

## Nagyfrekvenciás tranzisztorok modellezése számítógépes tervezéshez

ETO 621.382.3.023.001.57: 681.3.00

Elektronikus áramkörök tervezésekor az áramköri elemek matematikai modelljein végzünk számításokat. A számítógépek alkalmazásával lehetőség nyílik arra, hogy ezeket a számításokat gyorsabban és pontosabban hajtsuk végre, és olyan bonyolult feladatok számításait is elvégezzük, amelyeknél azelőtt csak becsléseket alkalmaztunk. A számítógépek által nyújtott lehetőségek kihasználásának egyik alapvető feltétele, hogy az áramköri elemek és elsősorban az áramkörben alkalmazott félvezető eszközök: a diódák és tranzisztorok megfelelő pontosságú, gyorsan kezelhető és a kitűzött feladat bonyolultságához jól illeszkedő matematikai modelljeivel rendelkezünk.

A modellezés a fizikai összefüggések vizsgálatából indul ki és a működést meghatározó folyamatok lényeges összefüggéseinek megragadásával alkotja meg az eszköz matematikai modelljét. A jelenségek mélyebb vizsgálata a másodlagos hatások felismerésén keresztül fokozatosan bonyolultabb modellek kialakításához vezet. A modellezendő eszköz fizikai összefüggéseinek vizsgálata azonban a modellezésnek csak egyik oldala. A tervezési eljárás szempontjából jól használható modell kiválasztásához a megoldandó tervezési feladatok tanulmányozására is szükség van. A feladat bármelyik oldalának elhanyagolása aránytalanságot eredményez, és így nem hasznosítja a tervezési apparátusban rejlő lehetőségeket. A számítógépes áramkörtervezésben használt modellek megválasztásával biztosítani kell a memória-igény és a tervezési idő, valamint a pontosság és a széleskörű alkalmazhatóság ellentmondó igényei közti optimális kompromisszumot.

### 1. A modell-alkotás általános szempontjai

Valamely fizikai eszköz modellje az eszközt gerjesztő bemenőjelek és a gerjesztések hatására fellépő kimenőjelek kapcsolatának matematikai leírása. A modell-alkotás során a következő elméleti kérdések tisztázására van szükség:

- A modellt leíró matematikai struktúra megválasztása. Áramköri elemek modellezésénél a matematikai struktúra lehet helyettesítő kapcsolat, differenciálegyenlet, súlyfüggvény vagy transzfer függvény stb. A matematikai struktúrát a vizsgált áramköri probléma és a számítógépprogram felépítése alapján kell meghatározni.
- A modell segítségével vizsgálandó problémakör körülhatárolása és ennek megfelelően a modellezés szempontjából megengedett gerjesztések

kijelölése, melyekre a gerjesztés-felelet kapcsolatot a modell helyesen reprezentálja. A választást itt is a megoldandó áramköri probléma és a használt számítógépprogram határozza meg. Áramköri elemek modellezésénél gerjesztés lehet pl. villamos jel, hőmérsékletváltozás, sugárzás stb.

- Optimalizálási kritérium kijelölése az ún. hibafüggvény definiálása, mely az eszköz és a modell jellemzői közti eltérésre számszerű mértéket definiál. Lineáris eszközök modellezésénél a hibafüggvény pl. a frekvenciakarakterisztikák eltérésnek maximuma lehet.
- Számítási algoritmus kidolgozása a fentiekben definiált modellezési hiba minimálására.

A modellezés a következő gyakorlati feladatok elvégzését igényli:

- A választott modellhez illeszkedő mérési metodika kidolgozása és a méréseknek elegendő számú mintadarabon történő végrehajtása;
- A mérési eredmények statisztikai értékelése és ezekből a modellparaméterek meghatározása (ez a szűkebb értelemben vett modellezés);
- A modellparamétereknek a számítógép memóriában való tárolása (adatképzés) és a programokba való behívása.

A számítógépes tervezési módszerek hatékony alkalmazásához a modellezési munka fentiekben vázolt valamennyi fázisát el kell végeznünk. A mérésekkel kapcsolatban megjegyezzük, hogy az áramköri elemek adatait a tervezők gyakran katalógusokból nyerik. Sok esetben azonban a modell egyértelmű meghatározásához ezek az adatok nem elegendők és kiegészítő mérésekre vagy feltevésekre van szükség.

A fentiekben igyekeztünk általános áttekintést adni a modellezés sokrétű problematikájáról. A következőkben a tranzisztorok modellezésének a gyakorlati tervezés szempontjából lényeges feladatával, a lineáris működésű tranzisztorok szélessávú helyettesítő kapcsolásának meghatározásával foglalkozunk. Részletesebben a modellezés egyik fázisát: a modellparaméter-értékeinek meghatározására szolgáló algoritmust ismertetjük.

### 2. Lineáris működésű tranzisztorok szélessávú modellezése

A lineáris működésű tranzisztor legegyszerűbben négy pólus-paramétereivel jellemezhető. A modell leírásához a paraméterek komplex értékét adjuk meg különböző diszkrét frekvenciákon. Ez a leírás az ana-

lízist csak a kiválasztott frekvenciákon teszi lehetővé, így a modell használhatósága korlátozott. Pontosabb leírást ad az egyes paraméterek analitikus függvény formájában történő előállítása [1]. Ennek a leírásnak hátránya, hogy nem teszi lehetővé a paraméterek munkapont- és hőmérséklet-függésének, valamint szórásiának egyszerű megadását. Az említett hátrányoktól mentes, de nagyobb számítási munkát igényel a helyettesítő kapcsolás formájában való modellezés.

A Távközlési Kutató Intézetben kidolgozott lineáris analízis programok [7], [8] helyettesítő kapcsolás megadását teszik szükségessé, ezért a tranzisztor lineáris modelljét passzív elemekből és feszültségvezérelt áramgenerátorból építettük fel.

A modellezésre választott helyettesítő kapcsolást az irodalomból jólismert hibrid- $\pi$  kapcsolás házkapacitások kiegészítéssel változtatva az 1. ábra mutatja [2], [3]. Feladatunkban a mérési adatokat a különböző frekvenciákon mért komplex admittancia értékek jelentik.

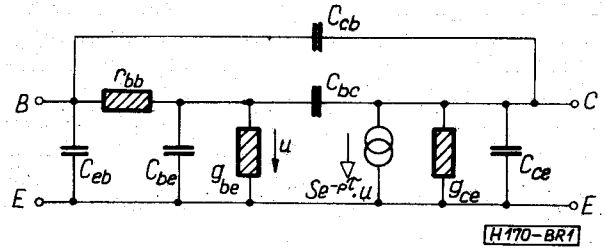
A helyettesítő kapcsolás paramétereinek meghatározására kétféle számítási módszer jöhet szóba. Az első módszer, amelyet direkt eljárásnak nevezhetünk, a helyettesítő kapcsolás elemszámával azonos számú egyenlet megoldásával oldja meg a feladatot. Az egyenletek célszerűen választott frekvenciákon mért admittanciák és a helyettesítő kapcsolás elemei közti összefüggésekből adódnak [3], [5]. A direkt eljárás kevés mérést és egyszerű számítást igényel. Hátránya, hogy túlságosan szigorú feltételezéseket kíván és a kisszámú mérési adat miatt a mérési hibák kiegyenlítődségét nem teszi lehetővé.

A másik lehetséges módszer, amelyet iteratív eljárásnak nevezhetünk, a helyettesítő kapcsolás elemeinek értékét optimalizációs feladat kitűzésével és megoldásával nyeri. Az optimalizáció során a mért és a modell alapján számított admittancia paraméterek eltérését kell minimalizálni. Az irodalomból ismert eljárások [2], [6] a helyettesítő kapcsolás valamennyi elemére együttesen optimalizálnak. E módszereknél a nagyszámú változó miatt az optimalizáció jelentős numerikus problémát vet fel és a szükséges mérési adatok száma nagy. A mérési hibák ez esetben bizonyos mértékig kiegyenlítődnak.

Az általunk választott algoritmus az iteratív eljárások csoportjába sorolható. A megoldás során azonban az optimalizációs feladatot részfeladatokra bontjuk, amivel a numerikus művelet-igényt jelentősen csökkentjük. Ez direkt eljárás felé való közeledést jelent. Eljárásunk viszonylag nagyszámú mérési adatot igényel, ami előnyökkel és hátrányokkal egyaránt rendelkezik.

### 3. Tranzisztorok módosított hibrid- $\pi$ kapcsolásának meghatározása mérési adatokból [9]

Az 1. ábra szerinti módosított hibrid- $\pi$  kapcsolás 10 független adattal jellemezhető, ezek az  $r_{bb}$ , bázisellenállás, a  $g_{be}$  és  $g_{ce}$  vezetések, a  $c_{eb}$ ,  $c_{be}$ ,  $c_{bc}$  és  $c_{ce}$  réteg- és házkapacitások, valamint a vezérelt áramgenerátor  $S$  meredeksége és  $\tau$  késleltetése. Ez a helyettesítő kapcsolás tapasztalataink szerint kb. 200



1. ábra. 10 elemes módosított hibrid- $\pi$  helyettesítő kapcsolás

MHz-ig alkalmas a gyakorlatban megkövetelt (kb. 10%) pontosságú modellezésre.

Az 1. ábrán látható helyettesítő kapcsolás alapján az admittancia paraméterekre a Függelék F—1 pontjában részletezett módon a következő összefüggések adódnak:

$$y_{11} = G_i + pC_i + \frac{pT_i}{1 + \frac{p}{\sigma}} \quad (1)$$

$$-y_{12} = pC_r - G_i \frac{p^2 T_i T_r}{1 + \frac{p}{\sigma}} \quad (2)$$

$$y_{21} = y_{12} + \frac{G_f e^{-p\tau}}{1 + p/\sigma} \quad (3)$$

$$y_{22} \cong G_o + pC_o + y_{21} pT_o \quad (4)$$

Az  $y_{22}$ -re vonatkozó (4) összefüggésnél feltételeztük, hogy a vizsgált frekvenciasávban  $\omega Cbc \ll S$ . A feltevése jogosságát a gyakorlati feladatok igazolják. A közelítést csak az elemértékek számításánál használjuk, a modell hibájának meghatározása elhanyagolás nélkül történik.

A modellezés célja a helyettesítő kapcsolás elemeinek meghatározása oly módon, hogy a megadott  $y$ -paraméterek és a modell alapján számított  $y$ -paraméterek eltérése minimális legyen. Áramkörtervezési szempontok miatt az  $y_{21}$  és az  $y_{12}$  admittanciák esetében célszerű a komplex értékek eltérését, az  $y_{11}$  bemeneti és  $y_{22}$  kimeneti admittanciák esetében pedig a valós és képzetes részek eltérésének eredőjét minimalizálni. Így a modellezés hibáját az egyes paraméterek esetében a következő összefüggések definiálják:

$$\varepsilon_{11(22)} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left[ \frac{\operatorname{Re}^2(\bar{y}_{jj}^{(k)} - y_{jj}^{(k)})}{\operatorname{Re}^2 \bar{y}_{jj}^{(k)}} + \frac{\operatorname{Im}^2(\bar{y}_{jj}^{(k)} - y_{jj}^{(k)})}{\operatorname{Im}^2 \bar{y}_{jj}^{(k)}} \right]} \quad (5)$$

$$\varepsilon_{12(21)} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left| \frac{\bar{y}_{ij}^{(k)} - y_{ij}^{(k)}}{y_{ij}^{(k)}} \right|^2} \quad (6)$$

ahol az admittancia  $k$ -ik frekvenciához tartozó, modell alapján számított értékét  $y_{ij}^{(k)}$  megadott értékét  $\bar{y}_{ij}^{(k)}$  jelöli ( $i, j=1, 2$ );  $n$  a mérési frekvenciák száma. A teljes modell  $\varepsilon$  hibájának az egyes paraméterek közelítésénél adódó hibák átlagát vesszük:

$$\varepsilon = \frac{1}{4} (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{12} + \varepsilon_{21} + \varepsilon_{22}). \quad (7)$$

A modell meghatározásához a fenti eredő hibát kell minimalizálni. A feladat megoldása tízváltozós függvény szélsőértékének meghatározását igényli. A numerikus optimalizációs módszerekkel szerzett tapasztalataink azt mutatják, hogy nagyszámú változó esetén a globális szélsőérték meghatározása csak akkor lehetséges, ha az optimalizációs stratégia kiindulópontját a keresett szélsőérték helyéhez közel választjuk. Ez azt jelenti, hogy az eredményes optimalizációhoz a közelítő megoldást eleve ismernünk kell. Tranzisztor modellezésénél a helyettesítő kapcsolat néhány elemére, így pl.  $r_{b'e}$ ,  $G_{b'e}$  és  $S$  értékére nézve jó becsléssel rendelkezünk. Más kapcsolási elemekre, így elsősorban a parazita reaktanciákra nem tudunk megfelelő pontosságú kiinduló értéket felvenni. Így a teljes modell közvetlen optimalizációja nem minden esetben vezet eredményre, vagy túlságosan nagy gépidőt igényel. Ezért a feladat hatékony megoldása érdekében a paramétereket csoportokra osztjuk, és az egyes csoportokra nézve külön-külön végezzük el az optimalizációt. Ily módon kisszámú változóra kell csak a szélsőértéket keresnünk, ami az egyértelmű megoldást biztosítja. A paraméter-csoportokra vonatkozó optimalizáció akkor szolgáltatja az eredeti feladat megoldását, ha az egyes csoportok hatása az eredő hibafüggvényre egymástól független. A teljes függetlenség általában nem teljesül, azonban fizikai megfontolásokkal a paramétereket feloszthatjuk oly módon, hogy a függetlenség jó közelítéssel érvényes legyen.

Az első paraméter-csoport meghatározásához az  $y_{TR} = y_{21} - y_{12}$  különbséget approximáljuk. Az előre- és visszahatási admittanciák különbsége (2) és (3) alapján

$$y_{TR} = G_f \frac{e^{-p\tau}}{1 + p/\sigma} \quad (8)$$

A kifejezésben csupán három paraméter:  $G_f$ ,  $\sigma$  és  $\tau$  szerepel. Ezeket a megadott és a számított admittanciák relatív eltérésének minimalizálásával határozzuk meg. A minimalizálás négyzetes hibakritérium alapján két lépésben történik. Az első lépésben megbecsüljük a három változó értékhatárait, majd a második lépésben a meghatározott értéktartományon belül a Függelék F—2 pontjában ismertett szukcesszív tartományfelosztással keressük meg a minimumot.

A paraméterek értékhatárainak becslésénél az  $y_{TR}$  mennyiség abszolút értékéből indulunk ki, amely csak  $G_f$  és  $\sigma$  függvénye:

$$|y_{TR}| = \frac{G_f}{[1 + (\omega/\sigma)^2]^{1/2}} \quad (9)$$

Fenti egyenletből két mérési frekvenciához tartozó adatok alapján kiszámítjuk  $\sigma$  és  $G_f$  egy-egy aktuális értékét, majd ezek közül a legkisebbet és a legnagyobbat kiválasztva kapjuk  $G_f$  és  $\sigma$  értékhatárait:  $G_{f \min}$ ,  $G_{f \max}$ , ill.  $\sigma_{\min}$  és  $\sigma_{\max}$  értékeket.

A  $\tau$  paraméter értékhatárainak számításánál  $y_{TR}$  fázisára vonatkozó összefüggést használjuk

$$\text{arc } y_{TR} = -\omega\tau - \text{arctg} \left( \frac{\omega}{\sigma} \right) \quad (10)$$

Az egyenletből az előzőleg meghatározott  $\sigma_{\min}$  és  $\sigma_{\max}$  figyelembevételével minden frekvencián két  $\tau$  érték számítható. Az így számított értékhalmazból választható legkisebb és legnagyobb értékek lesznek a  $\tau$  paraméter értéktartományának határai:  $\tau_{\min}$  és  $\tau_{\max}$ .

Az értékhatárok kijelölése után indul a minimumkeresési eljárás  $G_f$ ,  $\sigma$  és  $\tau$  meghatározására a Függelék F—2 pontjában részletezett szukcesszív tartomány felosztással.

Megjegyzendő, hogy az első paraméter-csoportban szereplő három paraméter közül  $\sigma$  a modell egyik legfontosabb jellemzője, ezért  $\sigma$  pontos meghatározása igen lényeges.

A paraméterek második és harmadik csoportját a bemeneti és kimeneti admittanciák közelítésével, egymástól függetlenül, azonos módszerrel számítjuk.

Az (1) és (4) képletek szerint  $y_{11}$  és  $y_{22}$  általános alakja

$$y = G + p[C + T f(p)] \quad (11)$$

ahol  $G$ ,  $C$  és  $T$  jelöli a meghatározandó valós paramétereket  $f(p)$  az előző optimumkeresésből ismert frekvenciafüggő mennyiség. A jelölések értelmezését  $y_{11}$  és  $y_{22}$  esetében az 1. táblázat tartalmazza.

1. táblázat

Az  $y_{11}$  és  $y_{22}$  admittanciák leírásához használt jelölések

Paraméter	$y_{11}$	$y_{22}$
$G$	$G_i$	$G_0$
$C$	$C_i$	$C_0$
$T$	$T_i$	$T_0$
$f(p)$	$\frac{1}{1 + p/\sigma}$	$y_{21}$

A bemeneti és a kimeneti admittanciák közelítésénél az (5) hibakritérium szerint a valós és képzetes részek hibáját minimalizáljuk. A (11) összefüggésből a valós és képzetes részekre adódik, hogy

$$\text{Re } y = G - T\omega \text{ Im } f(j\omega) \quad (12)$$

$$\text{Im } y = \omega C + T \text{ Re } f(j\omega) \quad (13)$$

A fenti összefüggéseket a hibakritériumba beírva és a kapott kifejezést a meghatározandó paraméterek szerint deriválva lineáris egyenletrendszerre jutunk. Az egyenletrendszer megoldása szolgáltatja a keresett  $G$ ,  $C$  és  $T$  értékeket. A módszert az F—3 Függelékben részletezzük.

Végül egyetlen ismeretlen paraméter:  $C_r$  marad  $y_{12}$  approximálására. Ennek értékét az  $\epsilon_{12}$  hiba deriváltjának eltűnése alapján a  $\partial \epsilon_{12} / \partial C_r = 0$  lineáris egyenletből számítjuk.

#### 4. Számítógépes-program

Az ismertett módszer alapján dolgoztuk ki a TRM—VHF jelű számítógépes-programot [10], amely nagyfrekvenciás tranzisztorok szórt kapacitásokkal

kiegészített hibrid- $\pi$  modelljének kapcsolási elemeit számítja a komplex admittancia több frekvencián ismert értékei alapján.

A program bemenő adatait adatlapon kell megadni. Az adatlapon a modellezni kívánt tranzisztor admittancia paramétereit és a megfelelő mérési frekvenciákat kell feltüntetni. Azon admittancia értékek helyett, melyek nem állnak rendelkezésre (nem mérhetők, katalógusban nem szerepelnek) az adatlapon „no” írandó. Ilyenkor a program a hiányzó adatoktól függően egy egyszerűsített helyettesítőkép elemeit számítja ki. A minimálisan szükséges bemenő adatok számát a 2. táblázatban tüntettük fel.

2. táblázat

A program futtatásához feltétlenül szükséges bemenő adatok száma

Re $Y_{11}$	Im $Y_{11}$	abs $Y_{12}$	arc $Y_{12}$	abs $Y_{21}$	arc $Y_{21}$	Re $Y_{22}$	Im $Y_{22}$
1	1	0	0	2	0	1	1

A program eredményeként sornyomatón kiíródik

- a tranzisztor adatlapon megadott típusa
- a megadott modell alapján számított admittancia értékek
- a modell hibája
- a modell kapcsolási elemei
- a tranzisztorra jellemző fizikai paraméterek

Fentiekén kívül a modellezés pontosságának megítélésére a program kinyomtatja a tranzisztor egyirányú teljesítményerősítését (Unilateral Power Gain) mind a megadott, mind pedig a számított adatok alapján:

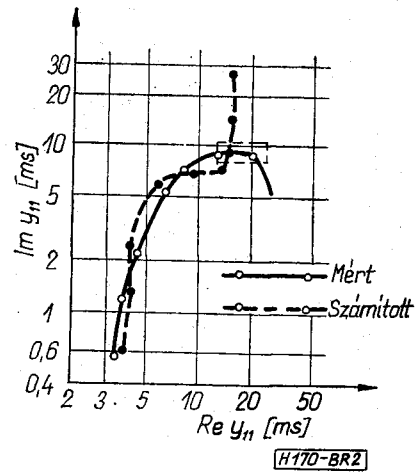
$$ULPG = \frac{|y_{21} - y_{12}|^2}{4[\text{Re } y_{11} \text{Re } y_{22} - \text{Re } y_{12} \text{Re } y_{21}]} \quad (14)$$

A bemenő adatokra közölt 2. táblázat szerint a program működéséhez legalább két frekvencián meg kell adni a modellezendő tranzisztor adatait. A széles frekvenciasávban érvényes modell meghatározásához azonban legalább három különböző frekvencián szükség van a modellezendő tranzisztor admittancia-paramétereinek megadására.

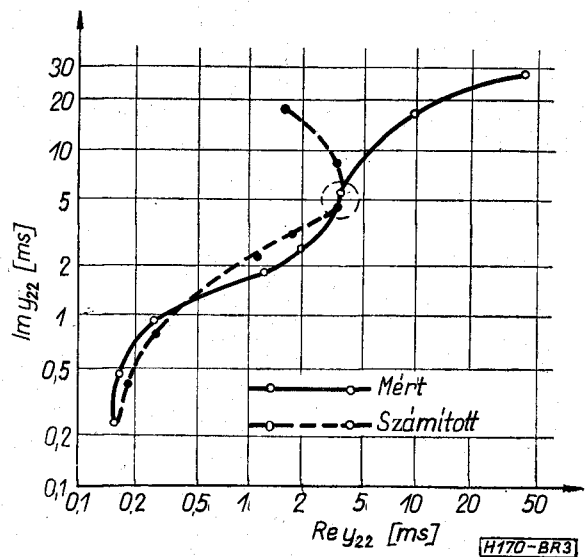
A GIER számítógépen 5—10 mérési pont esetén a program futási ideje átlagosan 2—3 perc.

### 5. Mintapélda

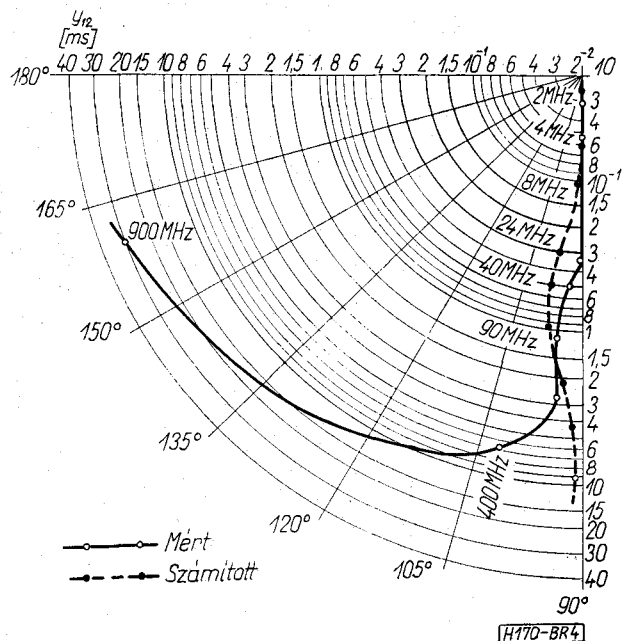
A program alkalmazását a 2N2369 típusú tranzisztor  $U_c = 1V, I_c = 10mA$  munkaponthoz tartozó széles-sávú modelljének meghatározásán mutatjuk be. A modellezéshez szükséges adatok irodalmi forrás alapján [1] 2—200 MHz frekvenciasávban 7 különböző frekvencián állnak rendelkezésre. A bemeneti és kimeneti admittanciákat valós és képzetes résszel, a transzfer paramétereket abszolút értékkel és fázissal adtuk meg. A számítások eredményét a 3. táblázat mutatja. A számított modell eredő hibája 11 %. Eredményként az admittancia értékeken kívül a



2. ábra. A 2N2369 típusú tranzisztor  $y_{11}$  paramétereinek helygörbéje. ( $U_c = 1V, I_c = 10mA$ )



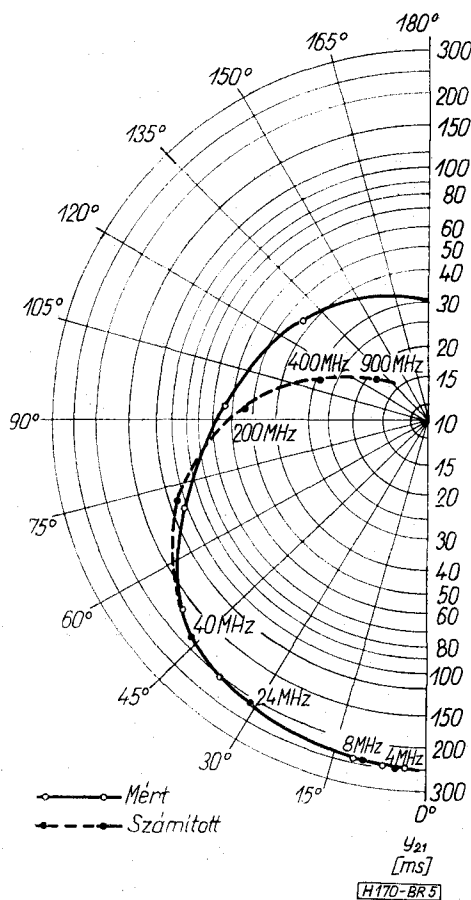
3. ábra. A 2N2369 típusú tranzisztor  $y_{22}$  paramétereinek helygörbéje. ( $U_c = 1V, I_c = 10mA$ )



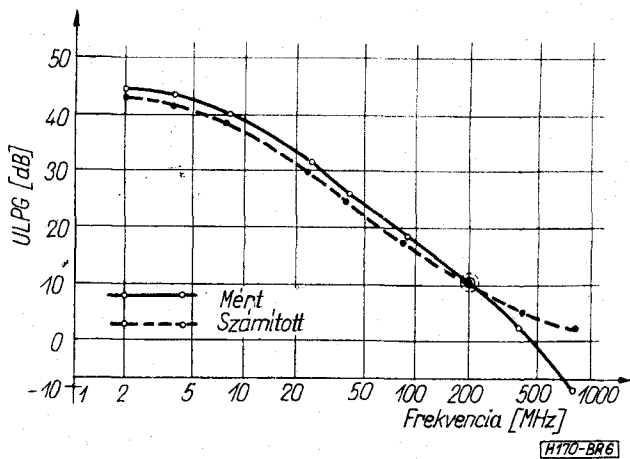
4. ábra. A 2N2369 típusú tranzisztor  $y_{12}$  paramétereinek helygörbéje. ( $U_c = 1V, I_c = 10mA$ )

tranzisztorok jellemzésére elterjedten használt  $r_e$  emitter-bázis dióda ellenállás,  $f_T$  tranzit határfrekvencia,  $\beta_0$  áramerősítési tényező, valamint az  $m$  több-letfázistolási tényező érték is kinyomtatódik.

A tranzisztor admittancia paramétereinek helygörbéjét a 2.—5. ábrák, az egyirányú teljesítményerősítés frekvenciafüggését a 6. ábra mutatja. A mért értékeket folytonos vonal, a számított értékeket szaggatott vonal tünteti fel. A számított és mért jellemzők egyezése az ábrák szerint jónak mondható.



5. ábra. A 2N2369 típusú tranzisztor  $y_{21}$  paramétereinek helygörbéje. ( $U_c = 1$  V,  $I_e = 10$  mA)



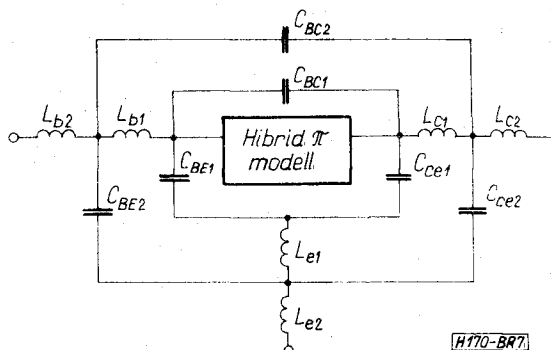
6. ábra. A 2N2369 típusú tranzisztor egyirányú teljesítményerősítésének változása a frekvencia függvényében. ( $U_c = 1$  V,  $I_c = 10$  mA)

### 6. Következtetések

Az ismertetett TRM—VHF programmal számított helyettesítő kapcsolás tapasztalataink szerint kb. 200 MHz-ig alkalmas nagyfrekvenciás tranzisztorok modellezésére.

A frekvenciahatár kiterjesztéséhez a modell elemeinek számát növelni kell. Ennek egyik módja reaktáns beágyazó hálózat alkalmazása (7. ábra), mely a kivezetések parazita reaktanciáit veszi figyelembe. A reaktáns beágyazás akkor vezethet eredményre, ha a modellezendő tranzisztor egyirányú teljesítményerősítését (ULPG) már az eredeti modell is jól írja le a szélesebb frekvenciasávban; ismeretes ugyanis, hogy az egyirányú teljesítményerősítés a reaktáns beágyazásra nézve invariáns.

A program megfelelő kiegészítéssel mérési adatok statisztikus értékelésére, és a paraméterek munkapont függésének vizsgálatára is alkalmassá tehető.



7. ábra. Reaktáns beágyazású módosított hibrid- $\pi$  helyettesítő kapcsolás

### 7. Köszönetnyilvánítás

Köszönet illeti Abos Imre tudományos munkatársat a program első változatának elkészítéséért és értékes programozási tanácsaiért, valamint Kosárszky András laboráns, aki gondos és gyors munkájával több különböző módszer kipróbálását tette lehetővé.

### Függelék

#### F1. Az admittancia paraméterek meghatározása

Az 1. ábra szerinti helyettesítő kép alapján a módosított hibrid- $\pi$  kapcsolás admittancia paramétereit a következő kifejezések szolgáltatják.

$$y_{11} = p(C_{cb} + C_{cb}) + \frac{g_{be}}{1 + r_{bb}g_{be}} \left[ 1 + \frac{p(C_{be} + C_{bc})/g_{be}}{i + p \frac{r_{bb}(C_{be} + C_{bc})}{1 + r_{bb}g_{be}}} \right] \quad (F-1)$$

$$-g_{12} = p \left( C_{cb} + \frac{C_{bc}}{1 + r_{bb}g_{be}} \right) - \frac{p^2 \frac{C_{be} + C_{bc}}{1 + r_{bb}g_{be}}}{r_{bb}(1 + r_{bb}g_{be})} \frac{C_{bc}}{1 + p \frac{r_{bb}(C_{bc} + C_{be})}{1 + r_{bb}g_{be}}} \quad (F-2)$$

$$y_{21} = y_{12} + \frac{S}{1 + r_{bb}g_{be}} \frac{e^{-p\tau}}{1 + p \frac{r_{bb}(C_{be} + C_{bc})}{1 + r_{bb}g_{be}}} \quad (\text{F-3})$$

$$y_{22} = g_{ce} + p(C_{cc} + C_{cb} + C_{bc}) + y_{21} \left(1 - \frac{pC_{bc}}{Se^{-p\tau}}\right) p r_{bb} C_{bc} \quad (\text{F-4})$$

Az egyszerűbb írásmód kedvéért vezessük be a következő jelöléseket:

$$G_i = \frac{g_{be}}{1 + r_{bb}g_{be}} \quad C_i = C_{cb} + C_{cb} \quad (\text{F-5})$$

$$\sigma = \frac{1 + r_{bb}g_{be}}{r_{bb}(C_{be} + C_{bc})} \quad G_f = \frac{S}{1 + r_{bb}g_{be}} \quad (\text{F-6})$$

$$C_r = C_{cb} + \frac{C_{bc}}{1 + r_{bb}g_{be}} \quad T_r = r_{bb}C_{bc} \quad (\text{F-7})$$

$$C_0 = C_{ce} + C_{cb} + C_{bc} \quad T_0 = \frac{C_{bc} + C_{bc}}{1 + r_{bb}g_{be}} \quad (\text{F-8})$$

Fenti jelöléseket az admittancia paraméterek (F1)—(F4) kifejezéseibe beírva kapjuk az (1)—(4) összefüggéseket. A (4) kifejezés felírásánál az  $\omega C_{bc} \ll S$  közelítést alkalmaztuk. A feltételezés jogosságát a gyakorlati feladatok igazolják.

## F2. Optimumkeresés szukcesszív tartományfelosztással

Az optimum meghatározására szolgáló numerikus eljárás megkezdése előtt ki kell jelölnünk a változóknak azt az értéktartományát, amelyben az optimumkeresési vizsgálatot végre kívánjuk hajtani. Az értéktartomány kijelölésénél legtöbbször a feladattal kapcsolatos előzetes ismereteink nyújtanak támpontot. Transzisztor modellező programunknál az egyes változók lehetséges maximális és minimális értékeit a 3. pontban ismertetett módon közvetlenül a bemenő adatokból számítással határozzuk meg. A kijelölt tartományon belül az optimum helyét szukcesszív tartományfelosztással keressük meg. Ezt az eljárást alkalmazzuk a modell  $G_f$ ,  $\sigma$  és  $\tau$  paramétereinek az  $Y_{TR}$  admittancia értékek közelítésével történő meghatározására.

Eljárásunk két részből áll. Első lépésben a független változók három dimenziós terét olyan méretű téglákra osztjuk fel, amelyen belül a vizsgált hibafüggvény unimodálisnak tekinthető, és kiválasztjuk azt a téglát, amelyen belül a hibafüggvény minimális. Második lépésben már csak a kiválasztott téglát vizsgáljuk, és ebben keressük meg a minimum helyét a tartomány további felosztásával.

Gyakorlati tapasztalataink szerint, a tranzisztor transzfer admittanciájára vonatkozó hibafüggvény a független változók 20%-nál kisebb intervallumában unimodálisnak tekinthető. Ezért az optimumkeresés első lépésében, logaritmikusan egyenletes felosztást feltételezve, a vizsgálandó osztáspontok számát a következő összefüggés határozza meg:

pontszám =

$$= \left[ \frac{\ln \frac{G_{f \max}}{G_{f \min}}}{\ln 1.2} + 1 \right] \left[ \frac{\ln \frac{\tau_{\max}}{\sigma_{\min}}}{\ln 1.2} + 1 \right] \left[ \frac{\ln \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\min}}}{\ln 1.2} + 1 \right] \quad (\text{F-9})$$

A vizsgálandó pontok száma a gyakorlati példákban 100 és 500 közé adódott.

Második lépésben az egyes változók 20%-os intervallumból kiindulva szukcesszív felezéssel beskatulyázuk a hibafüggvény minimumát adó pontot. Kimutatható ugyanis, hogy előírt felosztási finomság esetén, a felezés a leggyorsabban célravezető módszer.

## F3. Approximálás lineáris függvénnyel négyzetes hibakritérium alapján

Az  $y_{11}$  és  $y_{22}$  paramétereiből meghatározható három-három modellparamétert a legkisebb négyzetek módszerével számítjuk. Az  $y_{11}$  és  $y_{12}$  általános alakja a következő:

$$y = G + p[C + T/(p)]. \quad (\text{F-10})$$

Ezt valós és képzetes részre felbontva:

$$\text{Re } y = G - T\omega \text{Im } f(j\omega) \quad (\text{F-11})$$

$$\text{Im } y = \omega C + T\omega \text{Re } f(j\omega). \quad (\text{F-12})$$

Az  $y_{11}$  és  $y_{22}$ -re vonatkozó (5) hibakritérium szerint:

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left[ \left(1 - \frac{\text{Re } y^{(k)}}{\text{Re } \bar{y}^{(k)}}\right)^2 + \left(1 - \frac{\text{Im } y^{(k)}}{\text{Im } \bar{y}^{(k)}}\right)^2 \right] \quad (\text{F-13})$$

Behelyettesítve az (F-11) és (F-12) összefüggéseket:

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left[ \left(1 - \frac{G}{\text{Re } \bar{y}^{(k)}} + \frac{\omega_k T \text{Im } f_k}{\text{Re } \bar{y}^{(k)}}\right)^2 + \left(1 - \frac{\omega_k C + \omega_k T \text{Re } f_k}{\text{Im } \bar{y}^{(k)}}\right)^2 \right] \quad (\text{F-14})$$

Feladatunk a hiba minimalizálása  $G$ ,  $C$  és  $T$  helyes megválasztásával. Fizikai megfontolásokból tudjuk, hogy a szélsőérték létezik, ezért a minimum elégséges feltétele, hogy a hibafüggvény deriváltjai eltűnjenek.

A hibafüggvény deriváltjai a következők:

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial G} = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n \left[ 1 - \frac{G - \omega_k T \text{Im } f_k}{\text{Re } \bar{y}^{(k)}} \right] \frac{1}{\text{Re } \bar{y}^{(k)}} \quad (\text{F-15})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon^2}{\partial T} &= \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n \left[ \left(1 - \frac{G - \omega_k T \text{Im } f_k}{\text{Re } \bar{y}^{(k)}}\right) \frac{\omega_k \text{Im } f_k}{\text{Re } \bar{y}^{(k)}} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n \left[ \left(1 - \frac{\omega_k C + \omega_k T \text{Re } f_k}{\text{Im } \bar{y}^{(k)}}\right) \frac{\omega_k \text{Re } f_k}{\text{Im } \bar{y}^{(k)}} \right] \right] \quad (\text{F-16}) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial C} = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n \left(1 - \frac{\omega_k C + \omega_k T \text{Re } f_k}{\text{Im } \bar{y}^{(k)}}\right) \frac{\omega_k}{\text{Im } \bar{y}^{(k)}} \quad (\text{F-17})$$

Az egyes deriváltak eltűnéséből adódó lineáris egyenletrendszer:

$$G \sum_{k=1}^n \frac{1}{(\operatorname{Re} \bar{y}^{(k)})^2} - T \sum_{k=1}^n \frac{\omega_k \operatorname{Im} f_k}{(\operatorname{Re} \bar{y}^{(k)})^2} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\operatorname{Re} \bar{y}^{(k)}}$$

$$- G \sum_{k=1}^n \frac{\omega_k \operatorname{Im} f_k}{(\operatorname{Re} \bar{y}^{(k)})^2} + T \sum_{k=1}^n \left[ \left( \frac{\omega_k \operatorname{Im} f_k}{\operatorname{Re} \bar{y}^{(k)}} \right)^2 + \left( \frac{\omega_k \operatorname{Re} f_k}{\operatorname{Im} \bar{y}^{(k)}} \right)^2 \right] +$$

$$+ C \sum_{k=1}^n \frac{\omega_k^2 \operatorname{Re} f_k}{(\operatorname{Im} \bar{y}^{(k)})} = \sum_{k=1}^n \left( \frac{\omega_k \operatorname{Im} f_k}{\operatorname{Re} \bar{y}^{(k)}} - \frac{\omega_k \operatorname{Re} f_k}{\operatorname{Im} \bar{y}^{(k)}} \right)$$

(F—18)

$$T \sum_{k=1}^n \frac{\omega_k^2 \operatorname{Re} f_k}{(\operatorname{Im} \bar{y}^{(k)})^2} + C \sum_{k=1}^n \left( \frac{\omega_k}{\operatorname{Im} \bar{y}^{(k)}} \right)^2 = \sum_{k=1}^n \frac{\omega_k}{\operatorname{Im} \bar{y}^{(k)}}$$

A kapott egyenletrendszer megoldása egyértelmű, a megoldásként adódó  $G$ ,  $C$  és  $T$  értékek a felvett hibakritérium szerinti legjobb értékek.

I R O D A L O M

[1] Conciauro, G., Tamburello, C.: Sui parametri di Ammettenza dei Transistori duffisi, *Alta Frequenza*, Vol. 36., No. 7., Luglio, 1967.

[2] Golembeski, J. J.: Computer—Optimized Model Determination. *Computer-Aided Intetrated Circuit Design*, Edited by Herskowitz, G. J., McGraw Hill, New York, 1968.

[3] Glasford, G. M.: Comparison of Incremental High Frequency Circuit Models for Electron Devices. *Proc. of the National Electronics Conference*, 1968.

[4] di Maio, B., Tamburello, C.: A Method to Find the Coefficients of Mathematical Model of a Planar Diffused Transistor, *Alta Frequenza English Issue*, Vol. 38., No. 8., Agosto, 1969.

[5] Bhalla, A. D., Bell, J. F.: Computer Analysis of Transistors, *IEEE Trans. on BTR*, Vol. BTR—12., No. 3., November, 1967.

[6] Brown, R. W.: Device Models for Circuit Analysis Programs, *Computer Alded Design.*, Winter, 1969.

[7] Abos I., Radványi A.: ONLAN, Lineáris áramkörök frekvencia-tartománybeli interaktív tervezése, *Intézeti Tanulmány*, TKI—1—71—321—1.

[8] Grill M., Nagy I.-né, Radványi A.: Koncentrált és elosztott paraméterű hálózatok egyenáramú, frekvenciatartománybeli tolerancia és hőmérséklet analízise, *Intézeti Tanulmány*, TKI—1—71—321—1.

[9] Baranyi A., Radványi A.: Nagyfrekvenciás tranzisztorok modellezése, *Intézeti tanulmány*, TKI—1—69—321—6.

[10] Elektronikus és mikrohullámú áramkörök számítógéppel segített szimulációja és kapcsolási rajzának tervezése, szerk. Roska T., Baranyi A., Csurgay Á. *Intézeti tanulmány*, TKI—1—71—321—1.