

SALLAI GYULA

BME Híradástechnikai Elektronika Intézet

## A transzverzális szűrő tolerancia-analízise

ETO 621.372.54:621.372.85

A késleltető művonalas transzverzális szűrő (T-szűrő) tulajdonságai alapján a mintavételező szűrők osztályába tartozik, a nonrekurzív digitális szűrő analóg megvalósításának tekinthető. A Híradástechnika hasábjain 1971-ben megjelent [1] cikk a T-szűrő elvét, frekvenciatartománybeli tulajdonságait részletesen ismertette, s egyik legjelentősebb alkalmazási területével, az adatátviteli összeköttetések kiegyenlítésével foglalkozott. E cikkben a T-szűrő átviteli karakterisztikájának tolerancia-analízisét dolgozzuk ki. Értelmezzük és meghatározzuk a T-szűrő késleltető művonalának rendszerjellemzőire, valamint beállítható paramétereinek (súlyozó együtthatóinak) értékére vonatkozó érzékenységeket, érzékenységinvariánciákat, tolerancia-összefüggéseket [8]. Az eredményül kapott összefüggések jól felhasználhatók. Egyrészt megvizsgálható adott késleltető művonal ideálistól eltérő voltának (a veszteségnek, a névleges késleltetéstől való eltérésnek, a futási idő ingadozásának), valamint a súlyozó együtthatók toleranciáinak az átviteli karakterisztikára gyakorolt hatása. A kiértékelésre számítógép-program is készült. Másrészt a T-szűrő  $K(j\omega)$  átviteli karakterisztikájára tett előírások alapján előírható a késleltető művonal specifikációja, a tervezéshez elengedhetetlenül szükséges toleranciaséma, az építés során az egyes áramköri elemekre megkövetelt pontosság, valamint a súlyozó áramkörök megengedett toleranciája. Eredményeink a késleltetést shift regiszterrel megvalósító kvázidigitális szűrőkre is alkalmazhatók. Példaként, az előírt futási időt egyenletesen közelítő, mindentáeresztőkből álló késleltetővel megvalósított T-szűrő analízisét végezzük el. Számításainkat a megépített T-szűrőn végzett mérési eredményekkel is összevetjük.

### 1. Értelmezések, definíciók

A T-szűrő egy késleltető láncból és egy súlyozó-összegző áramkörből áll. A beadott  $x(t)$  jel a mindkét végén illesztett,  $M$  tagú késleltető láncra kerül,

amelynek tagjai — ideális esetben — a jelet nem változtatják meg, csak  $T$  idővel eltolják. A késleltető lánc mentén megjelenő jelek nagyságát és előjelét az  $M+1$  darab  $d_i$  ( $i=0, 1, \dots, M$ ) súlyozó együtthatónak megfelelően állítjuk be. Végül a súlyozott jeleket összegezve kapjuk az  $y(t)$  kimeneti jelet. Ideális késleltető művonal esetén a T-szűrő átviteli karakterisztikája az 1. ábra szerinti topográfiának megfelelően

$$K(j\omega) = \sum_{i=0}^M d_i e^{-ij\omega T} \quad (1)$$

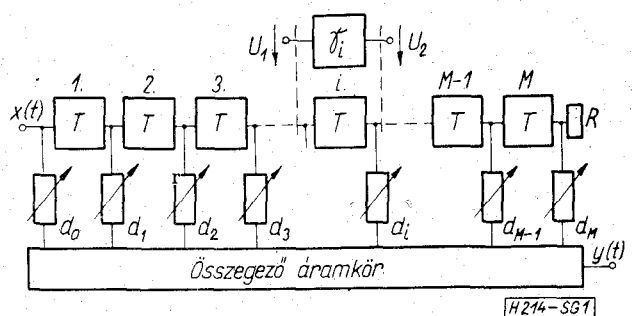
alakú,  $2\pi/T$ -szerint periodikus lesz. Ha a késleltető négy-póluslánc tagjainak hullámátviteli mértéke:

$$\gamma_i(\omega) = \gamma = \ln \frac{U_1}{U_2} = \alpha + j\beta; \quad i=1, 2, \dots, M,$$

akkor a T-szűrő átviteli karakterisztikája:

$$K(j\omega) = \sum_{i=0}^M d_i e^{-i\gamma(\omega)}. \quad (2)$$

A (2) összefüggés felírásánál feltételeztük, hogy 1. a késleltető négy-póluslánc tagjai azonosak, így egymást illesztve  $\alpha(\omega)$  hullámcsillapításuk és  $\beta(\omega)$  hullámforgatásuk összeadható; 2. a késleltető lánc két végén levő, megfelelő értékű  $R$  ohmos lezárásoknál eltekinthetünk a nem tiszta ohmos hullámellenállású késleltető négy-pólusok esetén fellépő reflexió hatásá-



1. ábra. Transzverzális szűrő. A  $\gamma_i$  hullámátviteli mértékű késleltető tagok az ideális  $T$  késleltetés követelményét közelítik

tói. Megjegyezzük, hogy a továbbiakban a hullámcsillapítást egyszerűen csillapításnak, a hullámforgatást forgatásnak nevezzük.

A T-szűrő részkarakterisztikáit az alábbi összefüggésekkel definiálva:

$$K(j\omega) = A(\omega)e^{-j\beta(\omega)}; \tau(\omega) = \frac{d b(\omega)}{d\omega},$$

amplitúdó- és fáziskarakterisztikája:

$$A(\omega) = \left\{ \left[ \sum_{i=0}^M d_i e^{-i\alpha} \cos i\beta \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^M d_i e^{-i\alpha} \sin i\beta \right]^2 \right\}^{1/2}, \quad (3)$$

$$b(\omega) = \arctg \frac{\sum_{i=1}^M d_i e^{-i\alpha} \sin i\beta}{\sum_{i=0}^M d_i e^{-i\alpha} \cos i\beta}. \quad (4)$$

Vegyük észre, hogy az átviteli karakterisztika egyrészt a  $d_i$  együtthatók függvénye, másrészt a késleltető művonal egy tagját jellemző  $\alpha(\omega)$  csillapítás és  $\beta(\omega)$  forgatás függvénye. Azaz

$$K = K[d_0, d_1, \dots, d_i, \dots, d_M, \alpha(\omega), \beta(\omega)].$$

Ha az  $M$  késleltető tagot egymástól függetlenül kezeljük, s a frekvenciafüggést külön tüntetjük fel:

$$K = K(\omega, d_0, d_1, \dots, d_i, \dots, d_M, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_M, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_M). \quad (5)$$

Láthatjuk, hogy  $K(j\omega)$  egy nagyobb rendszernek, a T-szűrőnek a jellemzője, amelyet tulajdonképpen alrendszerek, azaz a késleltető tagok, csillapítók karakterisztikáival fejezünk ki, függetlenül attól, hogy az adott késleltetést, illetve súlyozást hogyan, milyen áramkörü megoldással valósítjuk meg. Éppen ezért az érzékenységek, toleranciák vizsgálatát is ilyen teljes rendszer—alrendszer viszonyban célszerű végezni, amikor is az alrendszer valamely paraméterének az előírttól való kismértékű eltérésének hatását kutatjuk a teljes rendszer jellemzőiben. A T-szűrő esetében a késleltető művonalra minden esetre egyöntetűen megadható az ideális késleltetésnek megfelelő előírás:  $\alpha_i(\omega) = 0, \beta_i(\omega) = \omega T (i = 1, \dots, M)$ .

Definiáljuk ezek után az abszolút és a relatív érzékenység, valamint a tolerancia fogalmát. Egy áramkör  $y = y(x_1, x_2, \dots, x_1, \dots, x_L)$  karakterisztikájának  $x_i$  paraméterére vonatkoztatott abszolút érzékenysége:

$$S(y, x_i) \equiv S_i = \frac{\partial y}{\partial x_i} \quad (6)$$

Az  $y$  karakterisztika toleranciája  $\Delta x_1, \dots, \Delta x_i, \dots, \Delta x_L$  megváltozások, előírástól való eltérések hatására:

$$\Delta y = \sum_{i=1}^L S_i \Delta x_i. \quad (7)$$

A relatív érzékenység definíciója pedig:

$$S'(y, x_i) \equiv S'_i = \frac{\partial \ln y}{\partial \ln x_i} = \frac{x_i}{y} S_i. \quad (8)$$

$$\Delta A(\omega) \leq |\Delta K(j\omega)| = \left\{ \left[ \sum_i S(A, x_i) \Delta x_i \right]^2 + A^2(\omega) \left[ \sum_i S(b, x_i) \Delta x_i \right]^2 \right\}^{1/2}. \quad (14)$$

Itt jegyezzük meg, hogy a különböző  $x_i$ -khez tartozó relatív érzékenységek nem függetlenek egymástól. Érdekes összefüggések adódnak általában a relatív érzékenységek összegére [2]. Az érzékenység összegek meghatározhatók pl. a paraméterek dimenziói közötti kapcsolat ismeretében.

Jelen vizsgálatunkban általában a  $K = K(j\omega, x_i)$  átviteli karakterisztikának az érzékenységeivel foglalkozunk, ahol  $x_i$  valamelyik alrendszer paramétere. Az alábbi összefüggések gyakori alkalmazása miatt, és a jelölések bevezetése érdekében itt rögzítjük  $K(j\omega, x_i)$ -re és részkarakterisztikáira vonatkozó érzékenységek viszonyát.

$$S(K, x_i) = \frac{\partial K(j\omega, x_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial A(\omega, x_i) e^{-j\beta(\omega, x_i)}}{\partial x_i}.$$

Ha

$$S(A, x_i) = \frac{\partial A(\omega, x_i)}{\partial x_i},$$

és

$$S(b, x_i) = \frac{\partial b(\omega, x_i)}{\partial x_i}$$

akkor

$$S(K, x_i) = e^{-j\beta(\omega)} [S(A, x_i) - jS(b, x_i)A(\omega)]. \quad (9)$$

$K(j\omega)$ -ra normáiva

$$\frac{1}{K} \frac{\partial K(j\omega, x_i)}{\partial x_i} = \frac{S(A, x_i)}{A} - jS(b, x_i). \quad (10)$$

Átírva logaritmikus karakterisztikára [2], figyelembe véve, hogy  $\ln K(j\omega) = -a(\omega) - j\beta(\omega)$  és  $A(\omega) = e^{-a(\omega)}$ , így

$$\frac{1}{A} \frac{\partial A(\omega, x_i)}{\partial x_i} = -\frac{\partial a(\omega, x_i)}{\partial x_i} = -S(a, x_i),$$

(10)-t írhatjuk:

$$\frac{\partial \ln K(j\omega, x_i)}{\partial x} = -S(a, x_i) - jS(b, x_i). \quad (11)$$

Így a logaritmikus átviteli karakterisztika toleranciája (7) alapján

$$\Delta \ln K(j\omega) = -(\Delta a + j\Delta b) = \sum_{i=1}^L [-S(a, x_i) - jS(b, x_i)] \Delta x_i$$

amiből a logaritmikus amplitúdó- (csillapítás), ill. a fáziskarakterisztika változása

$$\Delta a(\omega) = \sum_{i=1}^L S(a, x_i) \cdot \Delta x_i, \quad (12)$$

$$\Delta b(\omega) = \sum_{i=1}^L S(b, x_i) \cdot \Delta x_i. \quad (13)$$

Az amplitúdó-karakterisztika változása az átviteli karakterisztika

$$\Delta K(j\omega) = \sum_{i=1}^L S(K, x_i) \cdot \Delta x_i$$

megváltozásának abszolút értékénél kisebb vagy azal egyenlő:

Ezen bevezetés után, a T-szűrő (2) átviteli karakterisztikájának érzékenységeit, toleranciáit négy lépésben határozzuk meg. Megvizsgáljuk a súlyozó együtthatókra vonatkozó összefüggéseket, majd az ideális késleltető vonal késleltetésére vonatkozó érzékenységet, toleranciákat, ezután a konstans késleltetésű, majd a nemlineáris fázisforgatású késleltető művonal veszteségeinek hatását tárgyaljuk. A relatív érzékenységek összegére kiadódó invariancia összefüggésekből minden esetben hasznos következtetéseket vonhatunk le.

2. A súlyozó együtthatók toleranciájának hatása

Vizsgáljuk meg, hogy az átviteli karakterisztika hogyan változik a súlyozó együtthatók kis megváltozásának, a csillapítótagok toleranciájának hatására. Tekintsük először a  $d_i$ -kre vonatkozó relatív érzékenységek összegét.

A súlyozó együtthatók arányos változtatásának hatására  $K(j\omega)$  ugyanolyan arányban változik. Legyen a változás  $\lambda$  szoros, akkor írhatjuk

$$K(\lambda d_0, \lambda d_1, \dots, \lambda d_i, \dots, \lambda d_M) = \lambda \cdot K.$$

$\lambda$  szerint differenciálva az alábbi formában, kapjuk

$$\sum_{i=0}^M \frac{\partial K}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda \cdot d_i}{\partial \lambda} = K,$$

$$\sum_{i=0}^M d_i \frac{\partial K}{\partial \lambda \cdot d_i} = K.$$

$\lambda = 1$ -et helyettesítve és  $K \neq 0$ -val átosztva

$$\sum_{i=0}^M \frac{d_i}{K} \frac{\partial K}{\partial d_i} = 1 \tag{15}$$

ami (8)-cal összevetve

$$\sum_{i=0}^M S^r(K, d_i) = 1 \tag{16}$$

azaz a súlyozó együtthatókra vonatkozó relatív érzékenységek összege egységnyi. Eredményünk más-ként is belátható, ugyanis (2)-t  $d_i$  szerint differenciálva,  $K(j\omega)$   $d_i$  szerinti érzékenységet kapjuk:

$$S(K, d_i) = \frac{\partial K}{\partial d_i} = e^{-\nu \omega} \tag{17}$$

Képezzük az alábbi súlyozott összeget (2) figyelembe-vételével:

$$\sum_{i=0}^M d_i \frac{\partial K}{\partial d_i} = \sum_{i=0}^M d_i e^{-\nu \omega} = K(j\omega)$$

és (15) átosztás előtti alakját kapjuk.

$$\Delta A(\omega) \leq \left| \sum_{i=0}^M e^{-\nu \omega} \Delta d_i \right| = \left| \sum_{i=0}^M \Delta d_i \cos i\omega T - j \cdot \sum_{i=0}^M \Delta d_i \sin i\omega T \right| \leq |\varrho| \cdot \left\{ \left[ \sum_{i=0}^M |\Delta d_i \cos i\omega T| \right]^2 + \left[ \sum_{i=0}^M |\Delta d_i \sin i\omega T| \right]^2 \right\}^{1/2} \tag{22}$$

Könnyen belátható, hogy (22) jobb oldali kifejezése a T-szűrő  $\pi/T$ -ig terjedő alapszegmensének közepére,

Felvetődik a kérdés, hogy az amplitúdó- és fázis-karakterisztikára nézve tudunk-e hasonló összefüggést megadni? A (15) bal oldalának valós és képzetes részére (10) alapján a következő írható:

$$\sum_{i=0}^M \frac{d_i}{K} \frac{\partial K}{\partial d_i} = \sum_{i=0}^M \frac{d_i}{A} S(A, d_i) - j \sum_{i=0}^M d_i S(b, d_i) = 1$$

tehát

$$\sum_{i=0}^M S^r(A, d_i) = 1, \tag{18}$$

$$\sum_{i=0}^M d_i \cdot S(b, d_i) = 0, \tag{19}$$

illetve (11)-ből

$$\sum_{i=0}^M d_i \cdot S(a, d_i) = -1.$$

A (17) alapján az amplitúdó- és a fáziskarakterisztika érzékenységei is meghatározhatók. A (9)-ből ugyanis:

$$S(A, x) = \text{Re}\{S(K, x)e^{j\beta}\}$$

azaz

$$S(A, d_i) = \text{Re}\{e^{-i\alpha} e^{-j(i\beta - b)}\} = e^{-i\alpha} \cdot \cos(i\beta - b) \tag{20}$$

mivel a művonal csillapítása  $\alpha(\omega) \geq 0$

$$|S(A, d_i)| \leq 1.$$

Csillapításra  $S(A, d_i)$ -ből

$$S(a, d_i) = -e^{a-i\alpha} \cos(b-i\beta).$$

Hasonlóan (10)-ből:

$$S(b, x) = -\text{Im}\left\{\frac{1}{K} S(K, x_i)\right\}$$

azaz

$$S(b, d_i) = -\text{Im}\left\{\frac{e^{-i\alpha} e^{-j(i\beta - b)}}{A(\omega)}\right\} = \frac{e^{-i\alpha}}{A(\omega)} \sin(i\beta - b). \tag{21}$$

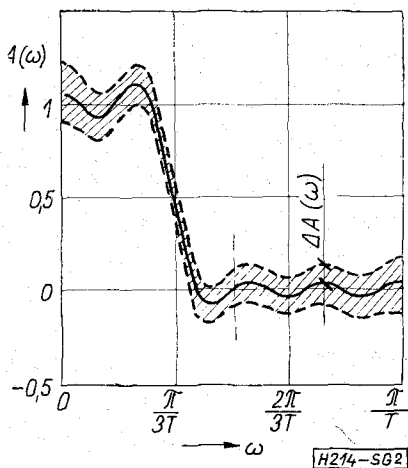
Tehát

$$|S(b, d_i)| \leq A^{-1}(\omega).$$

Megjegyezzük, hogy a (21) és a (22) összefüggések természetesen (3), ill. (4)-ből is meghatározhatók.

Értékeljük a nyert összefüggéseket. Számítsuk ki, hogy a súlyozó együtthatók azonos nagyságú  $|\varrho| = |\Delta d_i/d_i|$  relatív hibája esetén a T-szűrő karakterisztikáinak milyen maximális hibájával kell számolnunk. Az amplitúdó-karakterisztika megváltozása (14) és (17) szerint

$$\Delta A_{\max} = \max_{\omega} \left| \sum_{i=0}^M e^{-j\omega T} \Delta d_i \right| \leq |\varrho| \cdot \sum_{i=0}^M |d_i e^{-j\omega T}| = |\varrho| \cdot \sum_{i=0}^M |d_i|.$$



2. ábra. A  $\Delta A(\omega)$  eltérések tartománya  $\pi/3T$  határfrekvenciájú ideális aluláteresztő nyolcad fokú Fourier-approximációja esetén, ha a súlyozó együtthatók toleranciája  $\pm 10\%$

A 2. ábrán látható a  $\Delta A(\omega)$  eltérések tartománya — a (22) összefüggésnek megfelelően — az ideális aluláteresztő karakterisztika nyolcad fokú ( $M=16$ ) Fourier-soros approximációja [3, 7, 8] esetén. A súlyozó együtthatók toleranciáját  $\pm 10\%$ -nak tételeztük fel. A tartomány határai a maximálisan előforduló helyi hibákat ábrázolják, tehát ezeket a határokat nem érhetjük el az összes  $\omega$ -n egyidejűleg.

Csak pozitív vagy csak negatív esetén bekövetkező hiba:

$$\Delta A(\omega) = \varrho \cdot A(\omega).$$

A fáziskarakterisztika toleranciája ebben az esetben természetesen zérus:

$$\Delta b = \sum_{i=0}^M S(b, d_i) \Delta d_i = \varrho \sum_i d_i S(b, d_i) \stackrel{(19)}{=} 0.$$

Legrosszabb esetben

$$\Delta b \leq \sum_{i=0}^M \left| \frac{1}{A(\omega)} \Delta d_i \right| = |\varrho| \sum_{i=0}^M \frac{|d_i|}{A(\omega)}.$$

Látható, hogy a fáziskarakterisztika hibája  $A(\omega) \approx 0$  esetén igen nagy lehet. Ha valamelyik  $d_N$  ( $0 \leq N \leq M$ ) együttható a többihez képest lényegesen nagyobb

$$|d_N| \gg \sum_{i \neq N}^M |d_i|,$$

az ideális T-szűrő amplitúdó-karakteristikájának ismert közelítő képlete [1]:

$$A(\omega) \cong d_N + \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^{M-N} d_{n+N} \cos n\omega T. \quad (23)$$

Így a  $\Delta b$  hiba  $|\varrho|$  nagyságrendű lesz. Ez a helyzet, ha a T-szűrőt kiegyenlítőként alkalmazzuk.

Megemlítjük, hogy mivel a súlyozó együtthatók tulajdonképpen közvetlenül meghatározzák az ideális T-szűrő súlyfüggvényét,

$$k(t) = \sum_{i=0}^M d_i \delta(t - iT),$$

a  $d_i$ -k változása a súlyfüggvényen közvetlenül tapasztalható. Így a súlyfüggvény megváltozását

Fourier transzformálva megkapjuk az átviteli karakterisztikában beállott változást:

$$\Delta K(j\omega) = \int_0^{MT} \Delta k(t) e^{-j\omega t} dt.$$

Most  $\Delta k(t) = k(t) \cdot \varrho(t)$ , ahol  $\varrho(t)$  függvényt úgy kell megválasztani, hogy egyrészt

$$\varrho(iT) = \frac{\Delta d_i}{d_i}$$

legyen, másrészt az integrálást könnyen végezhessük el [3].

Érzékenység-invariancia összefüggéseink alkalmazsak arra is, hogy az amplitúdó-karakterisztika (23) közelítő képletét jobban megvilágítsuk, érvényességi körét más oldalról is definiáljuk. A (18)-t kifejtve írhatjuk

$$\sum_{i=0}^M d_i \cdot S(A, d_i) = A,$$

mivel pedig (20)-ból  $S(A, d_i)$  behelyettesíthető, azt kapjuk, hogy

$$A(\omega) = \sum_{i=0}^M d_i \cdot e^{-i\alpha} \cdot \cos(i\beta - b).$$

Definiáljuk a  $b(\omega) = N \cdot \beta(\omega) + b_N(\omega)$  felbontást, ahol így  $b_N(\omega)$  a művonal  $N$  tagjának fázisforgatásától való eltérést jelöli. Az  $i = n + N$  jelölés mellett az

$$A(\omega) = \sum_{n=-N}^{M-N} d_{n+N} e^{-(n+N)\alpha} \cos(n\beta - b_N) \quad (24)$$

összefüggés teljesen általánosan helytálló. Ha ideális művonal esetére szorítkozunk

$$A(\omega) = \sum_{n=-N}^{M-N} d_{n+N} \cos(n\omega T - b_N), \quad (25)$$

ahol most

$$b_N(\omega) = \arctg \frac{\sum_{n=-N}^{M-N} d_{n+N} \sin n\omega T}{\sum_{n=-N}^{M-N} d_{n+N} \cos n\omega T}.$$

Ha (25)-t összevetjük, a csak  $|d_i| \ll d_N$  ( $i \neq N$ ) esetben közelítőleg érvényes (23) összefüggéssel, akkor azt a következtetést vonhatjuk le, hogy a (23)-mal ellentétben az amplitúdó-karakterisztika nem pontosan koszinuszos komponensekből áll, hanem a  $b_N(\omega)$  fáziskarakterisztika által torzított koszinuszos komponensekből tevődik össze. A (23) egzakt érvényességéhez tehát tulajdonképpen  $b_N(\omega) \equiv 0$  feltételt kell megkövetelni, ami csak speciálisan,  $d_{n+N} = d_{-n+N}$  esetén teljesül [8].

### 3. Az ideális T-szűrő T-érzékenysége

Ideális T-szűrő esetén az (5) összefüggés leegyszerűsödik az ideális  $T_i = T$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, M$ ) késleltetésű tagoknak megfelelően:

$$K = K(\omega, d_0, d_1, \dots, d_M, T).$$

Felmerül a kérdés, hogy az előírt és „megvalósított” késleltetések különbsége hogyan befolyásolja az átviteli karakterisztikát. Vagy egy fordított esetet tekintve, ha  $T$  késleltetésű tagokból felépülő T-szűrőt követő mintavételező áramkör  $T$  helyett  $T + \Delta T$  időközönként veszi a mintákat, a mintavételező szempontjából mekkora a  $K(j\omega)$  toleranciája.

Mivel az időegység  $\lambda$ -szoros változtatása a frekvencia egységének reciprok változásával jár együtt, a transzfer jellemzők pedig nem változnak, írható

$$K(\lambda \cdot \omega, T/\lambda) = K.$$

Differenciálva  $\lambda$  szerint

$$\frac{\partial K}{\partial \lambda \cdot \omega} \omega + \frac{\partial K}{\partial (T/\lambda)} \cdot \left( -\frac{T}{\lambda^2} \right) = 0.$$

Ha  $\lambda = 1$

$$\omega \frac{\partial K}{\partial \omega} = T \frac{\partial K}{\partial T}. \quad (26)$$

Ha értelmezzük  $K(j\omega)$  frekvencia szerinti relatív érzékenységet, írhatjuk

$$S^r(K, \omega) = S^r(K, T). \quad (27)$$

A (26) közvetlenül igazolható, ha a

$$K(j\omega, T) = \sum_{i=0}^M d_i e^{-ij\omega T}$$

összefüggést (26) mindkét oldalának megfelelően képezzük:

$$\omega \frac{\partial K}{\partial \omega} = -j\omega T \sum_{i=0}^M i d_i e^{-ij\omega T} = T \frac{\partial K}{\partial T}.$$

Láthatjuk, hogy a  $T$ -re vonatkozó érzékenység a nagyobb indexű tagoktól jobban függ, s  $d_0$ -tól pedig független.

Mivel  $S^r(K, \omega)$  nem más, mint  $\ln K(j\omega)$  logaritmus frekvenciaskálán vett meredeksége, (27)-t a (11) felhasználásával valós és képzetes részre bonthatjuk:

$$\frac{\partial \ln K(j\omega)}{\partial \ln \omega} = -\omega \frac{\partial(a + jb)}{\partial \omega} = -T \frac{\partial(a + jb)}{\partial T}.$$

Amiből

$$T \frac{\partial a}{\partial T} = \omega \frac{\partial a}{\partial \omega}, \quad (28)$$

$$T \frac{\partial b}{\partial T} = \omega \frac{\partial b}{\partial \omega} = \omega \cdot \tau. \quad (29)$$

Levonhatjuk azt a következtetést, hogy a  $T$  késleltetési idő toleranciájának eredményeként a csillapításkarakterisztika meredek szakaszainál fog a legnagyobb mértékben megváltozni, s a fáziskarakterisztika tulajdonképpen hasonlóan, a futási idő karakterisztikával arányosan változik meg. A változások a frekvenciával arányosan nőnek. Mindez összhangban van azzal, hogy  $T$  megváltoztatásával, a  $K(j\omega)$  karakterisztikát a frekvenciatengely felett zsuroritjuk, illetve megnyújtjuk.

Amennyiben minden késleltető tag  $T_i$  késleltetését megkülönböztetjük,

$$K(\lambda\omega, T_1/\lambda \dots T_i/\lambda \dots T_M/\lambda) = K$$

kiindulás után (27)-hez hasonló eredményt kapunk:

$$S^r(K, \omega) = \sum_{i=1}^M S^r(K, T_i). \quad (30)$$

Írjuk fel példaként a  $\Delta T_i$  toleranciák miatt létrejövő csillapításváltozást,

$$\Delta a(\omega) = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{i=1}^M \frac{T_i}{K} \frac{\partial K}{\partial T_i} \frac{\Delta T_i}{T} \right\} = \left( \frac{\Delta T_i}{T} \right) \omega \frac{\partial a}{\partial \omega}$$

ahol felhasználtuk (30) valós részei közötti (28) típusú kapcsolatot, s az átlagos relatív késleltetési időeltérés gyakorlatilag jogos kiemelhetőségét.

Végül tekintsük  $\Delta T$  hatását a fáziskarakterisztikára, (29)-ből

$$\Delta b(\omega) = \left( T \frac{\partial b}{\partial T} \right) \frac{\Delta T}{T} = \omega \cdot \tau(\omega) \frac{\Delta T}{T} \quad (31)$$

amiből a T-szűrő futási idő karakterisztikájának toleranciája is megadható:

$$\Delta \tau(\omega) = \frac{\partial \Delta b(\omega)}{\partial \omega} = \frac{\Delta T}{T} \left[ \tau(\omega) + \omega \frac{\partial \tau(\omega)}{\partial \omega} \right].$$

Érdekes összefüggést kapunk, ha képezzük

$$S(\tau, T) = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta \tau}{\Delta T} = \frac{\partial \tau}{\partial T},$$

mert írható:

$$T \cdot \frac{\partial \tau}{\partial T} - \omega \frac{\partial \tau}{\partial \omega} = \tau$$

vagy  $\tau(\omega)$ -val átosztva

$$S^r(\tau, T) = 1 + S^r(\tau, \omega).$$

Analízisünk eredményeként nyert összefüggések segítségével adott karakterisztikák megengedett toleranciáihoz meghatározhatjuk a még elfogadható  $\Delta T$  értéket.

#### 4. A késleltetők veszteségének hatása

Az alábbiakban megvizsgáljuk, hogy a T-szűrő késleltető vonalát összetevő  $\vartheta(\omega) = \frac{d\beta(\omega)}{d\omega} = T$  futási idejű tagjai hogyan befolyásolják a  $K(j\omega)$  átviteli karakterisztikát, ha  $\mathcal{A}(\omega) = e^{-\alpha(\omega)}$  frekvenciafüggő amplitúdó-karakterisztikával rendelkeznek, más szóval a késleltető művonal veszteségei milyen mértékben módosítják a T-szűrő karakterisztikáit. A veszteségek hatásának ismeretében a művonal elemeinek jósági tényezőjére tehetünk majd előírást.

Felhívjuk a figyelmet, hogy a számításba vett  $\mathcal{A}(\omega)$ -nak a  $T$  késleltetéssel az adott áramköri elemekkel megvalósítható, de legalábbis kauzális rendszert kell adnia. A késleltető  $\mathcal{A}(\omega)$  amplitúdó-karakterisztikájának ezért olyannak kell lennie, hogy a belőle Fourier-transzformációval számítható súlyfüggvény maximálisan  $2T$  szélességű, időben korlátozott legyen. Így a késleltető tag súlyfüggvénye  $\delta(t - T)$  helyett  $T$ -re szimmetrikus, s  $(0; 2T)$ -n kívül zérus értékű elkent függvény lesz. A kauzalitás Paley—Wiener-féle feltétele szerint [4], az  $\mathcal{A}(\omega)$  nem

lehet sávkorlátozott, a frekvencia szerinti mintavételi tétel szerint [5] pedig, a  $2T$  időkorlátozottság miatt  $\mathcal{A}(\omega)$ -nak csak  $1/2T$  frekvenciaközönkénti értékeit vehetjük fel tetszőlegesen.

A T-szűrő átviteli karakterisztikája tehát

$$K(j\omega) = \sum_{i=0}^M d_i e^{-j\omega i T} \prod_{k=1}^i \mathcal{A}_k(\omega)$$

ha az egyes kisélemlétek  $\mathcal{A}_i(\omega)$  karakterisztikáját megkülönböztetjük. (Ha  $i=0$ , a produktum 1-el veendő figyelembe.)

Mivel  $\mathcal{A}_i$ -k és  $d_i$ -k dimenziótlan mennyiségek, ezért, ha egymást kiegyenlítve változnak, közben  $K(j\omega)$  nem változik:

$$K \left( \lambda \mathcal{A}_1 \dots \lambda \mathcal{A}_M, \frac{d_1}{\lambda} \dots \frac{d_i}{\lambda^i} \dots \frac{d_M}{\lambda^M} \right) = K.$$

Differenciálva,  $\lambda=1$  helyen

$$\sum_{i=1}^M \mathcal{A}_i \frac{\partial K}{\partial \mathcal{A}_i} - \sum_{i=1}^M i \cdot d_i \frac{\partial K}{\partial d_i} = 0.$$

$K(j\omega) \neq 0$ -val való osztás után írható:

$$\sum_{i=1}^M S'(K, \mathcal{A}_i) = \sum_{i=1}^M i \cdot S' \cdot (K, d_i).$$

Ha  $\mathcal{A}_i \equiv \mathcal{A}$  karakterisztikákat azonosnak vesszük, hasonló megfontolás után

$$S'(K, \mathcal{A}) = \sum_{i=1}^M i \cdot S'(K, d_i). \quad (32)$$

$$\frac{1}{(-\alpha' - jT)} \frac{\partial K}{\partial \omega} = \frac{1}{-j\omega} \frac{\partial K}{\partial T} = \mathcal{A} \frac{\partial K}{\partial \mathcal{A}} = \sum_{i=1}^M i \cdot d_i \cdot e^{-j\omega i T} \mathcal{A}^i(\omega).$$

Vegyük az egyenletlanc értékét az ideális kisélemlétnél megfelelően  $\mathcal{A}(\omega)=1$  helyen, így  $\alpha'=0$ , s írható

$$\frac{j}{T} \frac{\partial K}{\partial \omega} = \frac{j}{\omega} \frac{\partial K}{\partial T} = \frac{\partial K}{\partial \mathcal{A}} = \sum_{i=1}^M i \cdot d_i \cdot e^{-j\omega i T}. \quad (33)$$

Az egyenletlanc első két tagja közötti kapcsolatot már a 3. szakaszban is megállapítottuk a (26) összefüggéssel, most e kapcsolatsor tovább bővült. Láthatjuk, hogy a veszteségeket jelképező  $\mathcal{A}$  szerinti és a  $T$  szerinti differenciálhányadosok, érzékenységek szorosan összefüggnek.

Bontsuk fel (33)-t  $K(j\omega)$ -val való osztás után valós és képzetes részekre:

$$\frac{j}{T} \left[ \frac{\partial a}{\partial \omega} + j \frac{\partial b}{\partial \omega} \right] = \frac{j}{\omega} \left[ \frac{\partial a}{\partial T} + j \frac{\partial b}{\partial T} \right] = \frac{\partial a}{\partial \mathcal{A}} + j \frac{\partial b}{\partial \mathcal{A}}$$

amiből azt kapjuk, hogy

$$-\frac{\partial a}{\partial \mathcal{A}} = \frac{1}{\omega} \frac{\partial b}{\partial T} = \frac{\tau}{T}, \quad (34a)$$

$$\frac{\partial b}{\partial \mathcal{A}} = \frac{1}{\omega} \frac{\partial a}{\partial T} = \frac{1}{T} \frac{\partial a}{\partial \omega}. \quad (34b)$$

A (34) összefüggések 2. és 3. tagjának kapcsolatát már a (28) és a (29)-ből ismerjük, a 3. szakaszban következtetéseket vontunk le. Most a szélső tagokkal kapcsolatos összefüggéseket diszkutáljuk.

Tehát  $K(j\omega)$  érzékenysége  $\mathcal{A}(\omega)$  vonatkozásában valamely  $\omega$  frekvencián az együtthatókra vonatkozó érzékenységekből meghatározható.

A következőkben a  $K(j\omega)$  átviteli karakterisztika  $\mathcal{A}(\omega)$ , illetve  $T$  szerinti érzékenysége, valamint frekvencia szerinti differenciálhányadosa között mutatunk ki kapcsolatot.

Differenciáljuk a

$$K(j\omega) = \sum_{i=0}^M d_i e^{-j\omega i T} \mathcal{A}^i(\omega)$$

összefüggést  $\omega$ ,  $\mathcal{A}$  és  $T$  szerint. Az eredmények:

$$\frac{\partial K}{\partial \omega} = (-jT - \alpha') \left[ \sum_{i=1}^M i \cdot d_i \cdot e^{-j\omega i T} \mathcal{A}^i(\omega) \right],$$

ahol

$$\alpha' \equiv \frac{d \alpha(\omega)}{d \omega} = -\frac{1}{\mathcal{A}} \frac{d \mathcal{A}(\omega)}{d \omega}.$$

$$\frac{\partial K}{\partial \mathcal{A}} = \frac{1}{\mathcal{A}} \left[ \sum_{i=1}^M i \cdot d_i \cdot e^{-j\omega i T} \mathcal{A}^i(\omega) \right],$$

$$\frac{\partial K}{\partial T} = -j\omega \left[ \sum_{i=1}^M i \cdot d_i \cdot e^{-j\omega i T} \mathcal{A}^i(\omega) \right].$$

Vegyük észre, hogy mindhárom esetben, a kapcsos zárójel ugyanazon kifejezést tartalmazza. Ezért írhatjuk:

A (34a)-ból

$$\frac{\partial a(\omega)}{\partial \mathcal{A}(\omega)} = -\frac{\tau(\omega)}{T},$$

A T-szűrő csillapításkarakterisztikájának toleranciája a veszteségek hatására:

$$\Delta a(\omega) = \frac{\partial a}{\partial \mathcal{A}} \Delta \mathcal{A} = -\frac{\tau}{T} \Delta \mathcal{A} = \frac{\tau}{T} |\Delta \mathcal{A}|, \quad (35)$$

tehát a csillapításváltozás arányos a művonal amplitúdó-karakterisztikájának az ideálistól való eltérésevel,  $\Delta \mathcal{A}(\omega) = \mathcal{A}(\omega) - 1 < 0$ , s az arányossági tényező a T-szűrő  $T$ -vel normalizált futási idő karakterisztikája. A tervezést könnyíti, hogy (35)-ben  $\tau(\omega)$  az ideális T-szűrőhöz tartozik, így  $\Delta \mathcal{A}$ -ra közben tartható összefüggést nyerhetünk.

A (34b)-ből

$$\frac{\partial b(\omega)}{\partial \mathcal{A}(\omega)} = \frac{1}{T} \frac{\partial a(\omega)}{\partial \omega},$$

amely szerint

$$\Delta b(\omega) = \frac{1}{T} \frac{\partial a(\omega)}{\partial \omega} \Delta \mathcal{A}(\omega),$$

valamint

$$\Delta \tau(\omega) = \frac{1}{T} \left[ \frac{\partial^2 a}{\partial \omega^2} \Delta \mathcal{A} + \frac{\partial a}{\partial \omega} \frac{\partial \Delta \mathcal{A}}{\partial \omega} \right] \cong \frac{1}{T} \frac{\partial^2 a}{\partial \omega^2} \Delta \mathcal{A}.$$

Tehát a veszteségek az amplitúdókarakterisztika meredek szakaszain okozzák a legnagyobb fázishibát.

A (34) további két, eddig diszkutatlan összefüggése tervezésben kevésbé használható, de rámutat a T-szűrő különböző részkarakterisztikáinak különböző paraméterre vonatkozó érzékenységei közötti kapcsolatra.

## 5. A késleltetők lineáris torzításainak hatása

Ebben a szakaszban tovább szélesítjük vizsgálatainkat, s a T-szűrő késleltető vonalának tagjait teljesen általánosan, amplitúdó- és fáziskarakterisztikájával vesszük figyelembe. Ezzel a teljes rendszer—alrendszer viszony vizsgálata teljessé válik. Az alrendszer (a késleltetők) rendszerjellemező paramétereire vonatkoztatott érzékenységek segítségével mód nyílik az alrendszerre tett előírásoktól való eltéréseknek — esetünkben a késleltetők lineáris torzításainak — hatását kimutatni a T-szűrő, a teljes rendszer karakterisztikáiban.

A késleltető vonal egyes tagjainak paraméterei egyezzenek meg, s ezek legyenek kauzális késleltetőt jellemző  $\alpha(\omega) = -\ln \mathcal{A}(\omega) \geq 0$  csillapítás-, és  $\beta(\omega) = \omega T + \Delta\beta(\omega)$  fáziskarakterisztikák. A 4. szakaszban vázolt gondolatmenetünknek megfelelően, most is kapcsolatot találunk a T-szűrő átviteli karakterisztikájának különböző differenciálhányadosai, érzékenységei között. Differenciáljuk a

$$K(j\omega) = \sum_{i=0}^M d_i e^{-i(\alpha(\omega) + j\beta(\omega))}$$

összefüggést  $\omega$ ,  $\alpha$  és  $\beta$  szerint. Azt kapjuk, hogy

$$\frac{1}{\alpha' + j\beta'} \frac{\partial K}{\partial \omega} = \frac{\partial K}{j\partial \beta} = \frac{\partial K}{\partial \alpha} = - \sum_{i=1}^M i \cdot d_i \cdot e^{-i(\alpha + j\beta)}$$

A differenciálhányadosoknak vegyük az  $\alpha = 0$ ;  $\beta = \omega T$  ( $\beta' = T$ ) helyen felvett értékét:

$$\frac{j}{T} \frac{\partial K}{\partial \omega} = j \frac{\partial K}{\partial \beta} \Big|_{\omega T} = - \frac{\partial K}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0} = \sum_{i=1}^M i \cdot d_i \cdot e^{-i\omega T} \quad (36)$$

$K(j\omega)$ -val való osztás után a valós, illetve a képzetes részek egyenlősége:

$$\frac{\partial a}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0} = \frac{\partial b}{\partial \beta} \Big|_{\beta=\omega T} = \frac{\tau}{T}, \quad (37a)$$

$$- \frac{\partial b}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0} = \frac{\partial a}{\partial \beta} \Big|_{\beta=\omega T} = \frac{1}{T} \frac{\partial a}{\partial \omega}. \quad (37b)$$

Ezzel a T-szűrő késleltetőinek rendszerjellemező paramétereire vonatkozó érzékenységeket, az ún. rendszerérzékenységeket meghatároztuk.

Megállapíthatjuk, hogy a T-szűrő csillapítás-, illetve fáziskarakterisztikájának a késleltető azonos típusú karakterisztikájára vonatkoztatott érzékenysége egyaránt a T-szűrő futási idejével, ellentétes típusú karakterisztikára vonatkoztatott érzékenysége pedig a T-szűrő  $a'(\omega)$  csillapításváltozás karakterisztikájától függ. Természetesen (37) és (34) nagy ha-

sonlóságot mutatnak, ezért sok vonatkozásban felhasználhatjuk az előző szakasz diszkussziójának eredményeit.

A késleltető tag veszteségeit kifejező  $\Delta\alpha = \alpha$  csillapítás hatásaként a T-szűrő karakterisztikáinak megváltozása:

$$\Delta a(\omega) = \frac{\tau(\omega)}{T} \alpha(\omega),$$

$$\Delta b(\omega) = - \frac{1}{T} \frac{\partial a(\omega)}{\partial \omega} \alpha(\omega).$$

E két összefüggés a formai hasonlóságon túlmenően tartalmilag is kapcsolatba hozható az egyenletes veszteség elvének alkalmazásával nyerhető összefüggésekkel [6], amelyek szintén a veszteségmentes esethez tartozó karakterisztikáktól való eltérést adják meg.

A késleltető tag fáziskarakterisztikájának az  $\omega T$  előírástól való  $\Delta\beta(\omega)$  eltérésének hatása is hasonlóan megadható (37) alapján, például:

$$\Delta a(\omega) = \frac{1}{T} \frac{\partial a(\omega)}{\partial \omega} \Delta\beta(\omega).$$

Ha  $\Delta\beta(\omega) = \omega \cdot \Delta T$ , a 3. szakaszban tárgyalt esethez jutunk vissza.

Megadhatjuk most már a T-szűrő csillapításkarakterisztikájának az ideálistól való eltérését a késleltető tagok lineáris torzításainak függvényében,

$$\Delta a(\omega) = \frac{1}{T} [\alpha(\omega) \cdot \tau(\omega) + \Delta\beta(\omega) \cdot a'(\omega)] \quad (38)$$

hasonlóan a fáziskarakterisztikára

$$\Delta b(\omega) = \frac{1}{T} [\Delta\beta(\omega) \cdot \tau(\omega) - \alpha(\omega) \cdot a'(\omega)]. \quad (39)$$

Ezzel a T-szűrő karakterisztikáinak a késleltetők toleranciáiból fakadó hibáját meghatároztuk. A késleltetők, mint alrendszerek hatása a teljes rendszerre ismertté vált.

Megemlítjük, hogy a T-szűrő átviteli karakterisztikájának meghatározására egy ALGOL nyelvű számítógépprogram is készült. A késleltetők — lineáris torzításuk figyelembevételére érdekében —  $\alpha(\omega)$  csillapítás és  $\beta(\omega)$  futási idő karakterisztikájukkal vagy különböző tervezési paraméterekkel jellemezhetők. A program adott súlyozó együtthatók mellett kiszámítja a T-szűrő amplitúdó-, fázis- és futási idő karakterisztikáit, mind az ideális, mind a megadott késleltető lánc esetén, így módot nyújtva az összevetésre.

## 6. Példa. Késleltetés mindentáeresztőkkel

A T-szűrők késleltető vonalának  $M$  darab késleltető egységét elsősorban mindentáeresztő áramkörökkel valósítják meg. Természetesen mind a  $T$  nagyságú késleltetést, mind a csillapításmentességet csak véges frekvenciasávban tudjuk közelíteni, de e követelmények kielégítésére valójában is csak a T-szűrő bemeneti jel spektrumának sávhatárain belül van szükség. Határozzuk meg, hogy a mindentáeresztőkkel megvalósított késleltetők lineáris torzításai

miatt mekkora eltérések jönnek létre az ideális T-szűrő karakterisztikáihoz képest! A  $T$  futási időt közelítsük egyenletesen, s alkalmazzuk az egyenletes veszteség elvét.

A futási idő egyenletes (Csebisevi) közelítése koncentrált  $L, C$  elemekből álló mindentáteresztő hálózattal az irodalomból ismert [6]. A futási idő menetét a maximálisan  $\delta$  hibával approximált frekvenciasávban jó közelítéssel

$$\vartheta(\omega) = \vartheta_0 + \delta \cos 2\pi\omega/\omega_p \quad (40)$$

formában írhatjuk, ahol  $\vartheta_0 = T + \Delta T$ ,  $f_p = \omega_p/2\pi$  pedig az egyenletes közelítés hullámosságának átlagos periódushossza. Az egyenletes közelítésű késleltető tag fáziskarakterisztikája

$$\beta(\omega) = \int_0^\omega \vartheta \, d\omega = \vartheta_0\omega + \delta \frac{\omega_p}{2\pi} \sin\left(2\pi \frac{\omega}{\omega_p}\right),$$

az előírt  $\omega T$ -től való eltérés:

$$-\Delta\beta(\omega) = \Delta T\omega + \delta \cdot f_p \sin \omega/f_p. \quad (41)$$

A mindentáteresztők veszteségeinek figyelembevételére alkalmazzuk az egyenletes veszteség elvét [6]. Mivel reaktáns mindentáteresztőket tervezünk,  $\alpha_{IDEAL} = 0$ . A veszteségek hatására a [6] szerinti közelítésben

$$\alpha(\omega) = \vartheta(\omega) \cdot d \quad [\text{Np}],$$

a  $\beta(\omega)$  fáziskarakterisztika megváltozása elhanyagolható. Az egyenletes veszteség feltételezésének megfelelően minden áramköri elem  $d$  vesztesége azonos,

amelyet az áramköri elemek  $Q(\omega)$  jóságai tényezőjével adhatunk meg:

$$d = \frac{\omega}{Q(\omega)} \quad [\text{rad/sec}].$$

Így a késleltető csillapításkarakterisztikája, (40) által leírt futási idő karakterisztika esetén:

$$\alpha(\omega) = \vartheta_0 \cdot d + \delta \cdot d \cos 2\pi\omega/\omega_p.$$

A csillapításkarakterisztika első tagja frekvenciafüggetlen, ezért a T-szűrő súlyozó együtthatóinak módosításával teljesen kikompenzálható. Ugyanis, ha  $\alpha(\omega) = \alpha_0 + \alpha_p(\omega)$  és  $d_i$  helyett  $d_i e^{i\alpha_0} \cong d_i(1 + i\alpha_0)$  ( $i=0,1, \dots, M$ ) nagyságú súlyozó együtthatókat állítunk be:

$$K(j\omega) = \sum_{i=0}^M (d_i e^{i\alpha_0}) e^{-i(\alpha + j\beta)} = \sum_{i=0}^M d_i e^{-i(\alpha_0 + j\beta)}$$

a mindentáteresztők alapszűrésének a továbbiakban figyelmen kívül hagyható, s az eredetileg előírt  $d_i$  együtthatók mellett csak az  $\alpha = \alpha_0$  csillapítást kell tekintetbe venni.

Tehát

$$\alpha(\omega) = \delta \cdot d \cos(\omega/f_p). \quad (42)$$

A csillapításingadozás maximumát  $\hat{\alpha}$ -val jelölve, itt  $\hat{\alpha} = \delta \cdot d$  [Np]. A (40)-t és (42)-t összevetve láthatjuk, hogy a mindentáteresztő futási idejének növekedése az  $A(\omega) = e^{-\alpha(\omega)}$  amplitúdó-karakterisztika ezen növekedéssel arányos csökkenését vonja maga után ugyanazon a frekvencián.

Ezek után a (38) és (39) összefüggések alapján már megadhatjuk az így tervezett mindentáteresztőket tartalmazó T-szűrő csillapítás- és fáziskarakterisztikájának toleranciáját:

$$\Delta a(\omega) = \frac{1}{T} \left[ \tau(\omega) \cdot \delta \cdot d \cdot \cos \frac{\omega}{f_p} + a'(\omega) \cdot \Delta T \cdot \omega + a'(\omega) \cdot \delta \cdot f_p \sin \frac{\omega}{f_p} \right],$$

$$\Delta b(\omega) = \frac{1}{T} \left[ \tau(\omega) \left( \Delta T \cdot \omega + \delta \cdot f_p \cdot \sin \frac{\omega}{f_p} \right) - a'(\omega) \cdot \delta \cdot d \cos \frac{\omega}{f_p} \right].$$

Láthatjuk, hogy a T-szűrő  $a(\omega)$ , illetve  $b(\omega)$  karakterisztikájában az  $\alpha(\omega)$ , illetve  $\Delta\beta(\omega)$  hullámossága  $\tau/T$ -szeresen felerősödik. Lényeges  $\Delta\beta$  hullámosságának frekvenciája is, kisebb  $f_p$  kedvezőbb. Az  $f_p$  csök-

kenését adott  $\delta$  mellett a közelítés fokszámának növelésével érhetjük el.

A T-szűrő futási idő karakterisztikájának toleranciája pedig (39)-ből

$$\Delta\tau(\omega) = \frac{\partial \Delta b}{\partial \omega} = \frac{1}{T} [\tau \cdot \Delta\vartheta(\omega) + \tau' \cdot \Delta\beta(\omega) - a' \cdot \alpha'(\omega) - a'' \cdot \alpha(\omega)] =$$

$$= \frac{1}{T} \left[ \tau(\Delta T + \delta \cdot \cos \omega/f_p) + \tau' \left( \Delta T \cdot \omega + \delta \cdot f_p \cdot \sin \frac{\omega}{f_p} \right) + a' \cdot \frac{\delta \cdot d}{f_p} \sin \frac{\omega}{f_p} - a'' \cdot \delta \cdot d \cdot \cos \frac{\omega}{f_p} \right].$$

Jellemző szintén a késleltető futási idő toleranciájának  $\tau/T$ -szeres felerősödése.

Ha a továbbiakban  $\Delta T = 0$  gyakorlatilag teljesíthető megkötést tesszük tolerancia összefüggéseink csak harmonikus függvényeket tartalmaznak. Ezért célszerű meghatározni az eredő hullámosságok amplitúdóját, amely tulajdonképpen a toleranciafüggvé-

nyek  $-\tau(\omega)$ ,  $a'(\omega)$  miatt frekvenciafüggő — „burkolója”.

$$\Delta a_{\max}(\omega) = \frac{\delta}{T} \sqrt{[d \cdot \tau(\omega)]^2 + [f_p \cdot a'(\omega)]^2}, \quad (43)$$

$$\Delta b_{\max}(\omega) = \frac{\delta}{T} \sqrt{[f_p \cdot \tau(\omega)]^2 + [d \cdot a'(\omega)]^2},$$

$$\Delta\tau_{\max}(\omega) = \frac{\delta}{T} \sqrt{[\tau(\omega) - d \cdot a''(\omega)]^2 + \left[ \frac{d}{f_p} \cdot a'(\omega) + f_p \cdot \tau'(\omega) \right]^2}.$$



A nyert összefüggésekből a késleltetők lineáris torzításai miatt létrejövő legnagyobb eltérések az ideális T-szűrő karakterisztikáihoz képest már könnyen meghatározhatók. A késleltetők ideálistól eltérő voltát, torzítását a  $\delta$ ,  $f_0$  és  $d$  paraméterek írják le, az előállítandó karakterisztikát pedig elsősorban futási idő és csillapításváltozás karakterisztikájával, illetve azok néhány jellemző adatával kell megadni a toleranciák számításához. Ezen összefüggések természetesen alkalmasak a késleltető vonal paramétereinek meghatározására is úgy, hogy a T-szűrő karakterisztikája egy adott tolerancia-sémán belül legyen.

Ha egy  $M=2N$  tagú T-szűrőt kiegyenlítőként alkalmazunk és  $d_N \gg |d_i|$  ( $i \neq N$ ), feltételezhető, hogy

$$a'(\omega) \leq T \text{ [Np} \cdot \text{sec/rad]}; \quad \tau(\omega) \cong N \cdot T;$$

$$a''(\omega) \cong 0; \quad \tau'(\omega) \cong 0.$$

Így a (43) kifejezései az alábbiak szerint alakulnak:

$$\Delta a_{\max} = \frac{\delta}{T} \sqrt{(d \cdot N \cdot T)^2 + (f_p \cdot T)^2} = \sqrt{(N \cdot \hat{\alpha})^2 + (\delta \cdot f_p)^2}, \quad (44a)$$

$$\Delta \tau_{\max} = \frac{\delta}{T} \sqrt{(N \cdot T)^2 + \left(T \cdot \frac{d}{f_p}\right)^2} = \sqrt{(N \cdot \delta)^2 + \left(\frac{\hat{\alpha}}{f_p}\right)^2} \quad (44b)$$

A BME Híradástechnikai Elektronika Intézetében megtervezésre és megépítésre került egy 2400 Baudos szinkron adatátviteli összeköttetés kiegyenlítésére alkalmas 9 megcsapolású ( $N=4$ ) T-szűrő [8]. A késleltetés névleges  $T=1/2400$  sec értékét 0,1%-os pontossággal egyenletesen közelítettük három másodfokú mindentáteresztővel a  $0 \div f_{\max}=3,75$  kHz tartományban. A kis veszteség érdekében jó minőségű kondenzátorokat, tekercseket használtunk. Az induktivitások jósági tényezőjére 1,2 kHz-en átlagosan  $Q=140$ -es értéket mértünk. A (44) összefüggések segítségével egyszerűen meghatározható, hogy a futási idő  $\delta=T/1000=0,42$   $\mu$ s nagyságú és átlagosan  $f_p=f_{\max}/3=1250$  Hz periodicitású ingadozása, valamint az áramkörü elemek egységesen feltételezett — 140-es jósági tényezőből számított —  $d=54$  r/s vesztesége milyen maximális eltéréseket okoz az ideális T-szűrő karakterisztikáihoz képest. Mivel  $d \ll f_p$ , és így  $\hat{\alpha} \ll \delta \cdot f_p$ , a (44) kifejezései jelentősen egy-

szerűsíthetők, a késleltető csillapításgadozásának hatása elhanyagolható:

$$\Delta a_{\max} \cong f_p \cdot \delta \text{ [Np]}; \quad \Delta \tau_{\max} \cong N \cdot \delta. \quad (45)$$

Számszerűen  $\Delta a_{\max}=0,53 \cdot 10^{-3}$  Np,  $\Delta \tau_{\max}=1,7$   $\mu$ sec. Nyilvánvaló, hogy meredek vágású T-szűrő esetén lényegesen nagyobb értékek adódnak, de megállapítható, hogy az ideális késleltető ilyen szintű közelítése feltétlenül elegendő. A gyakorlati kivitelezés során az  $L$  és  $C$  áramkörü elemek toleranciái lényegesen nagyobb hibát okozhatnak a késleltető tag, így a T-szűrő karakterisztikáiban. Ezért a felhasznált alkatrészek pontosságára célszerű volt 0,5%-nál kisebb toleranciát előírni. Mérési eredményeink szerint egy késleltető tag csillapításkarakterisztikájának ingadozása így nem lépte túl a  $\pm 1$  cNp-t. Mivel most  $\hat{\alpha}=0,01 \gg \delta f_p$ , a T-szűrő kiegyenlítőként való alkalmazásában, az ebből fakadó hiba (44a) összefüggés szerint maximálisan  $N$ -szeres, tehát  $\pm 4$  cNp lehet. A megvalósított T-szűrő mért és az ideális T-szűrő számított csillapításkarakterisztikájának különbsége nem érte el a 4 cNp-t, amit az magyaráz, hogy az egyes késleltető tagok csillapításgadozásának frekvenciafüggése nem azonos, az ingadozások maximumai nem esnek egybe. A mérési hitelességének érdekében a súlyozó együtthatókat nagy pontossággal állítottuk be.

#### I R O D A L O M

- [1] Sallai Gy.: Adatátviteli összeköttetések kiegyenlítése transzverzális szűrővel. Híradástechnika. XXII. évf. 4. szám. 103–114. old. 1971. ápr.
- [2] Géher, K.: Theory of Network Tolerances. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1971.
- [3] Leuthold, P. E.: Filternetzwerke mit digitalen Schieberegistern. Dissertation ETH. Zürich, 1967. Phillips Research Reports Supplements. 1967. No. 5.
- [4] Fodor Gy.: Lineáris rendszerek analízise. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1967.
- [5] Gordos G.—Varga A.: Adatátvitel és adatfeldolgozás. BME jegyzet. Tankönyvkiadó, 1968.
- [6] Géher K.: Lineáris hálózatok. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1968.
- [7] Huelsman, L. P.: Active Filters: lumped, distributed, integrated, digital and parametric. McGraw-Hill Book Co. New York, 1970.
- [8] Sallai Gy.: Transzverzális szűrők analízise és szintézise késleltető művonalak lineáris torzításainak figyelembevételével. Egyetemi doktori értekezés. Budapest, 1972.