

## A résztartományok módszere bonyolult csőtápvonalak analizésére

ETO 621.372.8.001.24

A résztartományok módszerénél a bonyolult keresztmetszetű és kitöltésű csőtápvonalat részekre daraboljuk. Feltételezzük, hogy a résztartományokban — a vágási vonal mentén villamos vagy mágneses falat elhelyezve — megoldható a hullámegyenlet. Az eredeti feladat megoldását a résztápvonalak megoldásaiból rakjuk össze.

A módszer egy speciális változatát Bahiana és Smullin alkalmazta először [1]. Inhomogén dielektrikummal töltött csőtápvonalat két részre vágunk, a vágási vonal mentén az egyik résztápvonalat villamos fallal, a másik résztápvonalat mágneses fallal zárják le, és meghatározzák a résztápvonalak módusait. A résztápvonalak újraegyesítésekor a vágási vonal mentén fellépő tangenciális villamos tér, illetve mágneses tér csatolást hoz létre a résztápvonalak tere között. Figyelemre méltó, hogy a módszer nem vezet be a módusoktól független gerjesztő teret a közös határon. Ebből következik, hogy az egyik résztápvonalat mindig villamos fallal, a másikat mindig mágneses fallal kell lezárni.

A részüreges módszerét erősen csatolt üregrendszerek analizésére Reiter alkalmazta [2]. A részüreges nyílásait villamos fallal lezárva módusrendszerük meghatározható. Az apertúrák terét külön sorfejtő függvényrendszerrel írja fel. Az apertúrák tere csatolást létesít a részüreges módusai között. Amennyiben az üreg sajátrezgéseit akarjuk meghatározni, a módszer az apertúra-tér együtthatóira vonatkozó homogén algebrai egyenletrendszerre vezet. Reiter az üregrendszer helyettesítő koncentrált paraméterű hálózatát is megadja.

A jelen cikkben ismertetett módszer csőtápvonalakra alkalmazza a résztartományok módszerét. A résztápvonalak terétől független felületi sorfejtő függvényrendszert használ, ennyiben tér le [1]-től. [2]-től a különböző célkitűzésen kívüli eltérés abban áll, hogy egy új, vektoriális variációs formulából kiindulva a Ritz-módszer segítségével nyerjük a csatolt távvezetékgyenleteket.

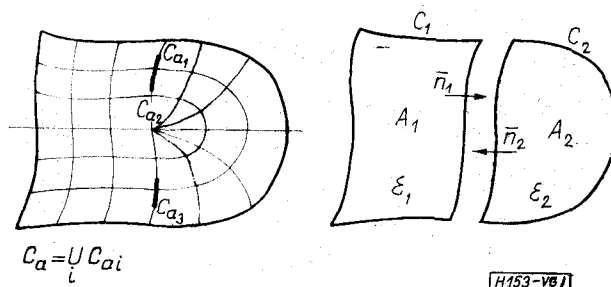
Megmutatjuk, hogy a résztartományok módusrendszerét mennyiben kell módosítani a szokásos módusokhoz képest, továbbá, hogy a módusrendszert általában ki kell egészíteni egy homogén, tengelyirányú mágneses térrel.

Végül két egyszerű példát mutatunk be, amelyeknél a módszer az egzakt diszperziós egyenlethez vezet.

### 1. A variációs formula

A hosszirányban homogén csőtápvonalat — amelynek keresztmetszetét az egyszerűség kedvéért csak

két részre vágunk — az 1. ábra mutatja. Egyes problémáknál (pl. szalagvonal) lényeges, hogy a vágási vonal mentén végtelen vékony fémszalagok is elhelyezkedhetnek.



1. ábra

Feltételezzük, hogy

- a résztápvonalak vágási vonalon kívüli határai két, általában egymástól különböző ortogonális koordináta-rendszer koordináta vonalai,
- a vágási vonal mindkét rendszerben koordinátavonal,
- a koordináta-rendszerek mindegyikében a Helmholtz egyenlet szeparálható.

Tekintsük az alábbi funkcionált:

$$\begin{aligned}
 F(\bar{E}_1, \bar{H}_1, \bar{E}_2, \bar{H}_2, \bar{E}_s) = & \omega \int_{A_1} (\bar{E}_1^* \epsilon_1 \bar{E}_1 + \bar{H}_1^* \mu_0 \bar{H}_1) dA + \\
 & + j \int_{A_1} (\bar{E}_1^* \nabla_t \times \bar{H}_1 - \bar{H}_1^* \nabla_t \times \bar{E}_1) dA + \\
 & + j \oint_{C_1} \bar{n}_1 (\bar{E}_1 \times \bar{H}_1^*) dl - j \int_{C_a} \bar{n}_1 (\bar{E}_s \times \bar{H}_1^*) dl + \\
 & + j \int_{C_a} \bar{n}_1 (\bar{E}_s \times \bar{H}_1) dl + \omega \int_{A_2} (\bar{E}_2^* \epsilon_2 \bar{E}_2 + \bar{H}_2^* \mu_0 \bar{H}_2) dA + \\
 & + j \int_{A_2} (\bar{E}_2^* \nabla_t \times \bar{H}_2 - \bar{H}_2^* \nabla_t \times \bar{E}_2) dA + \\
 & + j \oint_{C_2} \bar{n}_2 (\bar{E}_2 \times \bar{H}_2^*) dl - j \int_{C_a} \bar{n}_2 (\bar{E}_s \times \bar{H}_2^*) dl + \\
 & + j \int_{C_a} \bar{n}_2 (\bar{E}_s \times \bar{H}_2) dl -
 \end{aligned}$$

$$-\beta \int_{A_1} (\bar{H}_1^* \cdot \bar{k} \times \bar{E}_1 - \bar{E}_1^* \cdot \bar{k} \times \bar{H}_1) dA -$$

$$-\beta \int_{A_2} (\bar{H}_2^* \cdot \bar{k} \times \bar{E}_2 - \bar{E}_2^* \cdot \bar{k} \times \bar{H}_2) dA, \quad (1)$$

ahol  $\bar{E}_1, \bar{H}_1, \bar{E}_2, \bar{H}_2$  a rész tápvonalak elektromágneses tere,  $\bar{E}_s$  a vágási vonal mentén felvett tangenciális elektromos tér,  $\beta$  a fázistényező, a csillag komplex konjugáltat jelöl.

A funkcionál variációját képezve igazolható, hogy minimumát az alábbi feltételek mellett éri el:

1.  $\bar{E}_1, \bar{H}_1$  kielégíti az első két Maxwell-egyenletet  $A_1$ -ben és a határfeltételeket  $C'_1 = C_1 - C_a$  mentén.
2.  $\bar{E}_2, \bar{H}_2$  kielégíti az első két Maxwell-egyenletet  $A_2$ -ben és a határfeltételeket  $C'_2 = C_2 - C_a$  mentén.
3.  $\bar{E}_{1T} = \bar{E}_s \quad C_a - n,$
4.  $\bar{E}_{2T} = \bar{E}_s \quad C_a - n,$
5.  $\bar{H}_{1T} = \bar{H}_{2T} \quad C_a - n,$

ahol a  $T$  index tangenciális komponenszt jelöl.

Nyilvánvaló tehát, hogy az (1) funkcionál minimumának megkeresése ekvivalens a Maxwell-egyenletek határfeltételüket is kielégítő megoldásával az összetett rendszerben.

Az (1) funkcionál a [4], [5] irodalomban található kifejezések kiegészítése felületi tagokkal.

## 2. A Rayleigh–Ritz módszer

Elvben tetszőleges rész tápvonal-tereket használhatunk az (1) funkcionálban, még a határfeltételeket sem kell kielégíteni. Az egyetlen megkötés, hogy a rész tápvonalak mágneses terének a vágási vonal mentén létezzék a tangenciális komponense, mert ez biztosítja a csatolást (l. (1)–ben az apertúrára vett felületi integrálokat).

Egy lehetséges választás, hogy a rész tápvonalakat a vágási vonal mentén villamos fallal zárjuk le, és a teret módusok szuperpozíciójaként állítjuk elő. A módusrendszer rész tápvonalankénti ortogonalitása jelentősen egyszerűsíti a későbbi mátrix-műveleteket.

A sorfejtő módusrendszer csaknem azonos a jól ismert csőtápvonal módusokkal, csupán két megjegyzést kell tennünk.

Egyrészt, mivel valamennyi módusnak a kiszámítandó, közös fázistényezővel kell terjedni, nem szabad a  $z$  szerinti deriváltakból adódó fázistényezőket az egyes módusok sajátértéke segítségével kiküszöbölni.

Másrészt a módusrendszert ki kell egészíteni egy fiktív módussal, a  $z$  irányú és  $z$  irányban terjedő, a transzverzális síkban homogén mágneses térrel. Ez a hullámegyletet és a határfeltételeket nyilván kielégíti, de önállóan nem létezhet a csőben, mivel a hozzá tartozó villamos térerősség zérus.

A  $TM$  módusokat gömbölyű, a  $TE$  módusokat szögletes zárójellel jelölve a sorfejtések az 1 rész tápvonalra

$$\bar{E}_{n1} = \sum_I U_{1(I)} \bar{e}_{1(I)} + \sum_J U_{1[J]} \bar{e}_{1[J]}, \quad (2)$$

$$\bar{H}_{n1} = \sum_I I_{1(I)} \bar{h}_{1(I)} + \sum_J I_{1[J]} \bar{h}_{1[J]}, \quad (3)$$

$$E_{z1} = -\frac{1}{j\omega\epsilon_1} \sum_I I_{1(I)} (k_0^2 \epsilon_{r1} - \beta^2) \Phi_{1(I)}, \quad (4)$$

$$H_{z1} = -\frac{1}{j\omega\mu_0} U_{01} \frac{1}{A_1} - \frac{1}{j\omega\mu_0} \sum_J U_{1[J]} (k_0^2 \epsilon_{r1} - \beta^2) \Phi_{1[J]}. \quad (5)$$

(A 2 rész tápvonalra vonatkozó kifejezések indexcserével nyerhetők.) Itt  $U$  és  $I$  a módusfeszültségek és módusáramok,  $\bar{e}$  és  $\bar{h}$  a vektoriális módusfüggvények,  $\Phi$  a sajátfüggvény [3]. A homogén mágneses teret önkényesen normáltuk, amit később megindokolunk. A  $t$  transzverzális komponenszt, a  $z$  longitudinális komponenszt jelent. A korábban mondottak szerint (4)-ben és (5)-beu a zárójeles mennyiségeket nem szabad sajátértékekkel helyettesíteni, mert  $\beta$  most nem az egyes módusok fázistényezője. Továbbá ügyelni kell arra, hogy a módusfeszültségek és módusáramok kapcsolatát megadó hullámimpedanciában ugyancsak a meghatározandó fázistényező szerepel.

A vágási vonal mentén a teret valamilyen, a feladathoz alkalmas teljes függvényrendszer segítségével adjuk meg.

$$\bar{E}_{ts} = \sum_m V_m \bar{e}_{sm}, \quad (6)$$

$$E_{zs} = \sum_n W_n \varphi_{sn}. \quad (7)$$

Ha a (2)–(7) egyenleteket (1)-be helyettesítjük a funkcionál a sorfejtő függvények együtthatóinak függvényévé alakul:

$$F(U_1, I_1, U_2, I_2, V, W) = \bar{U}_1^* \mathbf{B}_1 U_1 + \bar{I}_1^* \mathbf{X}_1 I_1 +$$

$$\bar{I}_1^* \mathbf{Q}_1 W + \bar{U}_1^* \mathbf{P}_1 V + \bar{I}_1 \mathbf{Q}_1 W^* + \bar{U}_1 \mathbf{P}_1 V^* + \bar{U}_2^* \mathbf{B}_2 U_2 +$$

$$+ \bar{I}_2^* \mathbf{X}_2 I_2 + \bar{I}_2^* \mathbf{Q}_2 W + \bar{U}_2^* \mathbf{P}_2 V + \bar{I}_2 \mathbf{Q}_2 W^* + \bar{U}_2 \mathbf{P}_2 V^* -$$

$$- \beta \bar{I}_1^* \mathbf{E}' U_1 - \beta \bar{U}_1^* \mathbf{E}' I_1 - \beta \bar{I}_2^* \mathbf{E}' U_2 - \beta \bar{U}_2^* \mathbf{E}' I_2, \quad (8)$$

ahol  $U_i, I_i$  a módusfeszültségekből és módusáramokból alkotott oszlopvektor (ezek első eleme  $U_{0i}$  ill.  $I_{0i}$ ),  $\mathbf{X}$  és  $\mathbf{B}$  az ekvivalens távvezeték soros reaktanciáiból és párhuzamos szuszceptanciáiból alkotott diagonál-mátrixok, amelyek elemei pl. az 1 tápvonalra

$$X_0 = 0, \quad X_{(I)} = \omega\mu_0 \frac{1}{\omega\epsilon_1} \frac{(k_0^2 \epsilon_{r1} - \beta^2)^2}{k_{(I)}^2}, \quad X_{[J]} = \omega\mu_0, \quad (9)$$

$$B_0 = -\frac{1/A_1}{\omega\mu_0}, \quad B_{(I)} = \omega\epsilon_1, \quad (10)$$

$$B_{[J]} = \omega\epsilon_1 \frac{i}{\omega\mu_0} \frac{(k_0^2 \epsilon_{r1} - \beta^2)^2}{k_{[J]}^2},$$

**V** és **W** a vágási vonal mentén felvett tér együtthatóiból képzett oszlopvektor, **E'** olyan diagonálmátrix, melynek első eleme zérus, a többi 1. A hullámos felülvonás transzponálást jelent.

A **P**<sub>1</sub> és **Q**<sub>1</sub> csatoló mátrixok elemei (a 2 résztápvonalra az eredmény indexcserével nyerhető):

$$P_{0m} = -\frac{1}{\omega\mu_0} \frac{1}{A_1} \int_{C_a} \bar{n}_1(\bar{e}_{sm} \times \bar{k}) dl, \quad (11)$$

$$P_{im} = -\frac{1}{\omega\mu_0} (k_0^2 \varepsilon_{r1} - \beta^2) \int_{C_a} \bar{n}_1(\bar{e}_{sm} \times \bar{k} \Phi_{1(j)}) dl, \quad (12)$$

$$Q_{0n} = 0, \quad (13)$$

$$Q_{in} = \int_{C_a} j \psi_{sm} e_{1i} \bar{n}_1 dl. \quad (14)$$

Látható, hogy  $P_{im}$  zérus a *TM* módusokra, míg  $Q_{in}$  csak olyan módusokra különbözik zérustól, amelyek villamos térerősségének van  $\bar{n}_1$  irányú komponense a vágási vonal mentén.

A mátrixalgebrai műveletek egyszerűsítése végett a következő számítások során úgy tekintjük, mintha  $X_0 \neq 0$  és **E'** egységmátrix volna, és a végeredmény homogén mágneses térre vonatkozó tagjaiban alkalmazzuk az  $X_0 \rightarrow 0$  határmenetet és a  $\beta = 0$  helyettesítést.

Képezve (8)-nak a konjugált együtthatók szerinti deriváltját az alábbi egyenleteket nyerjük

$$\mathbf{B}_1 \mathbf{U}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{V} - \beta \mathbf{I}_1 = 0, \quad (15)$$

$$\mathbf{X}_1 \mathbf{I}_1 + \mathbf{Q}_1 \mathbf{W} - \beta \mathbf{U}_1 = 0, \quad (16)$$

$$\mathbf{B}_2 \mathbf{U}_2 + \mathbf{P}_2 \mathbf{V} - \beta \mathbf{I}_2 = 0, \quad (17)$$

$$\mathbf{X}_2 \mathbf{I}_2 + \mathbf{Q}_2 \mathbf{W} - \beta \mathbf{U}_2 = 0, \quad (18)$$

$$\tilde{\mathbf{Q}}_1 \mathbf{I}_1 + \tilde{\mathbf{Q}}_2 \mathbf{I}_2 = 0, \quad (19)$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_1 \mathbf{U}_1 + \tilde{\mathbf{P}}_2 \mathbf{U}_2 = 0. \quad (20)$$

(8)-nak a (konjugálatlan) együtthatók szerinti deriváltja a fenti egyenletrendszer konjugáltját adja  $-\beta$ -ra.

A (15)–(18) egyenletek csatoló tagokat tartalmazó távvezeték-egyenletek, míg a (19) és (20) egyenletek a vágási vonalon a komplex Poynting vektor zérus voltát fejezik ki.

A (15)–(20) egyenletekhez tartozó determináns zérussal egyenlővé téve, kapjuk a terjedési tényezőket meghatározó algebrai egyenletet:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{B}_1 & -\beta \mathbf{E} & 0 & 0 & 0 & \mathbf{P}_1 \\ -\beta \mathbf{E} & \mathbf{X}_1 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{Q}_1 \\ 0 & 0 & \mathbf{B}_2 & -\beta \mathbf{E} & 0 & \mathbf{P}_2 \\ 0 & 0 & -\beta \mathbf{E} & \mathbf{X}_2 & 0 & \mathbf{Q}_2 \\ \hline 0 & \tilde{\mathbf{Q}}_1 & 0 & \tilde{\mathbf{Q}}_2 & 0 & 0 \\ \tilde{\mathbf{P}}_1 & 0 & \tilde{\mathbf{P}}_2 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (21)$$

### 3. A determináns egyenlet egyszerűsítése

Ismeretes [6], hogy a (21) hipermátrix determinánsa

$$\left| \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \right| = -|\mathbf{A}| \cdot |\mathbf{C} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}|. \quad (22)$$

A kiadódó diszperziós görbék természetesen metszhetik a csatolatlan módusok diszperziós görbéit, illetve azok némelyikével teljesen egybeeshetnek. Ilyenkor  $|\mathbf{A}| = 0$  és (21)-ből beláthatóan  $\mathbf{V} = \mathbf{W} = \mathbf{0}$ , vagyis csatolás nincs és az eredő tér a résztápvonalterek egyszerű egymás mellé helyezéséből adódik. Ezeket az eseteket most következő megoldásunkból kizárjuk.

Az **A**-ban szereplő mátrixokat **D**-vel és **F**-el jelölve kapjuk, hogy

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}^{-1} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

Bevezetve a

$$\mathbf{G}_1 = \left\langle \frac{1}{\mathbf{X}_1 \mathbf{B}_1 - \beta^2} \right\rangle, \quad (24)$$

$$\mathbf{G}_2 = \left\langle \frac{1}{\mathbf{X}_2 \mathbf{B}_2 - \beta^2} \right\rangle \quad (25)$$

diagonálmátrixokat **D**<sup>-1</sup> és **F**<sup>-1</sup> az alábbi formába írható

$$\mathbf{D}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & \beta \mathbf{E} \\ \beta \mathbf{E} & \mathbf{B}_1 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$\mathbf{F}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_2 & \beta \mathbf{E} \\ \beta \mathbf{E} & \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

(22), (23), (26) és (27) felhasználásával (21) az alábbi végső alakra hozható

$$\left[ \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Q}}_1 \mathbf{G}_1 \mathbf{B}_1 \mathbf{Q}_1 & \beta \tilde{\mathbf{Q}}_1 \mathbf{G}_1 \mathbf{P}_1 \\ \beta \tilde{\mathbf{P}}_1 \mathbf{G}_1 \mathbf{Q}_1 & \tilde{\mathbf{P}}_1 \mathbf{G}_1 \mathbf{X}_1 \mathbf{P}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Q}}_2 \mathbf{G}_2 \mathbf{B}_2 \mathbf{Q}_2 & \beta \tilde{\mathbf{Q}}_2 \mathbf{G}_2 \mathbf{P}_2 \\ \beta \tilde{\mathbf{P}}_2 \mathbf{G}_2 \mathbf{Q}_2 & \tilde{\mathbf{P}}_2 \mathbf{G}_2 \mathbf{X}_2 \mathbf{P}_2 \end{bmatrix} \right] = 0 \quad (28)$$

A (28) egyenlet algebrai egyenlet, amelyből a keresett fázistényező meghatározható. Könnyen belátható, hogy a determináns mérete  $(N_w + N_v) \times (N_w + N_v)$ , ahol  $N_w$  és  $N_v$  a vágási vonal mentén felvett tér longitudinális és transzverzális részében szereplő sorfejtő függvények száma.

Abban, hogy a végeredmény ilyen tömör alakra hozható nagy szerepe van a (21)-ben szereplő **B** és **X** mátrixok diagonál voltának, ami a résztápvonalmódusok ortogonalitásának következménye.

A homogén mágneses tér a (28) egyenlet részmatrrixainak csak a jobb alsó sarkában szerepel. A korábban mondottak szerint a diagonálmátrixok szorzatának első, a homogén mágneses térhez tartozó eleme:

$$\mathbf{G} \mathbf{X} |_{11} = \lim_{x_0 \rightarrow 0} \left( \left. \frac{\mathbf{X}_0}{\mathbf{X}_0 \mathbf{B}_0 - \beta^2} \right|_{\beta=0} \right) = \frac{1}{\mathbf{B}_0}. \quad (29)$$

Igazolhatjuk a homogén mágneses tér normálós faktorának önkényes felvételét is. A

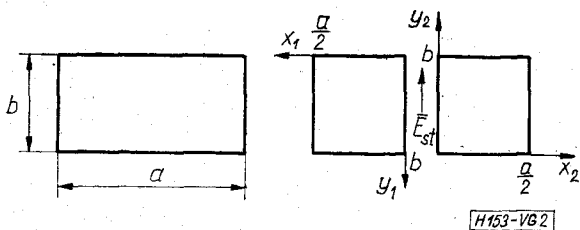
$$P_{0m} \cdot \frac{1}{B_0} \cdot P_{0m} = \frac{P_{0m}^2}{B_0} \quad (30)$$

alakú tagoknak (11) szerint a számlálója is, (10)-nek az (1)-ből való származtatása szerint a nevezője is a normáló faktor négyzetét tartalmazza. A normáló tényező nagyságától tehát a végeredmény független.

4. Két egyszerű példa

A bemutatott apparátust elsősorban szalagvonal-analízis céljára dolgoztuk ki. A vonatkozó eredményeket egy későbbi dolgozatban közöljük. Az alábbi példák csupán az ismert eredményekkel való kapcsolatot kimutatását és azt szolgálják, hogy a homogén mágneses tér szerepére rámutassunk.

- a) Állítsuk elő az  $a \times b$  méretű négyszögkeresztmetszetű csőtápvonal  $TE_{m0}$  módusait két darab  $a/2 \times b$  méretű csőtápvonal módusaiból (2. ábra)



2. ábra

Ebben az esetben  $Q = 0$  és a tér  $y$ -től való függetlensége miatt a vágási vonal mentén felvett tér konstans:

$$\vec{E}_{ts} = V_0 \vec{e}_{s0} \quad (31)$$

Ekkor (28) egyszerűsödik:

$$\frac{P_{100}^2}{B_{10}} + \sum_i \frac{P_{1i0}^2}{X_{1i} B_{1i} - \beta^2} + \frac{P_{200}^2}{B_{20}} + \sum_i \frac{P_{2i0}^2}{X_{2i} B_{2i} - \beta^2} = 0 \quad (32)$$

Az itt szereplő kifejezéseket (9), (10), (11) és (12) alapján kiszámítva (32) az alábbi alakú lesz:

$$2 \left[ 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2(k_0^2 - \beta^2)}{k_0^2 - \beta^2 - k_{1i}^2} \right] = 0 \quad (33)$$

ahol

$$k_{1i}^2 = \left( \frac{i\pi}{a} \right)^2$$

A szögletes zárójel a contagens függvény

$$z \operatorname{ctg} z = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2z^2}{z^2 - i^2\pi^2} \quad (34)$$

parciális-tört felbontása alapján így írható

$$\frac{a}{2} \sqrt{k_0^2 - \beta^2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{a}{2} \sqrt{k_0^2 - \beta^2} = 0 \quad (35)$$

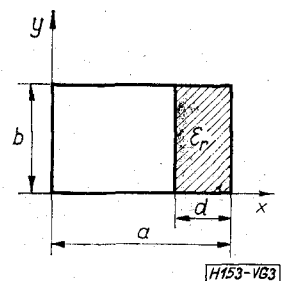
amiből azt kapjuk, hogy a megoldások

$$k_0^2 - \beta^2 = \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2, \quad m = 1, 3, 5, \dots \quad (36)$$

Ezek az egyesített rendszer  $TE_{m0}$  módusait adják páratlan  $m$ -re. Páros  $m$ -re a megoldást nem kapjuk meg, mert akkor az eredő diszperziós görbe teljesen egybeesik a csatolatlan diszperziós görbével és ilyenkor (22)-ben  $|A| = 0$ . Páros  $m$ -re az eredő tér a rész-tápvonalak terének csatolásmentes egymás mellé helyezésével adódik.

(33)-ban a szögletes zárójel első tagja a homogén mágneses térből származik, ez a tag a  $\operatorname{ctg}$  függvény  $z = 0$  körüli Laurent-sorának főrészt adja.

- b) Határozzuk meg egy dielektromos hasábbal terhelt négyszögkeresztmetszetű csőtápvonal  $y$ -től független megoldásaihoz tartozó diszperziós egyenletet (3. ábra). Mint ismeretes [7] az  $LSE_{m0}$  módusok a  $TE_{m0}$  módusokkal azonosak.



3. ábra

Ugyanúgy, mint az a) példában elegendő konstans transzverzális csatoló tér felvétele. A (32) egyenlet most is érvényes lesz, a benne szereplő kifejezések kiszámítása után az

$$\frac{1}{a-d} \left( 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2(k_0^2 - \beta^2)}{k_0^2 - \beta^2 - k_{1i}^2} \right) + \frac{1}{d} \left( 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2(k_0^2 \epsilon_r - \beta^2)}{k_0^2 \epsilon_r - \beta^2 - k_{2i}^2} \right) = 0 \quad (37)$$

egyenletet nyerjük, ahol

$$k_{1i}^2 = \left( \frac{i\pi}{a-d} \right)^2, \quad k_{2i}^2 = \left( \frac{i\pi}{d} \right)^2$$

(34)-et figyelembe véve (37) átírható a

$$\sqrt{k_0^2 - \beta^2} \operatorname{ctg} [\sqrt{k_0^2 - \beta^2} (a-d)] + \sqrt{k_0^2 \epsilon_r - \beta^2} \operatorname{ctg} (\sqrt{k_0^2 \epsilon_r - \beta^2} d) = 0 \quad (38)$$

alakba, ami az  $LSE_{m0}$  módusokat egzakt diszperziós egyenlete [7].

(37)-et kissé átrendezve:

$$\frac{k_0^2 - \beta^2}{a-d} \left[ \frac{1}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{k_0^2 - \beta^2 - k_{1i}^2} \right] + \frac{k_0^2 \epsilon_r - \beta^2}{d} \left[ \frac{1}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{k_0^2 \epsilon_r - \beta^2 - k_{2i}^2} \right] = 0 \quad (39)$$

A szummában álló tagoknak pólusa van a csatolatlan módusok fázistényezőinél. A szögletes zárójel

első tagjának — amely a homogén mágneses térhez tartozik — pólusa van a homogén mágneses tér, a fiktív módus „fázistényezőjénél”. Valóban a homogén mágneses tér nulla sajátérték esetén elégíti ki a transzverzális hullámegyenletet.

## 5. Következtetések

A bemutatott számítási módszer egyik előnye, hogy viszonylag kis méretű determinánshoz vezet. Szalagvonal esetében végzett előzetes számítások azt mutatják, hogy sokszor  $N_v=1$ ,  $N_w=1$  esetén is jó közelítést kapunk, ami  $2 \times 2$ -es determinánst jelent.

A parciális tört alakban való előállítás másik előnye, hogy „mozgó” sorfejtést tesz lehetővé, adott frekvenciasávban mindig csak a domináns résztápvonalmódusokat kell figyelembe venni. Erre [2] is felhívja a figyelmet a csatolt üregek esetén. Úgy véljük, hogy ez lehetőséget ad a szalagvonalak magasabb módusainak meghatározására, ami ezideig megoldatlan.

A közölt módszer néhány általánosítási lehetősége:

a) A résztápvonalakat a vágási vonal mentén mágneses fallal zárjuk le. Ilyenkor (1)-ben az apertúra tagokban  $\vec{E} \leftrightarrow \vec{H}$  cserét kell végrehajtani. Szalagvonalaknál ez kis méretű szalag esetén előnyös.

b) Ha az eredő tér szétesik *LSE* és *LSM* módusrendszerre, célszerű a résztápvonalakban *LSE* és *LSM* módusokkal számolni. *LSE* módusokra (14) szerint  $Q=0$ .

c) Ha  $e$  és (vagy)  $\mu$  hermetikus tenzor (1) stacionárius marad. Ilyenkor (21)-ben  $\mathbf{B}$  és  $\mathbf{X}$  nem lesz diagonális, tehát (28) érvényét veszti, azonban (21) alapján  $\beta$  meghatározható.

## Köszönetnyilvánítás

Köszönetemet fejezem ki dr. Fodor György tanácskezelő egyetemi tanárnak a kézirat igen gondos átnézéséért és értékes megjegyzéséért.

## I R O D A L O M

- [1] *Bahiana, L. C. and Smullin, L. D.*: Coupling of modes in uniform composite waveguides, IRE Trans. Microwave Theory and Techniques, MTT-8, No. 4. (1960)
- [2] *Reiter, G.*: Solution of field equations for strongly coupled cavity systems, Proc. of the 1965 URSI Symposium on "Elektromagnetic Wave Theory", Pergamon Press, London, 1967.
- [3] *Csurgyay Á. — Markó Sz.*: Mikrohullámú passzív hálózatok, Tankönyvkiadó, Budapest, 1965.
- [4] *Berk, A. D.*: Variational principles for electromagnetic resonators and waveguides, IRE Trans. Antennas and Propagation, AP-4 pp. 104-111, (1956).
- [5] *English, W. J.*: Vector variational solutions of inhomogeneously loaded cylindrical waveguide structures, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, MTT-19 pp. 9-18, (1971).
- [6] *Гайматхер, Ф. Р.*: Теория матриц, Изд. Наука, Москва, 1966.
- [7] *Harrington, R. F.*: Time-harmonic electromagnetic fields, McGraw-Hill, New York, 1961.