) és (15) alapján $\mathbf{U}_3$ és $\mathbf{U}_4$ kifejezhető.

Ezzel két úton is meghatároztuk az impedanciák feszültségét és áramát.

A többi áramot és feszültséget is kiszámíthatjuk. Így a norátorok $\mathbf{I}_2$ árama (12)-ből, $\mathbf{U}_2$ feszültsége (4)-ből, az áramgenerátorok $\mathbf{U}_1$ feszültsége (3)-ból, a feszültséggenerátorok $\mathbf{I}_6$ árama (11)-ből és (12)-ből felírható.

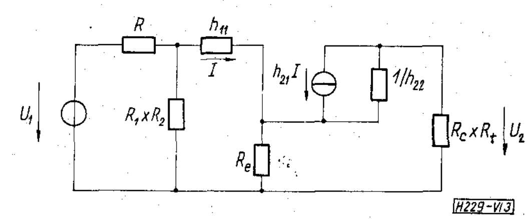
A számítási módszert két példán mutatjuk be.

a) A 2. ábrán látható hálózatban

$$R=1\ \mathrm{k}\Omega, \quad R_1=56\ \mathrm{k}\Omega, \quad R_2=25\ \mathrm{k}\Omega,$$
$$R_c=1{,}5\ \mathrm{k}\Omega, \quad R_e=0{,}5\ \mathrm{k}\Omega, \quad R_t=0{,}8\ \mathrm{k}\Omega,$$

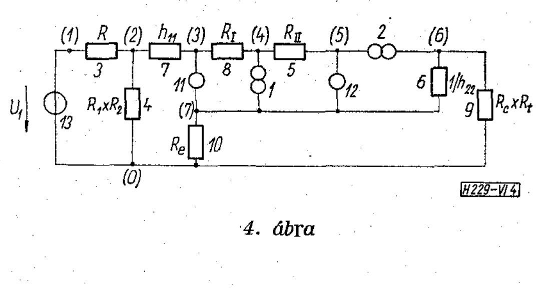
és a tranzisztort jellemző hibrid paraméterek nagyfrekvencián:

$$h_{11}=0{,}95\cdot 10^{-3}\Omega, \quad h_{12}=5{,}4\cdot 10^{-4},$$
$$h_{21}=50, \quad h_{22}=100\cdot 10^{-6}\,\mathrm{S}.$$



3. ábra

Határozzuk meg az U_2/U_1 feszültségerősítési tényezőt. Az U_e egyenfeszültségű generátor a nagyfrekvenciás jelek szempontjából rövidzárnak tekinthető. Elhanyagolva a kollektor-emitter feszültségnek a bázis-emitter feszültségre való visszahatását ($h_{12}\approx 0$), a tranzisztor egy áramvezérelt áramgenerátorral helyettesíthető (3. ábra). Ennek a kapcsolásnak egy számítási modelljét tüntettük fel a 4. ábrán. Itt $h_{21}=R_{\mathrm{I}}/R_{\mathrm{II}}$. Számításunkban legyen $R_{\mathrm{I}}=10\ \mathrm{k}\Omega$, akkor $R_{\mathrm{II}}=0{,}2\ \mathrm{k}\Omega$. A hálózat gráfja az ágaknak az előbbiekben megadott módon történő sorszámozásával az 5. ábrán látható. A faágakat vastagabb vonal jelöli. Minthogy áramgenerátor nincs a hálózatban, $b_1=0$, a nullátorok és norátorok számának megfelelően $b_2=b_5=2$, a hálózatban egy feszültséggenerátor van, így $b_6=1$. A csomópontok száma 8, vagyis 7 faág van. Ezért $b_3=b_4=4$. A kijelölt fa által generált



4. ábra

hurokrendszer mátrixa:

$$\boldsymbol{B}=\left[\begin{array}{cc|cccc|cccc|cc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right],$$

vagyis

$$\boldsymbol{F}_{21}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{F}_{22}=\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{F}_{23}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{F}_{31}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -\mathrm{i} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \mathrm{i} \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{F}_{32}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{F}_{33}=\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

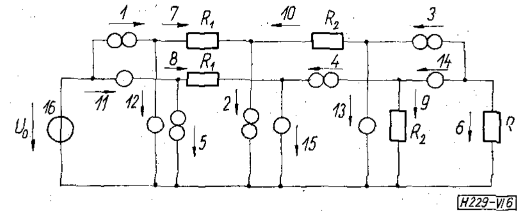
$$\boldsymbol{I}_0=\boldsymbol{0}, \qquad \mathbf{U}_0=U_1,$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{Z}_3 &= < R \quad R_1 \times R_2 \quad R_{II} \quad 1/h_{22} > = \\ &= < 1 \quad 17{,}28 \quad 0{,}2 \quad 10 > 10^3\,\Omega, \\ \boldsymbol{Z}_4 &= < h_{11} \quad R_I \quad R_c \times R_t \quad R_e > = \\ &= < 0{,}95\cdot 10^{-6} \quad 10 \quad 0{,}522 \quad 0{,}5 > 10^3\,\Omega, \\ \boldsymbol{Y}_3 &= < 1 \quad 0{,}0579 \quad 5 \quad 0{,}1 > 10^{-3}\,\mathrm{S}. \end{aligned}$$

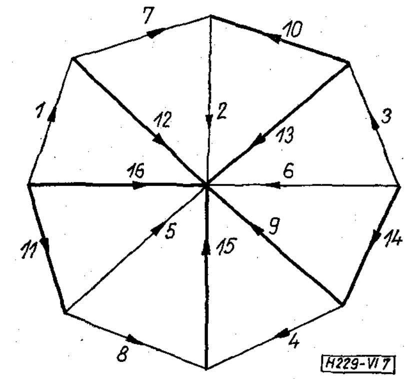
A (17) egyenlet alapján a fentiekből:

$$\mathbf{U}_3=\begin{bmatrix} 0{,}0918 \\ 0{,}908 \\ -0{,}392 \\ -1{,}836 \end{bmatrix} U_1 \quad \text{és}$$

$$\mathbf{I}_3=\mathbf{Y}_3\mathbf{U}_3=\begin{bmatrix} 0{,}0918 \\ 0{,}0526 \\ -1{,}96 \\ -0{,}184 \end{bmatrix} U_1\cdot 10^{-3}\,\mathrm{S}$$



6. ábra



7. ábra

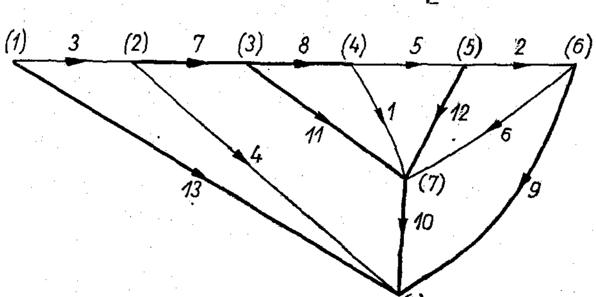
$$\mathbf{U}_4=\begin{bmatrix} 0{,}0372\cdot 10^{-6} \\ 0{,}392 \\ -0{,}927 \\ 0{,}857 \end{bmatrix} U_1.$$

A keresett U_2 feszültség $\mathbf{U}_4$ harmadik eleme, vagyis $U_2/U_1=-0{,}93$.

b) A 6. ábrán az R ellenállással lezárt, U_0 feszültségű generátorral gerjesztett negatív impedancia konverter helyettesítő kapcsolását tüntettük fel. A következőkben a feszültséggenerátor áramát számítjuk ki.

A számításhoz az ágakat a 6. ábrán látható módon sorszámoztuk. Az 1,…, 5 ág norátort, a 6,…,8 ág impedanciát tartalmazó kötőág, a 9, 10 impedanciát, a 11,…,15 nullátort, a 16 ideális feszültséggenerátort tartalmazó faág (7. ábra). Ezen fa által generált fundamentális hurokrendszer mátrixa:

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{1} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{F}_{21} & \boldsymbol{F}_{22} & \boldsymbol{F}_{23} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{1} & \boldsymbol{F}_{31} & \boldsymbol{F}_{32} & \boldsymbol{F}_{33} \end{bmatrix}=\left[\begin{array}{ccccc|ccc|cc|ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right].$$



5. ábra

vagyis

$$\boldsymbol{F}_{21}^{+}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{F}_{31}^{+}=\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{F}_{22}^{+\,-1}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$F_{32}^{+}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

továbbá

$$Y_3=\left\langle \frac{1}{R}\ \frac{1}{R_1}\ \frac{1}{R_1} \right\rangle \quad \text{és} \quad Z_4=\langle R_2\ R_2 \rangle.$$

Ezekből (19) alapján

$$\mathbf{I}_4=\begin{bmatrix} I_9 \\ I_{10} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{R_2}{R} & 1 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} \frac{U_0}{R_1} \\ 0 \end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{U_0}{R} \\ -\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{U_0}{R} \end{bmatrix}=\frac{U_0}{R}\begin{bmatrix} 1 \\ -1/k \end{bmatrix}.$$

$\mathbf{I}_4$-et (18)-ba helyettesítve kapjuk, hogy

$$\mathbf{I}_3=\begin{bmatrix} I_6 \\ I_7 \\ I_8 \end{bmatrix}=\frac{U_0}{R}\begin{bmatrix} R_2/R \\ -(R_2/R_1)^2 \\ R/R_1 \end{bmatrix}.$$

(12)-ből:

$$\mathbf{I}_2=\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix}=\frac{U_0}{R}\begin{bmatrix} -(R_2/R_1)^2 \\ -R_2/R-(R_2/R_1)^2 \\ -R_2/R \\ -R/R_1 \\ -R/R_1 \end{bmatrix}.$$

$\mathbf{I}_2$-t és $\mathbf{I}_3$-at (11)-be helyettesítve:

$$\mathbf{I}_6=I_{16}=\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2\frac{U_0}{R}=\frac{1}{k^2}\frac{U_0}{R},$$

amint ezt vártuk.

IRODALOM

[1] *Davies, A. C.:* Nullator-norator equivalent networks for controlled sources. Proc. of IEEE, 1967. p. 722—723

[2] *Mitra, S. K.:* Analysis and synthesis of linear active networks. Wiley, New York, 1969.

[3] *Vágó I.—Hollós E.:* Kétkapu modellezése nullátor és norátor felhasználásával. Híradástechnika XXIV. évfolyam 8. szám 236. o.

[4] *Davies, A. C.:* Matrix analysis of networks containing nullators and norators. Electronics Letters, 1966. Vol. 2. No. 2. p. 48—49