

# Impulzus zaj amplitúdó-sűrűségfüggvényének leírására szolgáló modell vezetékes adatátviteli rendszerekben

ETO 621.395.38:681.327.8

Egy hangfrekvenciás vezetékes távközlő csatornán üzemelő adatátviteli összeköttetés minőségi jellemzőjét: a hibaarányt, a csatorna sávszélessége, a jel szintje, az alkalmazott modulációs sebesség, a csatorna különböző torzításai (csillapítás-, fázis-, frekvencia-, nemlineáris torzítás), valamint a különböző zavartatások (zajok, rövid időtartamú megszakadások, fázisugrások) együttesen határozzák meg.

Adott jelszint, sávszélesség és átviteli torzítások esetén az adatátviteli hibaarányt elsősorban a különböző zavartatások határozzák meg, amelyek közül a zajok alapvető fontosságúak. A különböző adatátviteli rendszerek hibaarányának meghatározására szolgáló elméleti módszerek Gauss- vagy fehér zaj jelenlétét tételezik fel.

A valóságos távközlő csatornában jelenlevő zajfolyamat azonban — különösen kapcsolt hálózatokban — lényegesen eltér a gaussi folyamatától, ezért az említett elméleti módszerek alkalmazása, impulzus zaj jelenlétét feltételezve, a valóságostól lényegesen eltérő eredményeket ad. Emiatt számos kutató foglalkozik az impulzus zaj empirikus, illetve elméleti matematikai leírásával, valamint hatása csökkentésének lehetőségeivel. Elsődleges célunk e cikk keretében a kidolgozott impulzus zaj-modell ismertetése, amely az összeg zajfolyamat amplitúdó-sűrűségfüggvényének leírására alkalmas. Emellett az adatátviteli fogamának egy lehetséges általános meghatározását, az adatátviteli összeköttetés felépítésének vizsgálatát, valamint a véges memóriájú bináris szimmetrikus csatorna jellemzőit tekintjük át.

## Adatátviteli összeköttetés felépítése

Az adatátvitel fogalmának pontos meghatározása, a felhasználás lényegesen eltérő módjai és az alkalmazott eszközök nagy választéka miatt nehéz feladat. További problémát jelent az, hogy a felhasználás területe, valamint az adatátviteli eszközök osztályai napjainkban rendkívül dinamikusan bővülnek. Mindezek ellenére a jelenleg üzemelő adatátviteli rendszerek általános tulajdonságai lehetővé teszik,

hogy a gyakorlat szempontjából kielégítő pontosságú meghatározást adjunk.

A továbbiakban — figyelembe véve a jelenleg ismert információforrásokat — adatátvitelnek tekintjük minden, nem beszéd- vagy kép-információt hordozó jel távközlő hálózaton történő átvitelét. E meghatározás értelmében adatátviteli rendszerekben mind analóg, mind digitális információk továbbíthatók. Például elektrokardiográf kimenő jelei, folyamatvezérlő automata, távgépiró, számítógép, rajzgép stb. jelei kerülhetnek továbbításra. Az adatátvitel fő jellemzője tehát az, hogy az átvinni kívánt információ adatforrásból származik. A továbbiakban bináris adatátviteli rendszerek működését vizsgáljuk.

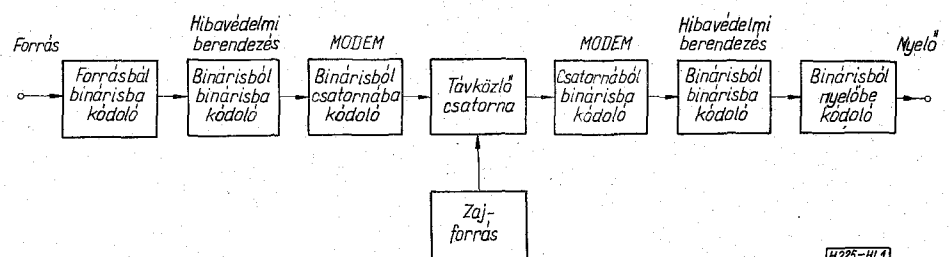
Hangfrekvenciás távközlési csatornán létesített adatátviteli összeköttetés felépítése az 1. ábrán látható. Az adatforrás által előállított információt bináris formában alakítjuk át. Tekintettel arra, hogy a távközlési csatornában különböző zavartatások, pl. zajok vannak jelen, az átvitt információ meghibásodhat.

A hibák felfedése és kijavítása céljából hibavédelmi berendezést alkalmazunk. Megfelelően tervezett kódolással az információ kevésbé érzékeny a zajra, pontosabban a zavartatás következtében meghibásodott információ a vétel helyén nagy valószínűséggel felismerhető, és automatikusan kijavítható. A vevőberendezésben dekódolót alkalmazunk, amely a kódolt közleményt — a vevőnek megfelelő — eredeti formára alakítja vissza. Más szavakkal azt mondhatjuk, hogy a zavartatások hatásának kiküszöbölése, illetve csökkentése céljából a hibavédelmi kódoló egy  $F$  kölcsönösen egyértelmű matematikai leképezést, illetve operációt hajt végre a bemeneti  $I$  közleményen. Ennek eredménye  $F(I)$ . A hibavédelmi dekódoló pedig ennek az operációnak  $F^{-1}$  inverzét hajtja végre, azaz:

	Operáció	Bemenet	Kimenet
Kódoló	$F$	$I$	$F(I)$
Dekódoló	$F^{-1}$	$F(I)$	$I$

A fent elmondottak természetesen a forrásból binárisba, illetve a binárisból nyelvébe kódolóra is érvényesek.

Beérkezett: 1973. IV. 20.



1. ábra. Hangfrekvenciás távközlő csatornán létesített adatátviteli összeköttetés felépítése

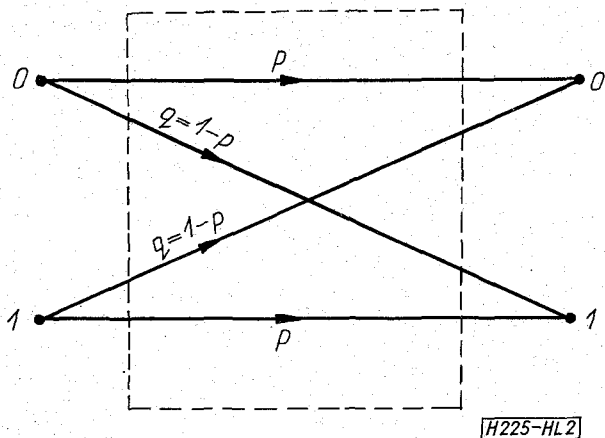
H225-HL7

Távközlési csatornánk hangfrekvenciás, és feladatunknak a zajviszonyok tanulmányozását tekintjük. Emiatt a zajforrást a távközlési csatornából kiemeljük (1. 1. ábra). A csatornát zajmentesnek tekintjük, csak az átviteli torzításokat realizálja. Vizsgálataink során a távközlési csatornában meglévő más zavarhatások (rövid idejű megszakadások, fázisingadozás, fázisugrás stb.) jelenlététől eltekintünk.

Ha a távközlési csatorna hangfrekvenciás, akkor a hibavédelmi berendezés és a távközlési csatorna közötti illesztést biztosító berendezés a modem.

**Véges memóriájú bináris szimmetrikus csatorna**

Mint az előzőekben már említettük, adatátviteli csatornánk bináris, de emellett a csatornát szimmetrikusnak is tekintjük. A bináris szimmetrikus csatorna (a továbbiakban BSC) modelljét a 2. ábrán tüntettük fel.



2. ábra. Bináris szimmetrikus csatorna modellje

BSC esetén teljesülniük kell a következő feltételeknek:

$$P(0|0) = P(1|1) = p$$

$$P(0|1) = P(1|0) = q = 1 - p.$$

$p$  tehát annak valószínűsége, hogy 0-át adunk a bemenetre, és 0-át kapunk a kimeneten, a hibás vétel valószínűsége  $q$ .

Az adaátvitel minőségét egyértelműen jellemezhetjük a hibavalószínűséggel. A  $q$  hibavalószínűség a  $h_a$  empirikus hibaarány várható értéke.

A BSC kimenetén megjelenő és a bemenetre adott bináris számjegyek közötti eltérések átlagos számát a bithibaarány adja meg. Ha a rendszeren átvitt  $N$  jel közül  $n$  számút találunk hibásnak, akkor a hibaarány az alábbi összefüggéssel adható meg:

$$h_a = \frac{n}{N}.$$

$n$  értékének adott megbízhatósági szint esetén, nagyobbak kell lennie, mint egy  $k$  korlát.

A hibaarányra fennáll a

$$0 \leq h_a \leq 1 \text{ összefüggés.}$$

Ha  $|q - h_a|$  legnagyobb értékét valószínűségi változóként tekintjük és  $D$ -vel jelöljük, vagyis

$$D = \sup_{0 \leq n < \infty} |q - h_a|,$$

akkor  $D$  1 valószínűséggel zérushoz tart, ha  $n \rightarrow \infty$ :

$$P(\lim_{n \rightarrow \infty} D = 0) = 1.$$

A hibaarány értéke tehát  $n \rightarrow \infty$  esetén a hibavalószínűséget 1 valószínűséggel közelíti.

Ha a BSC kimenetén megjelenő demodulációs hibák egymástól független, véletlen események, akkor a BSC-t memóriamentesnek mondjuk.

Valóságos távközlési csatornán létesített BSC-k azonban memóriával rendelkeznek. A véges memóriájú BSC-k jellemzője az, hogy a kimeneten megjelenő demodulációs hibák egymástól nem függetlenek, hanem bizonyos statisztikai függőséget mutatnak.

Véges memóriájú BSC-k leírására szolgáló modellek közül a Gilbert és Paretó által kidolgozottak a legismertebbek.

Ha a BSC-ben csak Gauss-zaj van jelen, a csatorna memóriamentes. A BSC kimenetén megjelenő hibák egymástól való függését elsősorban az impulzus-zaj okozza. Véges memóriájú BSC-ben a hibák megjelenését tehát, elsősorban az impulzus-zaj váltja ki. A valóságos hangfrekvenciás távközlési csatornán (elsősorban kapcsolt távbeszélő hálózaton) létesített adatátviteli összeköttetésünket emlékező BSC-nek tekintjük.

Az impulzus-zaj matematikai leírásának szükségességét az alábbi okok indokolják:

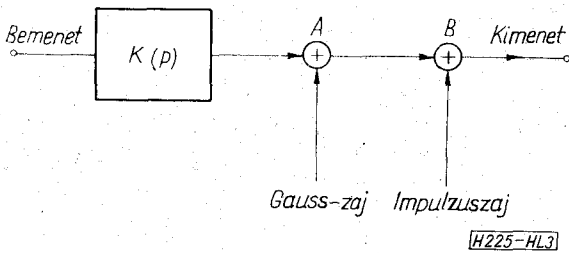
1. ahhoz, hogy egy adatátviteli rendszerhez a legjobban illeszkedő hibavédelmi kódot megtervezhessük, illetve egy adott kód hibajelző vagy hibajavító képességét ellenőrizzük, szükségünk van a valóságos távközlési csatornában megfigyelt hibák részletes statisztikájára, vagy pedig a csatorna egy olyan matematikai modelljére, amely jól közelíti a valóságos csatornát. Tekintettel azon állításunkra, hogy az adatátviteli hibák okozója vizsgált rendszerünkben elsősorban az impulzus-zaj, a fenti célok eléréséhez ezen zajtípus matematikai leírását elsődleges feladatnak tekintjük;
2. figyelembe kell vennünk azt is, hogy nem minden adatátviteli összeköttetésben kerül alkalmazásra hibavédelmi kódolási eljárás. Emiatt felmerül annak igénye, hogy az ismert modulációs módszerek közül az impulzus-zaj szempontjából leginkább zajérzékeny modulációs eljárást alkalmazzunk;
3. később bizonyítandó okok miatt a Gauss-zajjal vizsgált modemnek, illetve adatátviteli összeköttetésnek lényegesen eltérő tulajdonságai vannak hibaarány szempontjából impulzus-zaj jelenlétében;
4. ha rendelkezünk az impulzus-zaj — a gyakorlat szempontjából kielégítő pontosságú — leírásával, akkor a zajfolyamat amplitúdójának valószínűségi sűrűségfüggvényét lényegesen befolyásolhatjuk pl. az ún. „elkenési technika” felhasználásával [3];

5. az impulzus zaj-folyamat matematikai leírása nem elhanyagolható elméleti jelentőségű;
6. az impulzus zaj matematikai leírására szolgáló modell, véleményünk szerint, kiterjeszthető a távközlési csatorna más sztochasztikus jellegű zavarainak leírására is. E zavartatások közül elsősorban a véletlen távirótorzítást, a fázis ingadozást és a fázisugrást kell említeni. E paraméterek jellemzője szintén az, hogy valószínűségi eloszlásfüggvényeik nem jellemezhetők Gauss-eloszlásfüggvénnyel.

A fentiek figyelembevételével a következőkben megvizsgáljuk a vezetékes adatátviteli összeköttetésben felhasznált távközlési csatorna modelljét.

### A távközlési csatorna modellje

Az adatátviteli összeköttetésben felhasznált távközlési csatorna modelljét a 3. ábrán tüntettük fel. A csatornát a  $K(p)$  invariáns transzfer függvényével



3. ábra. Távközlő csatorna modellje

jellemezzük. Ha a csatorna be- és kimeneti jeleit leíró függvényeknek létezik Fourier-transzformáltjuk, akkor ezeket a  $K(p)$  transzfer függvény köti össze:

$$Y(p) = K(p) \cdot X(p),$$

ahol  $Y(p)$  a kimeneti,  $X(p)$  a bemeneti jel Fourier-transzformáltja. Az amplitúdó- és fáziskarakterisztika, valamint a transzfer függvény közötti összefüggés:

$$K(p) = A(\omega) \cdot e^{-j\varphi(\omega)}$$

ahol  $A(\omega)$  az amplitúdó-,  $\varphi(\omega)$  a fáziskarakterisztika. A zajmentes csatorna kimenetéhez Gauss-, illetve impulzus zajt generáló két additív zajforrás csatlakozik.

A csatornában keletkező additív tulajdonságú zaj időfüggvényének sokaságaként írható le, amelyek a csatorna kimenetén összeadódnak. A zajforrás additívítása alatt értjük, hogy a csatorna kimenetén akkor is jelen vannak a zavartatásból származó, nem kívánt jelek, amikor a csatorna bemenetére nem adunk hasznos jelet.

A következőkben röviden összefoglaljuk a zajok leírására szolgáló paramétereket, és megvizsgáljuk a vezetékes távközlési csatorna kimenetén megjelenő eredő zajfeszültség valószínűségi sűrűségfüggvényét.

### A zajok leírása

Véletlen zajfolyamatok leírására az alábbi statisztikai függvények szolgálnak:

1. négyzetes középérték,
2. valószínűségi eloszlás- és sűrűségfüggvény,
3. autokorreláció függvény,
4. teljesítménysűrűség spektrum függvény.

A jel autokorreláció függvénye a teljesítménysűrűség spektrum Fourier-transzformáltja. A jel négyzetes középértéke, autokorreláció függvénye és a teljesítménysűrűség spektrum függvénye semmilyen információt nem tartalmaz a zajfolyamat valószínűségi eloszlás-, illetve sűrűségfüggvényére vonatkozóan. Azonos teljesítménysűrűség spektrum függvénnyel vagy négyzetes középértékkel rendelkező zajfolyamatoknak lényegesen eltérő amplitúdósűrűség függvényük lehet.

A zajfolyamat amplitúdójának valószínűségi sűrűségfüggvénye azt adja meg, hogy az idő mely részében van a zajnak bizonyos amplitúdója. A sűrűségfüggvény alatti terület az  $x$  és  $x + \Delta x$  amplitúdók között megadja azt az időhányadot, ameddig a jel  $x$  és  $x + \Delta x$  közötti amplitúdójú.

Vizsgált zajfolyamatunkról feltesszük, hogy ergodikus, stacionárius, sztochasztikus folyamat. A stacionárius folyamatokra vonatkozó feltételek lényege az, hogy a körülmények változatlanok, és a folyamatok ingadozásai kizárólag a véletlentől függenek. Ergodikus folyamatokra érvényes, hogy bármely jelenség tetszőleges időátlaga egyenlő a folyamathoz tartozó jelenségek sokaságának időátlagával. Ergodikus stacionárius folyamatokra alkalmazható Birkhoff tétele: ha tetszőleges  $\xi_t$  folyamatról tudjuk azt, hogy a távoli időpontokban független értékeket vesz fel, tehát ha

$$|t_1 - t_2| > c \text{ konstans, akkor}$$

$\xi_{t_1}$ , és  $\xi_{t_2}$  független (ez az eset a valószínűségi távközlési csatornában is fennáll), akkor ki lehet mutatni, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\xi_{t_1} + \xi_{t_2} + \dots + \xi_{t_n}}{n} = \mathbf{M}(\xi_t),$$

ahol  $\mathbf{M}(\xi_t)$  a  $\xi_t$  várható értéke, ami a stacionaritás miatt nem függ  $t$ -től.

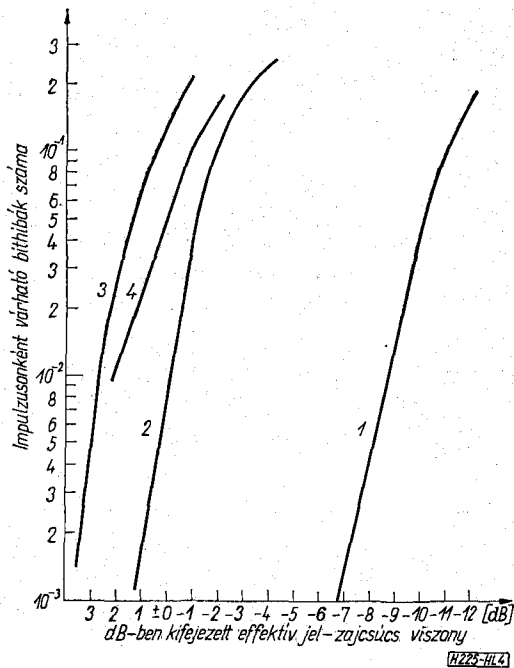
Ez a feltétel lehetővé teszi  $\mathbf{M}(\xi_t)$  becslését a

$$\frac{\xi_{t_1} + \xi_{t_2} + \dots + \xi_{t_n}}{n}$$

kifejezés segítségével. Minthogy az általunk vizsgált esetben  $|t_1 - t_2| > c$ -re (ha  $c$  elég nagy, esetünkben a mérés hossza 15 perc, a CCITT vonatkozó ajánlásának megfelelően)  $\xi_{t_1}$  és  $\xi_{t_2}$  (az eredő zajfolyamat feszültségei) függetlenek, ezért alkalmazhatjuk az ergodelmélet tételeit. A fenti eredmények figyelembevételével a mérések útján meghatározott egyedi empirikus amplitúdó-sűrűségfüggvényekből határoztuk meg az eredő zajfolyamat feszültségének valószínűségi sűrűségfüggvényét.

A zajimpulzusok amplitúdója és a hibaarány közötti empirikus viszony

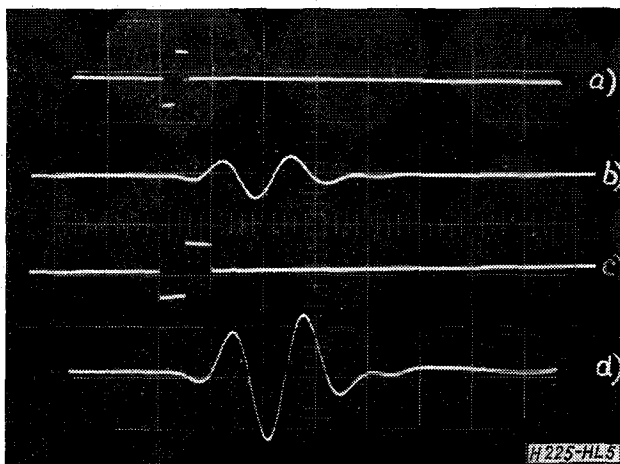
Annak oka, hogy az impulzus zaj leírására az amplitúdó-sűrűségfüggvényt tartjuk elsődlegesnek abban keresendő, hogy az adatátviteli hiba és a zajfeszültség pillanatnyi amplitúdója között szoros valószínű-



4. ábra. Az egy zajimpulzusra jutó hibák számának változása a jel-zaj viszony függvényében

ségi kapcsolat áll fenn. Ez indokolja azt, hogy impulzus zaj jelenlétében a jel-zaj viszonyt a zajimpulzus amplitúdójának és a jelfeszültség effektív értékének viszonyával adjuk meg.

Az impulzus zaj hibaarányra gyakorolt hatásának vizsgálata céljából mérési sorozatot végeztünk. A 4. ábrán a Posta Kísérleti Intézetben végzett mérések eredményeit tüntettük fel. A méréseket berendezéshurokban végeztük. A mérési sorozattal arra kívántunk választ kapni, hogy a zajimpulzusok csúcshőssége és a jelfeszültség effektív értéke viszonyának függvényében hogyan változik az egy zajimpulzusra jutó bithibák száma a CCITT V. 23 ajánlásának megfelelő modem kimenetén. A méréshez az



5. ábra. Szimulált zavaró zajimpulzusok; a) zavaró zajimpulzus, léptékek: függőleges 1 cm/V, vízszintes 1 cm/400 μs; b) az a görbe szerinti zavaró zajimpulzus a vevőszűrő kimenetén, a lépték az a görbe esetével egyezik meg; c) zavaró zajimpulzus, függőleges 0,2 V/cm, vízszintes 400 μs/cm; d) a c görbe szerinti zavaró zajimpulzus a vevőszűrő kimenetén, a lépték a c görbe esetével egyezik meg

ORION által gyártott 1200 bps sebességű modemet alkalmaztuk, a vizsgálatot a CCITT által javasolt szimulált, nullára visszatérő bipoláris zajimpulzusokkal végeztük (lásd 5. ábrát). A zavaró zajimpulzusok időtartamai:

- a) 100 μs,
- b) 200 μs,
- c) 400 μs.

A mérésekhez a modem egyoldalas torzítását minimális értékre állítottuk be.

A d) görbe azt az esetet mutatja, amikor a zavaró zajimpulzus időtartama 200 μs, és a vevőnek egyidejűleg 20% egyoldalas torzítása van.

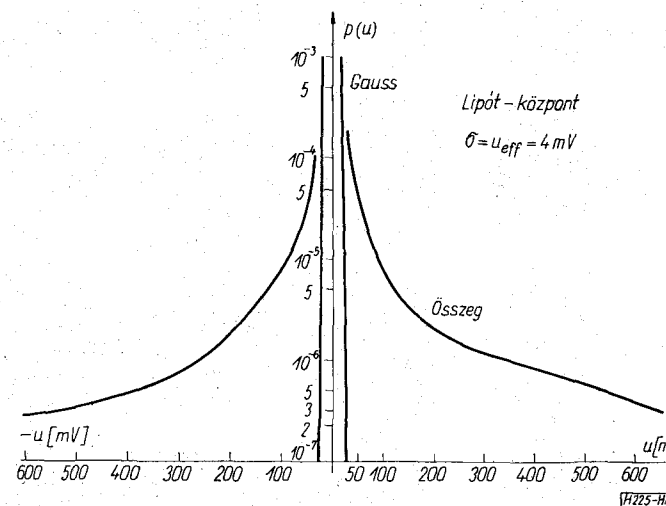
Az ábrából látható, hogy ha a zajimpulzus pillanatnyi amplitúdója meghaladja a hasznos jel szintjét, akkor viszonylag nagy valószínűséggel várható hibás bit megjelenése. A 4. ábrát figyelembe véve, az egy zajimpulzusra jutó bithibák számának várható értékére jó becslést ad az alábbi empirikus összefüggés:

$$h = k_1 \cdot e^{k_2 e^{-k_3 l}}$$

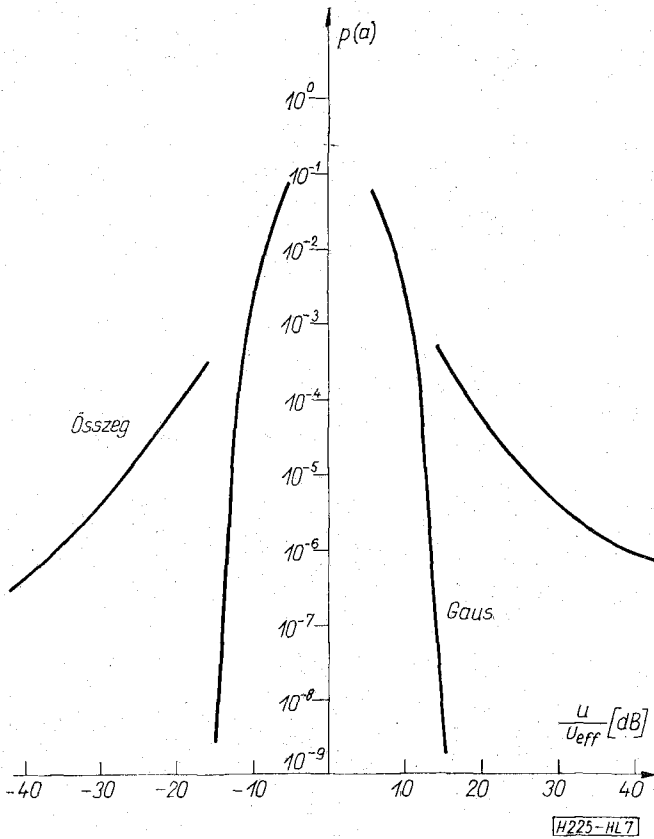
ahol  $k_1, k_2, k_3$  konstansok, és értéküket a modem típusa határozza meg,  $l$ , a dB-ben kifejezett szintet jelöli a kritikus jel-zaj viszony felett. Kritikus jel-zaj viszonyt az azt az értéket tekintjük, melynél  $h = 10^{-3}$ . Fenti példánk azt jelzi, hogy elsősorban a vezetékes távközlési csatornában jelenlevő zajfolyamat amplitúdó-sűrűségfüggvényének leírása, illetve ismerete nyújt lehetőséget a hibaarány becslésére.

#### Az eredő zajfolyamat amplitúdó-sűrűségfüggvénye

Mielőtt elméletileg megvizsgálánk a vezetékes távközlő csatornában jelenlevő összeg zajfolyamat amplitúdó-sűrűségfüggvényét, tekintsük a budapesti kapcsolt távbeszélő hálózaton létesített összeköttetésekben végzett mérések eredményeit. A mérés során a távbeszélő kapcsolat létesítése után a távbeszélő készülékeket az összeköttetés végpontjairól lekapcsoltuk és 600 ohmos ellenállásokkal helyettesítettük. A mérés során az összeg zajfolyamat effektív értékét, valamint a zajfolyamat amplitúdó-sűrűségfüggvé-



6. ábra. A Lipót Távbeszélő Központon átmenő összeköttetések kimenetén megjelenő összeg zajfolyamat amplitúdójának valószínűségi sűrűségfüggvénye



7. ábra. A 6. ábra logaritmus<sup>2</sup> abszcisszával

nyét határoztuk meg. Az amplitúdó-sűrűségfüggvények meghatározásához a KFKI által gyártott NTA-512B típusú analizátort alkalmaztuk. Egy-egy mérés időtartama 15 perc volt. A mérés eredményeit az analizátorhoz csatlakoztatott nyomtatón kinyomtattuk. A fenti méréseket minden vizsgált központ-típusnál legalább 50-szer végeztük el. A 6. ábrán a Lipót Távbeszélő Központon átmenő összeköttetések amplitúdó-sűrűségfüggvényének várható értékét tüntettük fel. A központ típusa 7A-2. A zajfeszültség effektív értékének várható értéke 4 mV. Az ábrába berajzoltuk a 4 mV szórású Gauss-zaj sűrűségfüggvényét is. A 7. ábra abszcisszája a zajfeszültség pillanatnyi amplitúdójának és a zajfeszültség effektív értékének logaritmus<sup>2</sup> viszonya. Az ábra alapján a következő megállapításokat tehetjük:

1. az összeg zajfolyamat amplitúdó-sűrűségfüggvénye nem egyezik meg a Gauss-eloszlás sűrűségfüggvényével. A zajfeszültség effektív értéke nem jellemzi a folyamat pillanatnyi amplitúdóit;
2. az eltérés a Gauss-sűrűségfüggvénytől nagy amplitúdók esetén jelentős (20 dB-lel az effektív érték felett);
3. a zajimpulzusok bekövetkezése kis valószínűségű (kb.  $10^{-4} \dots 10^{-5}$ ) esemény, és az összeg zajfolyamat effektív értékéhez képest igen nagy amplitúdók megjelenésével jár;
4. a sűrűségfüggvény gyakorlatilag szimmetrikusnak tekinthető, adott pozitív és negatív amplitúdók azonos valószínűséggel fordulnak elő, tehát az eredő zajfolyamat nulla várható értékű.

A következőkben a vezetékes távközlési csatornában jelenlevő zajfolyamat matematikai leírását adjuk meg.

**Impulzus zaj-modell**

A modellel szemben az alábbi követelményeket támasztjuk:

- fizikailag szemléletes legyen,
- minél jobban jellemezze a zajfolyamat amplitúdó-sűrűségfüggvényét,
- legyen matematikailag könnyen kezelhető,
- a modellben szereplő paraméterek lehetőleg mérés-sel meghatározhatók legyenek.

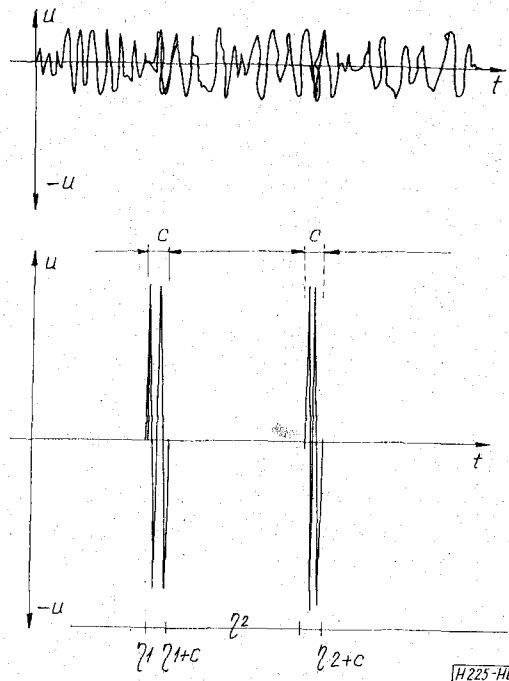
Korábbi állításunknak megfelelően a távközlő csatornában megjelenő eredő zaj két, egymástól független A és B forrásból származik, amelyek additív tulajdonságúak, és a csatorna kimenetén szuperponálódnak.

Az A jelű forrásból származó folyamat Gauss-zaj,  $\sigma_1$  szórással és  $m=0$  várható értékkel. A Gauss-zaj állandóan jelen van.

A B jelű forrás egy megadott, ún. bekapcsolási időtartamra impulzusajt generál.

Tekintsük a 8. ábrát. Tegyük fel, hogy  $t=0$  időpontban a B jelű forrás nincs bekapcsolva. Jelölje  $\eta_1$  azt az első időpontot, amikor B bekapcsolódik. A bekapcsolt állapot időtartama első közelítésben legyen  $c>0$  konstans.  $\eta_1+c$  időponttól a második bekapcsolásig terjedő időtartamot jelöljük  $\eta_2$ -vel, a  $k-1$ -edik kikapcsolás és a  $k$ -edik bekapcsolás közötti ún. zajközi időtartamot  $\eta_k$ -val.

Feltételezhetjük, hogy az  $\eta_k$ -k független, azonos eloszlású valószínűségi változók, amelyeknek közös



8. ábra. Az eredő folyamat komponenseinek időtartománybeli viselkedése

eloszlása folytonos, és teljesül rájuk a következő feltétel:

$$P(\eta_k < s | \eta_k > t) = P(\eta_k < s - t), \text{ ahol } s > t > 0.$$

A fenti feltételekből következik, hogy az  $\eta_k$ -k — a zajközi időtartamok — közös eloszlása exponenciális, azaz

$$P = (\eta_k < x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & \text{ha } x > 0 \\ 0 & \text{ha } x < 0. \end{cases}$$

Vizsgáljuk meg az amplitúdó-sűrűségfüggvényt.

Jelöljük azt az eseményt, hogy a B impulzus zajforrás ki van kapcsolva E-vel, azt az eseményt, hogy be van kapcsolva  $\bar{E}$ -vel. Ebben az esetben

$$P = (E) = p = 1 - q,$$

$$P = (\bar{E}) = q.$$

Ha  $\xi$  jelöli a zajfeszültség véletlen értékét egy rögzített időpontban;  $\xi_1$  az A (gaussi) forrásból származó,  $\xi_2$  pedig a B impulzus zajforrásból származó zajfeszültség értékét ugyanabban az időpontban, akkor a teljes valószínűség tétele szerint:

$$F_\xi(x) = P(\xi < x) = p \cdot P(\xi < x | A) + q \cdot P(\xi < x | B) = p \cdot F_{\xi_1}(x) + q(F_{\xi_1} * F_{\xi_2}),$$

ahol \* a konvolúciót jelöli.

Ha az impulzus zajforrásból származó  $\xi_2$  zajfeszültségről feltennénk, hogy  $\xi_1$ -hez hasonlóan szintén Gauss-eloszlású, akkor az eredő zajfeszültség,  $\xi_1 + \xi_2$  is Gauss-eloszlású lenne. A mért empirikus sűrűségfüggvény ismeretében ez a feltevés azonban nem helytálló. Az empirikus összeg sűrűségfüggvények alapján az várható, hogy  $F_{\xi_2}(x)$  — az impulzus zaj feszültségének eloszlása — szintén keverék eloszlás, mégpedig egy pozitív, illetve egy negatív várható értékű normális eloszlásé, +1/2 súlyozással, azaz:

$$F_\xi(x) = p \cdot F_{\xi_1}(x) + q[1/2(F_{\xi_1} * F_2) + 1/2(F_{\xi_1} * F_3)].$$

Sűrűségfüggvényekre áttérve:

$$f_\xi(x) = p \cdot f_1(x) + q/2[f_2(x) + f_3(x)],$$

ahol

$$f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma_1^2}}$$

$$f_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \cdot e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma_2^2}}$$

$$f_3(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \cdot e^{-\frac{(x+m)^2}{2\sigma_2^2}}$$

Az  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$ ,  $f_3(x)$  és  $f(x)$  sűrűségfüggvényeket a 9. ábrán tüntettük fel.

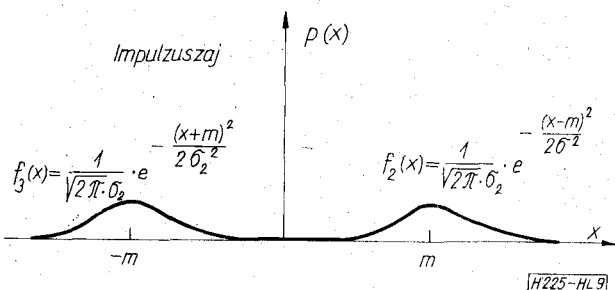
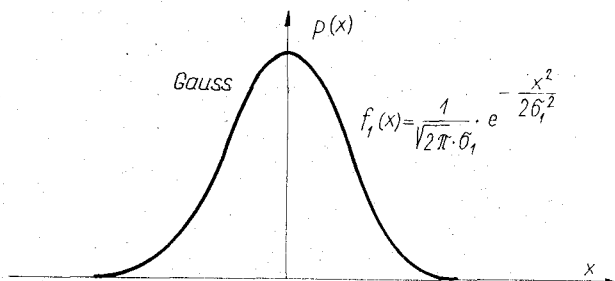
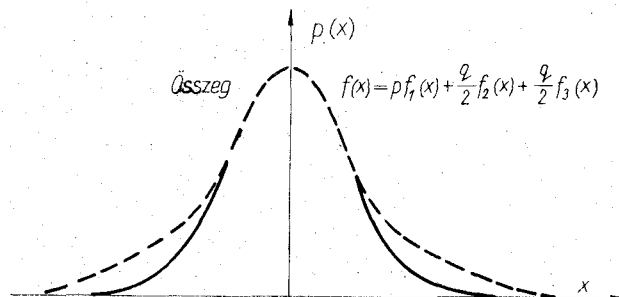
Kimutattuk tehát, hogy az eredő zajfeszültség három normális eloszlású feszültség keveréke, és  $f(x)$ , az eredő feszültség sűrűségfüggvénye az alábbi négy paraméter függvénye:

$p$  = annak a valószínűsége, hogy a vizsgált időpontban az impulzus zajforrás kikapcsolt állapotban van,

$m$  = a zajimpulzusok amplitúdójának várható értéke,

$\sigma_2$  = a zajimpulzusok amplitúdójának szórása,

$\sigma_1$  = a Gauss-zaj szórása.



9. ábra. Az impulzus zaj, a Gauss-zaj és az összeg zajfolyamat valószínűségi sűrűségfüggvényei

A paraméterek becslésére a legkisebb négyzetek módszere alkalmazható.  $q$  értékét méréssel határoztuk meg. A mérés során megmértük azt az eredő időt amely alatt a zajimpulzusok amplitúdója nagyobb mint  $u_{\text{eff}} + 20$  dB. A mérés időtartamának ismeretében a túllépés relatív gyakorisága meghatározható, ez feltételezésünk szerint gyakorlatilag a túllépési valószínűséggel azonos.

Ha a zajfeszültség Gauss-zajtól származna, akkor az  $u_{\text{eff}} + 20$  dB szintérték 10  $\sigma$ -t jelentene. Ebben az esetben a túllépési valószínűség kisebb lenne, mint  $10^{-10}$ . 193 darab, egyenként 15 perces mérés eredményeinek birtokában, a Ferenc Távbeszélő Központon keresztülműködő összeköttetés esetében  $q$ -ra, a túllépés valószínűségére,  $7,3 \cdot 10^{-4}$  értéket kaptunk.

Határozzuk meg a következőkben a két Gauss-eloszlás  $p$  és  $q$  súlyokkal képzett keverékeloszlásának várható értékét és szórásnégyzetét.

A teljes várható érték tétele értelmében, ha  $A_i$  ( $i=1, 2, \dots$ ) teljes eseményrendszer ( $\sum_i P(A_i) = 1$ ), és ha minden  $i$ -re létezik az  $M(\xi | A_i)$  feltételes várható érték, akkor  $M(\xi)$  is létezik, és

$$M(\xi) = \sum_i P(A_i) M(\xi | A_i).$$

Ugyancsak a teljes várható érték tételének alkalmazásával  $\xi$  szórásnégyzete:

$$D^2(\xi) = \sum_i P(A_i) M(\xi^2 | A_i) - [\sum_i P(A_i) M(\xi | A_i)]^2$$

Esetünkben az  $A_1 = E$  esemény azt jelenti, hogy az impulzus zaj-forrás kikapcsolt állapotban van,  $A_2 = \bar{E}$  esemény az impulzus zaj-forrás bekapcsolt állapotát jelenti.

Ekkor:

$$P(A_1) = P(E) = p,$$

$$P(A_2) = P(\bar{E}) = q = 1 - p.$$

A fentieket felhasználva a következőket kapjuk:

$$M = (\xi) = p \cdot 0 + \frac{q}{2} (m - m) = 0,$$

$$D^2(\xi) = p \cdot \sigma_1^2 + 2 \cdot \frac{q}{2} (\sigma_1^2 + m^2) = p \sigma_1^2 + q \sigma_2^2 + q m^2.$$

Az eredő folyamat várható értéke, az egyenkompone ns, nulla.

A gyakorlati mérések eredményeiből láttuk, hogy  $q$  értéke igen kicsi, emiatt

$$p \cdot \sigma_1^2 \gg q \sigma_2^2 + q m^2.$$

$\sigma_2$  és  $m$  a zavarforrást jellemzi. Rotary típusú távbeszélőközpontoknál  $m$  értéke az 1–2 V értéket is elérheti, míg Crossbar központoknál csak 100–200 mV.

Az eddig megismert tulajdonságok ismeretében összefoglalhatjuk az impulzus zaj főbb jellemzőit.

1. Az impulzus zaj, valószínűségi csatornában, mindig az alapzajjal együtt van jelen. Az eredő amplitúdó-eloszlásfüggvény (elsősorban a kis valószínűségi amplitúdók tartományában) eltér a gaussi amplitúdó-eloszlás függvényétől.
2. Az impulzus zaj fontos tulajdonsága az, hogy a zaj feszültsége, illetve energiája a csatornán átvitt elemi jelhez képest rövid időtartamú csomókba koncentrálódik, és ez alatt az idő alatt az eredő zajfeszültség effektív értékéhez képest

igen nagy értéket vesz fel. A rövid impulzus-időtartam és a nagy amplitúdó miatt az impulzus zaj frekvencia komponensei ún. rendezett fázisúak, ellentétben a Gauss-zajjal, amely frekvenciakomponenseinek fázisai a véletlentől függenek. Ez a tulajdonság nyújt lehetőséget a zajimpulzusok amplitúdóinak csökkentésére, az elkenési technika alkalmazása során.

3. Az impulzus zaj  $+m$  és  $-m$  várható értékű Gauss-folyamatok keverékeloszlásaként tekinthető.

Az impulzus zaj leírására szolgáló paraméterek közül, az előzőkben tárgyalt amplitúdó-sűrűségfüggvényen kívül az alábbi jellemzők meghatározásának van jelentősége adatátviteli rendszerek vizsgálata során:

zajimpulzusok időtartamának valószínűségi eloszlása,

impulzus zaj-mentes (zajközi) időtartamok valószínűségi eloszlása,

zajimpulzusok csomón belüli eloszlása (a csomót a CCITT V. 55 ajánlás szerinti ún. számlálási holtidőre célszerű definiálni),

impulzus zaj-számlálások valószínűségi eloszlása, a CCITT V. 55. ajánlásnak megfelelő mérőberendezéssel mérve.

#### I R O D A L O M

- [1] Reza, M.: Bevezetés az információ elméletébe. Műszaki Kiadó, Budapest. 1966.
- [2] American Telephone and Telegraph Company: Comments on the use of impulse noise counter. CCITT. Com. Sp. A. -No. 113. 1967. július 30.
- [3] Wainwright, R. A.: On the potential advantage of a smear-ring-desmearing filter technique in overcoming impulse-noise problems in data-systems. IRE Transactions on Communications Systems, 1961. december
- [4] Rényi A.: Valószínűség számítás. Tankönyvkiadó, Budapest 1966.