HÍRADÁSTECHNIKA
A HÍRADÁSTECHNIKAI TUDOMÁNYOS EGYESÜLET LAPJA

SOLYMOS LÁSZLÓ
Posta Kísérleti Intézet

Távközlő hálózatok gazdasági tervezése

ETO 621.394.74:054.02.001.2

A hírközlési hálózatoknak időben folyamatosan növekvő igényeket kell kielégíteni, így a hálózatok kiépítésénél a gyakorlatban két szélső eset lehetséges. Az első szerint, az igények növekedése alapján, a hálózatot évenként bővítik, vagyis évenkénti lépcsőzéssel építik ki. A másik módszer esetében egy nagyobb, pl. 20 éves időszak (tervezési periódus — T) végére várható igény alapján, egy lépcsőben építik ki (a hálózatnak a fizikai élettartamon belül ki kell elégíteni az igényeket). Leggyakrabban egyik szélső eset sem ad optimumot. Az első megoldás esetében az alapberuházás a lehető legkisebb költséggel valósítható meg, viszont a bővítések költségesek. A bővítés majdnem ugyanakkora beruházási összeget igényel, mint az eredeti beruházás. A fokozatos fejlesztés, vagy bővítés sok esetben költségesebb, mintha ugyanazt a végeredményt egy lépésben értük volna el. Távbeszélőközpontoknál, erősítő állomásoknál különösen az épület, áramellátás, szolgálati helyiségek bővítése nehézkes, érdemes ezeket hosszabb időre előre tervezni annak ellenére, hogy a kezdeti időszakban a létesítmény nincs teljesen kihasználva. A második megoldás viszont pénzügyi szempontból különösen kezdetben hátrányos, mivel egyszerre igen nagy pénzösszegeket kötne le, és a létesítmény utolsó kapacitásegységei csak a fizikai elavulás közelében kerülnének üzembe. A feladat annak meghatározása, hogy milyen mértékben kell túlméretezni a hírközlési hálózatot, a gazdaságos kiépítés érdekében [1].

A gazdasági optimumot tehát a két szélső eset között kell keresni. Megfelelő módszer kidolgozásával egzakt alapokon kell vizsgálni azokat a tényezőket, amelyek meghatározzák az adott esetre gazdaságos kiépítést.

Az alapelvek rövid áttekintését a költségek felosztásának és az igények növekedésének kérdésével kezdjük. Ezután a jelenérték fogalmának összefoglaló ismertetése következik, majd rátérünk a tervezési táblázatok összeállítására.

Beérkezett: 1972. II. 9.

A költségek felosztása

A hálózat költségeinek egyik része független az áramkörök számától (kapacitástól független költségek) — ilyen pl. az épületköltség, kábelvonalnál a földmunka költsége stb.; míg a költségek másik része függ az áramkörök számától (kapacitástól függő költségek) — pl. a kábelek, központberendezések stb. ára. Ha pl. egy kábelvonal kapacitástól független költségét C_0-al, az áramköregységre eső költséget C_n-el jelöljük, akkor az n kapacitású vonal költsége felírható, mint:

$$C_0+C_n \cdot n. \tag{1}$$

A kapacitástól független költségek dimenziója tehát Ft, vagy valamilyen más pénzegység, míg a kapacitástól függő költségek dimenziója pénzegység/áramkörszám, pl. Ft/db. Az eddigiek alapján megállapítható, hogy a kapacitástól függő költségek arányának növelése a lépcsőzetes kiépítés irányában hat, míg a kapacitástól független költségek arányának hatása ezzel ellentétes.

Az igények növekedése

Az igények időbeni növekedése, a hazai és külföldi statisztikai adatok vizsgálata alapján, logisztikus görbével jellemezhető. A hazai hálózat jelenlegi fejlődése a görbe viszonylag lineáris szakaszára esik. Az igények növekedése ezen a szakaszon az évi fejlődési állandóval (b) jellemezhető, amely azt mondja, hogy az igények növekedése alapján a hálózatot, vagy a hálózat valamely adott részét évente hány vonallal, berendezéssel kell bővíteni.

1. A jelenérték

Az 1. ábra lépcsőzetes hálózatépítést szemléltet. Az ábrából látható, hogy valamely t időközönként egyenlő nagyságú, úgynevezett részberuházásokat hajtunk végre. A részberuházások nagysága meghaladja a pillanatnyi forgalmi igényt, ezért, többletberuházásoknak is tekinthetők, melyek t időn át kielégítik a forgalmi igényeket. Így tehát egy részberuházás alkalmával $b \cdot t$ áramkörmennyiséget létesítünk. Ennek alapján az (1) képlet a következőképpen írható át:

$$C_0+C_n \cdot bt. \tag{2}$$

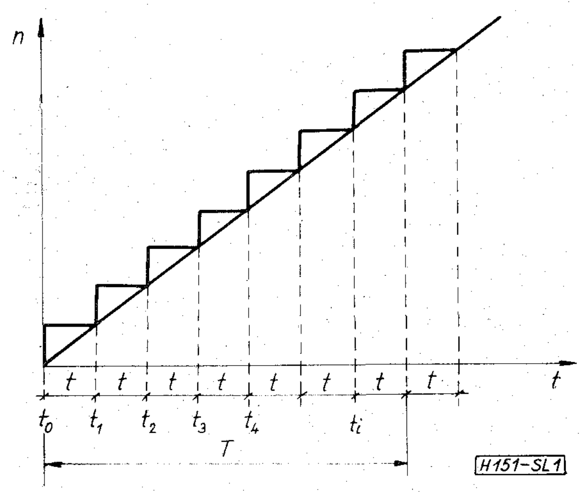
Ha valamely beruházást pl. t_i idő múlva hajtunk végre, akkor annak a jelen időpontra vonatkoztatott költsége, vagyis a beruházás jelenértéke a következőképpen számítható ki, a diszkonttényező segítségével:

$$K=[C_0+C_n \cdot b \cdot t]\frac{1}{(1+r)^{t_i}}. \tag{3}$$

A diszkonttényező tulajdonképpen a kamatos kamat reciproka. A benne szereplő kamatlábat (r) a konkrét körülmények számításbavételével kell meghatározni. A CCITT Economic Studies-ben pl. 8%-os kamatláb szerepel, melyet a fejlődő országok számára gazdasági tervezési célra ajánlanak [2].

Ha pl. egy beruházáshoz 10 év múlva 1 millió Ft szükséges, akkor r=8%-os kamatláb esetén az 1 millió Ft-nak megfelelő jelenérték 0,558 millió Ft. Nagyobb kamatláb esetén valamely meghatározott időpontban végrehajtanó beruházásó jelenértéke kisebb lesz. Ugyanígy minél távolabbi időpontban megvalósítandó beruházásról van szó, annál kisebb annak jelenértéke. Ha $t_i=0$, vagyis a beruházást most valósítjuk meg, akkor annak jelenértéke a tényleges beruházási költséggel egyenlő.

A jelenértékszámítási módszer kidolgozásának célja az, hogy a mindenkori igények kielégítését szem előtt tartva, a különböző jellegű költségcsoportok hatásának figyelembevételével meghatározzuk a leggazdaságosabb hálózatkiépítést, vagyis azt, hogy milyen gyakori, következésképpen milyen nagyságú lépcsőzéseket kell alkalmazni.



1. ábra

2. Beruházási költségek jelenértéke

Költségképlet meghatározása

Az 1. ábrán látható esetben egyenlő időközönként egyenlő nagyságú részberuházásokat valósítunk meg. Egy részberuházás költsége az időtényező elhanyagolásával a (2) szerint határozható meg. A részberuházások jelenértékének az összege pedig a következőképpen írható fel:

$$K_1=[C_0+C_n \cdot b \cdot t]\cdot\left[\frac{1}{(1+r)^0}+\frac{1}{(1+r)^t}+\frac{1}{(1+r)^{2t}}+\dots\right] \tag{4}$$

A (4) képlet második tényezője egy végtelen mértani sor, melynek összege:

$$A=\frac{a_1}{1-q} \tag{5}$$

ahol esetünkben $a_1=1$ és $q=(1+r)^{-t}$. Ezeket behelyettesítve az összegképletbe:

$$A=\frac{1}{1-(1+r)^{-t}}=\frac{(1+r)^t}{(1+r)^t-1} \tag{6}$$

Ezután megkíséreljük a (6) összefüggést úgy átalakítani, a megadott pontossági határok közt, hogy az átalakítás eredményeképpen kapott képletből A értéke és t között egyszerű kapcsolat legyen kiolvasható. Bevezetve a következő jelölést, és a sorbafejtést elvégezve [3]:

$$B=(1+r)^t=1+t[\ln(1+r)]+\frac{t^2}{2}[\ln(1+r)]^2+$$

$$+\frac{t^3}{6}[\ln(1+r)]^3+\dots \tag{7}$$

Taylor képletével meghatározzuk, hogy milyen hibát eredményez, ha először a harmadfokútól kezdődően a (7) sorozat magasabbfokú tagjait elhanyagoljuk. A hiba mértékét nyilvánvalóan befolyásolja az is, hogy milyen t értékkel számolunk. Gyakorlati megfontolásból világos, hogy a kisebb t értékek pontos meghatározása a kritikusabb. Ugyanis $t=3$ esetén pl. az 1 évvel való tévedés nagyobb hibát eredményez, mint ha $t=20$ helyett 19-et számolunk. Azonkívül a sorbafejtés feltételei is kisebb t értékek esetén teljesülnek. Ilyen megfontolások alapján Taylor hibaképletét $t=5$ esetre oldjuk meg:

$$R_n=\frac{h^{n+1}}{(n+1)!}f^{(n+1)}=\frac{5^3}{3!}\{(1+0{,}08)^5\}^{(3)}=0{,}0139. \tag{8}$$

Figyelembe véve, hogy $t=5$ esetén, a kamatos kamat táblázatból kiolvasva, $B=1{,}469$, a hiba százalékos értékét kiszámítva, eredményül 0,9%-ot kapunk.

A magasabbfokú tagok elhanyagolása tehát a B meghatározásában ($t=5$-ig) jelentéktelen hibát eredményez. Figyelembe véve, hogy a (6) és a (7) alapján:

$$A=\frac{B}{B-1}. \tag{9}$$

és fenáll, hogy

$$\left|\frac{B-\Delta B}{B-\Delta B-1}-\frac{B}{B-1}\right|<\left|\Delta B\right|. \tag{10}$$

ezért az A értékének meghatározásában még kisebb hiba jelentkezik.

A (7) sorozat első és másodfokú tagjának felhasználásával tehát az A értéke felírható, mint:

$$A=\frac{1+t\cdot[\ln(1+r)]+\frac{t^2}{2}[\ln(1+r)]^2}{t\cdot[\ln(1+r)]+\frac{t^2}{2}[\ln(1+r)]^2}. \tag{11}$$

A másodfokú tag elhanyagolása azonban már nem engedhető meg, mivel átlagosan mintegy 10%-os hibát eredményezne. Viszont, ha csak az elsőfokú tagot vennénk figyelembe, akkor A képlete lényegesen leegyszerűsödnék, de csak közelítően lenne érvényes:

$$A\approx 1+\frac{1}{t[\ln(1+r)]}. \tag{12}$$

Képezzük a (11) és (12) különbségét:

$$\Delta=-\frac{1}{2+t[\ln(1+r)]}. \tag{13}$$

1. táblázat

t	1	2	3	4	5
Δ	−0,48	−0,46	−0,45	−0,43	−0,42

A különböző t értékekre kiszámított Δ értékeket az 1. táblázat foglalja össze, r=8% esetén. Korrigáljuk ezután a (12) kifejezést Δ középértékével (−0,44-el) és végezzük el a számítást:

$$A\approx 1+\frac{1}{t\cdot[\ln(1+r)]}-0{,}44=0{,}56+13\frac{1}{t}. \tag{14}$$

Ha ezt követően az A-nak a (6) szerint kiszámított értékeit összevetjük a (14) szerinti értékekkel, akkor azt tapasztaljuk, hogy közöttük az eltérés még $t=20$ esetén sem haladja meg a megengedhető 5%-ot. Tehát A képletét sikerült felírni egyszerű alakban, kielégítő pontossággal.

Más kamatláb esetén is hasonlóképpen vezethető le az A képlete. Általános alakban felírható:

$$A=D+E\frac{1}{t}. \tag{15}$$

D és E értékeit különböző kamatláb esetén a 2. táblázat tartalmazza. Behelyettesítve a (15)-öt a (4)-be, a beruházási költségek jelenértékének képlete általános alakban felírható:

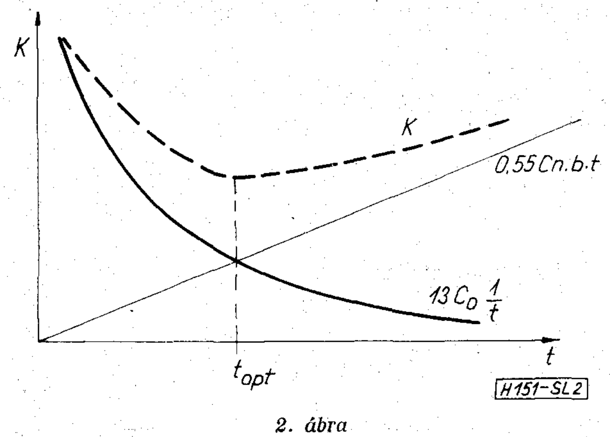
$$K_1=E\cdot C_0\cdot\frac{1}{t}+D\cdot C_n\cdot b\cdot t+D\cdot C_0+E\cdot C_n\cdot b. \tag{16}$$

2. táblázat

r[%]	5	8	10	15
D	0,54	0,55	0,56	0,57
E	20	13	10,6	7,2
R	6	5	4,4	3,6
L	416	175	106,6	55,4
P	11,2	7,5	6,16	4,4
Q	21	13,5	10	7,7

A 2. táblázat adataiból (D és E) látható, amit a 2. pontban is említettünk, hogy egyéb adatok azonossága esetén nagyobb kamatlábhoz kisebb jelenérték tartozik.

A jelenérték képletekből megállapítható, hogy a kapacitástól független költségek szempontjából a jelenérték annál kisebb, minél nagyobb időközönként, minél nagyobb előretartással (tehát minél kevesebbszer) lépcsőzünk, míg a kapacitástól függő költségek a lépcsőzések közötti időtartam csökkentése esetén (vagyis gyakoribb lépcsőzéssel) minimalizálják a jelenértéket. A 2. ábra a költségek menetét szemlélteti a t függvényében.



2. ábra

t_{opt} *értékének meghatározása*

A minimális jelenértéket biztosító optimális t meghatározásához deriváljuk például a (16) egyenlet t szerint,

$$\frac{dK_1}{dt}=-E\cdot C_0\cdot\frac{1}{t^2}+D\cdot C_n\cdot b. \tag{17}$$

majd a deriváltat 0-val téve egyenlővé, akkor t_{opt} felírható:

$$t_{\text{opt}}=R\sqrt{\frac{1}{b}}\sqrt{\frac{C_0}{C_n}}. \tag{18}$$

R értékeit különböző kamatlábak esetén a 2. táblázat tartalmazza.

A (18) képlet és a 2. táblázat R adatai alapján az alábbi következtetések vonhatók le:

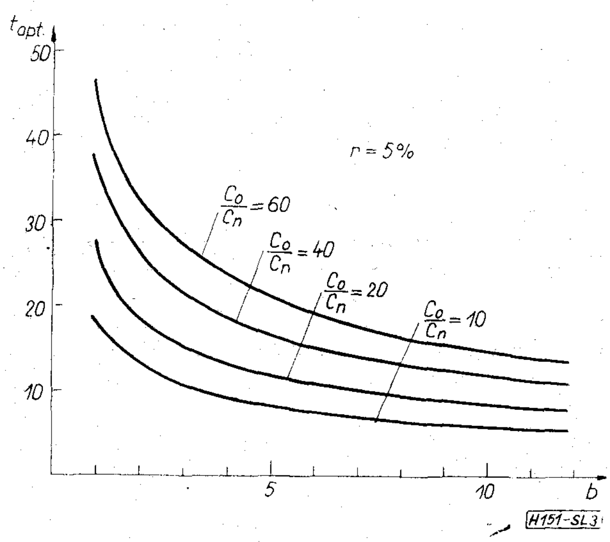
– A kamatláb növelése esetén t_{opt} csökken, vagyis gyakoribb lépcsőzéssel, a bevételt jelenleg még nem biztosító, kihasználatlan berendezések mennyiségének fokozottabb csökkentésével érhető el a gazdasági optimum. A kihasználatlan berendezések helyett a pénzeszközöket más, a jelen időpontban, vagy a közeljövőben kihasználásra kerülő, így rövid időn belül bevételt biztosító berendezések létesítésére kell fordítani. Ez a tendencia a kamatláb növelésével fokozódik, mivel ebben az esetben a kihasználatlan berendezés következtébel elmaradó bevétel is nagyobb.

— Nagyobb fejlődési állandó, vagyis gyorsabb fejlődés esetén rövidebb időre, azaz kisebb előretartással kell tervezni. Kisebb fejlődési állandó esetén pedig fordított a helyzet.

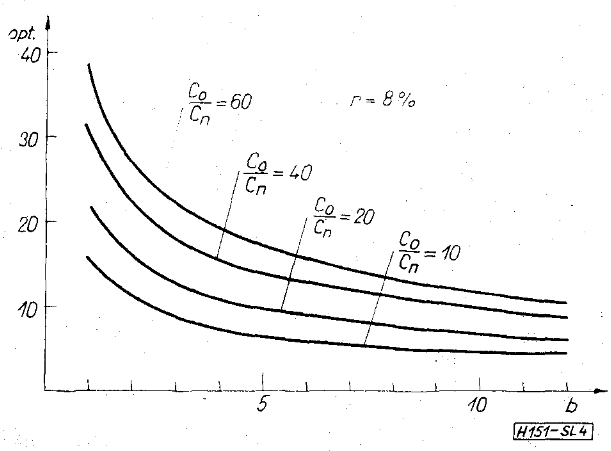
— Ha C_0 csökken, akkor t_{opt} is monoton csökkem vagyis kis kapacitástól független költség esetén rövid időre kell előre tervezni.

— Ha C_0 nő, akkor t_{opt} is nő, vagyis nagy kapacitástői független költségek esetén hosszú időre kell előre tervezni, azaz kevés számú lépcsőben kell kiépíteni a hálózatot. Például földbe helyezett kábelhálózat építésénél, mivel nagy és költséges földmunkával jár, kevés lépcsőt alkalmazunk.

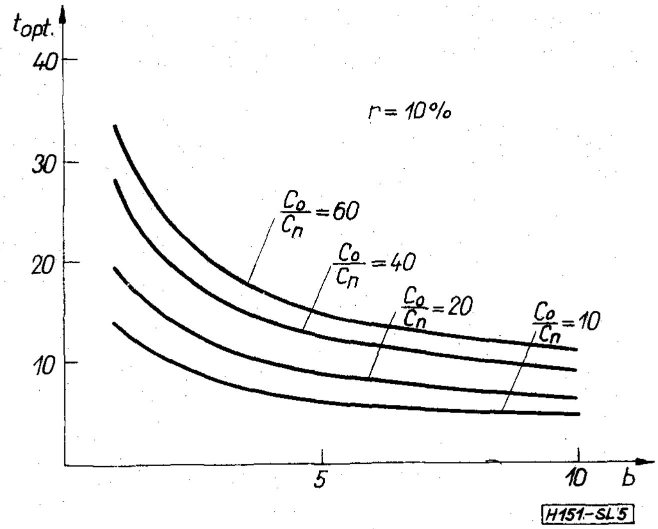
— Igen lényeges, hogy a berendezés típusa önmagában, egyértelműen nem határozza meg az optimális előretartási időt. Ugyanezt a berendezéstípust hosszabb, vagy rövidebb időre kell előre tervezni, a fejlődés gyorsaságától függően. Tehát a fejlődés mértékének és a berendezés típusának egyidejű mérlegelésével kell dönteni az optimális előretartási idő kérdésében.



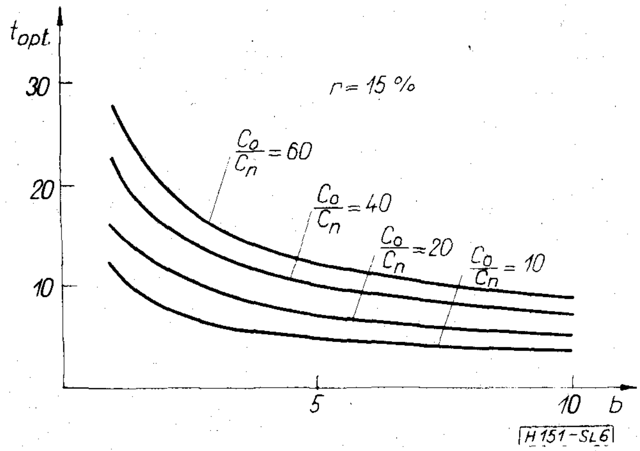
3. ábra



4. ábra



5. ábra



6. ábra

Táblázatok és grafikonok t_{opt} meghatározására

A 3. táblázat t_{opt} értékeit tünteti fel a különböző berendezésekre, különböző nagyságú kamatláb esetén, a fejlődési állandó függvényében.

A 3—6. ábra grafikonjai pedig t_{opt} értékeit adják meg a fejlődési állandó függvényében, különböző C_0/C_n értékekre.

3. táblázat

b			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Önhordó légkábel terheletlen $\frac{C_0}{C_n}=15$	r [%]	5	23	16	13	12	10	9	9	8	8	7
		8	19	14	11	10	9	8	7	7	7	6
		10	17	12	10	9	8	7	6	6	6	5
		15	14	10	8	7	6	6	5	5	5	4

3. táblázat folytatása

b	r%		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
04 mm-es páncélos kábel 3×4–26×4 ig külterületen $\frac{C_0}{C_n}=133$	r%	5	66	46	38	33	30	27	25	23	22	21
		8	55	39	32	28	25	22	21	19	18	18
		10	48	34	28	24	22	19	18	17	16	15
		15	40	28	23	20	18	16	15	14	13	13
06 mm-es páncélos kábel 3×4–26×4 ig külterületen $\frac{C_0}{C_n}=80$	r%	5	54	38	31	27	24	22	21	19	18	17
		8	45	32	26	23	20	18	17	16	15	14
		10	40	28	23	20	18	16	15	14	13	13
		15	32	23	18	16	14	13	12	11	11	10
08 mm-es páncélos kábel 3×4–26×4 ig külterületen $\frac{C_0}{C_n}=36$	r%	5	36	25	21	18	16	14	14	13	12	12
		8	30	21	17	15	14	12	11	11	10	10
		10	26	18	15	13	12	11	10	9	9	8
		15	22	15	13	11	10	9	8	8	7	7
04 mm-es terhelt páncélos kábel 3×4–26×4 ig külterületen $\frac{C_0}{C_n}=108$	r%	5	62	43	35	31	28	25	24	22	21	20
		8	52	36	30	26	23	21	20	18	17	17
		10	46	32	26	23	21	18	17	16	15	15
		15	37	26	21	19	17	15	14	13	12	12
06 mm-es terhelt páncélos kábel 3×4–26×4 ig külterületen $\frac{C_0}{C_n}=72$	r%	5	51	36	29	26	23	20	19	18	17	16
		8	43	30	25	22	19	17	16	15	14	14
		10	37	26	20	19	17	15	14	13	12	12
		15	31	22	18	16	14	12	12	11	10	10
08 mm-es terhelt páncélos kábel 3×4–26×4 ig külterületen $\frac{C_0}{C_n}=34$	r%	5	35	25	20	18	16	14	13	12	11	11
		8	29	20	17	15	13	12	11	10	10	9
		10	26	18	15	13	12	10	10	9	9	8
		15	21	15	12	11	9	8	8	8	7	7

b	r%		2	4	5	6	8	10	12	15	18	20
04 mm-es páncélos kábel 26×4–208×4 ig külterületen $\frac{C_0}{C_n}=180$	r%	5	57	40	36	33	27	25	23	21	19	18
		8	48	33	30	27	24	21	20	17	16	15
		10	42	29	26	24	21	19	17	15	14	13
		15	34	24	22	20	17	15	14	12	11	11
06 mm-es páncélos kábel 26×4–208×4 ig külterületen $\frac{C_0}{C_n}=85$	r%	5	39	28	25	24	20	18	16	14	13	12
		8	32	23	21	20	16	15	13	12	11	10
		10	28	20	18	18	14	13	12	10	10	9
		15	23	17	15	14	12	11	10	9	8	8
08 mm-es páncélos kábel 26×4–208×4 ig külterületen $\frac{C_0}{C_n}=53$	r%	5	31	22	20	18	15	14	13	11	10	10
		8	26	18	16	15	13	12	10	9	9	8
		10	23	16	14	13	11	10	9	8	8	7
		15	19	13	12	11	9	8	8	7	6	6
04 mm-es terhelt páncélos kábel 26×4–208×4 ig külterületen $\frac{C_0}{C_n}=140$	r%	5	50	36	32	29	25	22	21	18	17	16
		8	42	30	26	24	21	19	17	15	14	13
		10	37	26	23	21	19	16	15	13	12	12
		15	30	22	19	17	15	13	12	11	10	10
06 mm-es terhelt páncélos kábel 26×4–208×4 ig külterületen $\frac{C_0}{C_n}=74$	r%	5	37	26	23	21	18	16	15	13	12	11
		8	30	22	19	18	15	13	12	11	10	10
		10	27	19	17	15	13	12	11	10	9	8
		15	22	16	14	13	11	10	9	8	7	7
08 mm-es terhelt páncélos kábel 26×4–208×4 ig külterületen $\frac{C_0}{C_n}=48$	r%	5	29	21	19	17	15	13	12	11	10	9
		8	25	17	16	14	12	11	10	9	9	8
		10	22	15	14	12	11	10	9	8	7	7
		15	18	14	11	10	9	8	7	6	6	6

b	r [%]		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
TRT–VBK–12 $\frac{C_0}{C_n}=6{,}6$	r [%]	5	16	11	9	8	7	6	6	6	5	5	5	4
		8	13	9	8	7	6	5	5	5	4	4	4	3
		10	11	8	7	6	5	5	4	4	4	4	3	3
		15	9	6	5	5	4	4	4	3	3	3	3	3

b	r [%]		2	4	5	10	15	20	25	30	40	50	60
TRT–VBK–60 $\frac{C_0}{C_n}=36$	r [%]	5	25	18	16	12	9	8	7	7	6	5	5
		8	21	15	13	10	8	7	6	6	5	4	4
		10	18	13	12	8	7	6	5	5	4	4	3
		15	15	11	10	7	6	5	4	4	3	3	3

b	r [%]		5	10	20	30	40	50	60	80
TRT–VBK–120 $\frac{C_0}{C_n}=20$	r [%]	5	12	8	6	5	4	4	3	3
		8	10	7	5	4	4	3	3	3
		10	9	6	4	4	3	3	2	2
		15	7	5	4	3	3	2	2	2

b	r [%]		5	6	7	8	9	10	11	12	15	20	24
TRT–FBK–12 $\frac{C_0}{C_n}=64$	r [%]	5	22	20	18	17	15	15	16	14	12	11	9
		8	18	16	15	14	14	13	12	12	10	9	8
		10	16	14	13	12	12	11	11	10	9	8	7
		15	13	12	11	10	10	9	9	8	7	6	6

b	r [%]		10	20	40	60	80	100	120
Philips–60 végállomás $\frac{C_0}{C_n}=80$	r [%]	5	17	12	9	7	6	5	4
		8	14	10	7	6	5	4	3
		10	12	9	6	5	4	4	3
		15	10	7	5	4	4	3	2

b	r [%]		10	20	40	60	80	100	120
Philips–120 végállomás $\frac{C_0}{C_n}=93$	r [%]	5	18	13	9	7	7	6	5
		8	15	11	8	6	5	5	4
		10	13	10	7	5	5	4	4
		15	11	8	6	5	4	4	3

3. táblázat folytatása

		b	5	10	20	30	40	50	60
ARK $\frac{C_0}{C_n}=45$	r [%]	5	18	13	9	7	6	6	5
		8	15	11	8	6	5	5	4
		10	13	9	7	5	5	4	4
		15	11	8	5	4	4	3	3

		b	20	40	60	80	100	150	200	300	400	500
ARF $\frac{C_0}{C_n}=185$	r [%]	5	18	13	10	9	8	7	6	5	4	4
		8	15	11	9	8	7	6	5	4	3	3
		10	13	10	8	7	6	5	5	4	3	3
		15	11	8	6	6	5	4	4	3	2	2

3. Fenntartási költségek jelenértéke

Ebben a pontban külön tárgyaljuk a fenntartási költségek jelenértékét, melynek szükségességét az indokolja, hogy valamely adott kapacitású berendezés, vagy vonal létesítésekor felmerülő beruházási költség egyszeri ráfordításként szerepel, míg a berendezés üzemeltetésével kapcsolatos költségek folyamatos ráfordítások. A két költségtípus tehát egyszerűen nem összegezhető. Ehhez előbb a folyamatos költségeket megfelelő módon egyszeri ráfordításokká alakítjuk át. Tehát ez a tárgyalásmód csak formai, a fenntartási költségek külön történő elemzésének, vizsgálatának nincs értelme, mivel azok mindig egy konkrét létesítményhez kapcsolódnak, és ezért hatásukat a beruházási költségekkel együtt kell tárgyalni. A továbbiakban ezért képezzük a beruházási és fenntartási költségek jelenértékének az összegét és az összegüket elemezzük.

Gazdasági tervezésnél a berendezések egy évre számított fenntartási költségeiből indulunk ki. A fenntartási költségek is feloszthatók kapacitástól független és kapacitástól függő költségekre. A kapacitástól független költségeket jelöljük F_0-al, dimenziójuk pénzegység/év pl. Ft/év. A kapacitástól függő költségrészt, vagyis a berendezés áramköregységére vonatkoztatott fenntartási költségét jelöljük F_n-el, dimenziója pénzegység/áramkörszám·év, pl. Ft/db·év. Az említett költségcsoportosítást felhasználva, valamely adott kapacitású létesítmény fenntartási költsége a (2)-vel analóg írható fel:

$$F_0+F_n\cdot b\cdot t. \tag{19}$$

Valamely t_0 időpontban beruházott létesítményt bizonyos költségráfordítással évenként üzemeltetni kell. Feltételezzük, hogy évenként egyenlő nagyságú fenntartási költségek ismétlődnek. Mivel a t_0 időpont a jelen időpontot jelöli, így a fenntartási költségeknek a t_0 időpontra diszkontált összege egyben a t_0 időpontban megvalósított beruházás (vagy részberuházás) fenntartási költségei jelenértékének az összegét fejezi ki, vagyis:

$$K_2'=[F_0+F_n\cdot b\cdot t]\left[\frac{1}{(1+r)^0}+\frac{1}{(1+r)}+\frac{1}{(1+r)^2}+\ldots+\frac{1}{(1+r)^{t_i}}\right] \tag{20}$$

A (20) kifejezés második tényezője végtelen mértani sort képvisel.

A t_1 időpontban létesített berendezés fenntartási költségeinek fenntartási összege is a (20)-al azonos struktúrájú kifejezéssel írható fel. Mivel a t_1 időpont nem a jelen időpontot fejezi ki, így az összegzés eredményeképpen nem a t_1 időpontban létesített berendezés fenntartási költségeinek jelenértékét, hanem a fenntartási költségeknek a t_1 időpontra diszkontált értékét kapjuk, jóllehet a számítás eredménye ezesetben is a (20)-al azonos. Ugyanez lesz a t_2, t_3, stb. időpontban létesített berendezések fenntartási költségeinek is az összege. (*A* t_0, t_1, t_2, t_3, stb. időpontok között egyformán t időköz van, 1. ábra).

Ahhoz, hogy a különböző időpontokban létesített berendezések fenntartási költségeinek jelenérték öszszegét meghatározzuk, a fenntartási költségeknek a létesítés időpontjára diszkontált összegeit (K_2') a jelen időpontra kell diszkontálni, vagyis:

$$K_2=K_2'\left[\frac{1}{(1+r)^0}+\frac{1}{(1+r)^t}+\frac{1}{(1+r)^{2t}}+\ldots\right]. \tag{21}$$

Figyelembe véve, hogy a (21) egyenlet zárójeles tényezője a (15)-el helyettesíthető, a különböző időpontokban létesített berendezések fenntartási költségeinek jelenérték összege általános alakban felírható:

$$K_2=L\cdot F_0\cdot\frac{1}{t}+P\cdot F_n\cdot b\cdot t+P\cdot F_0+L\cdot F_n\cdot b. \tag{22}$$

A (22) egyenlet tényezőinek számszerű értékét különböző kamatláb esetén a 2. táblázat tartalmazza.

Fenntartási költségek jelenértékének hatása t_{opt} értékére

Megvizsgáljuk, hogy a fenntartási költségek figyelembevétele következtében a beruházási költségek alapján meghatározott t_{opt} érték hogyan változik. Ehhez összegezzük a beruházási és fenntartási költségek jelenértékét, majd a t_{opt} felírható:

$$t_{opt}=R\sqrt{\frac{1}{b}}\sqrt{\frac{C_0+Q\cdot F_0}{C_n+Q\cdot F_n}}, \tag{23}$$

ill.

$$t_{opt}=R\sqrt{\frac{1}{b}}\sqrt{\frac{p_1+Q\cdot p_2}{1+Q\cdot p_3}}, \tag{24}$$

ahol $p_1=C_0/C_n$, $p_2=F_0/C_n$ és $p_3=F_n/C_n$. Az előző pontban, t_{opt} meghatározásánál, már felhasználtuk a C_0/C_n hányadosnak a különböző típusú berendezésekre kiszámított értékeit. Célszerű megállapítani a különböző berendezéstípusokra a p_2 és p_3 értékeket is, és tervezési alapadatok minőségében a beruházási költségek alapján kiszámított t_{opt} értékek korrigálásánál alkalmazni. A gyakorlatban a hálózatokra általában érvényes, hogy p_2, $p_3<1$, míg az előző pontban közöltek alapján sok esetben $p_1\gg 1$. A távbeszélő készülék esetében azonban $p_1=0$, mivel $C_0=0$.

A fenntartási költségek tehát várhatóan nem módosítják lényegesen a beruházási költségek alapján kiszámított t_{opt} értékeket annál is inkább, mert a kis fenntartási költségigényű berendezések alkalmazása a cél. Mindezek ellenére, az egyes esetekben, különösen akkor, ha viszonylag nagyobb fenntartási költségek merülnek fel, ezt a kérdést pontosan meg kell vizsgálni.

Különböző kamatláb esetén Q értékeit a 2. táblázat tartalmazza.

4. Maradékérték hatásának a figyelembe vétele

Az előző pontokban meghatároztuk az optimális előretartási időt. Feltételeztük, hogy a t_0 időponttól (jelen időpont) kezdve t_{opt} időközönként folyamatosan bővítjük a hálózatot, mintegy a részberuházások hosszú sora jön létre. Nem vettük azonban figyelembe, hogy a hálózat különböző elemei az időben különböző mértékben avulnak el, vagyis egy bizonyos időpontra az értékük (maradékérték) az eredeti értékhez képest különböző mértékben csökken le, egyesek teljesen elhasználódnak, cserélni kell őket. A továbbiakban meg kell vizsgálni, hogy a maradékérték figyelembe vétele következtében az eredetileg megállapított t_{opt} hogyan változik meg.

A gyakorlatban t_{opt} idő eltelte után két lehetőség van:

a) lecseréljük a jelenlegi berendezést,

b) jelenlegi berendezést meghagyva — bővítjük.

A döntéshez ismerni kell a berendezés maradékértékét, t_{opt} idő múlva. Tételezzük fel — és általában ez az eset —, hogy bővítünk, és akkor az avulási idő után termeljük ki a maradék értéket. Ez pedig berendezéstípustól függően 15—40 év, így vezessünk be egy átlagos értéket, legyen $T=20$.

Azoknál a berendezéseknél, amelyek T időnél hosszabb ideig használhatók, még T év múlva is kimutathatunk maradék értéket. A berendezések értékének csökkenése, mint minden öregedési folyamat, exponenciális jellegű. A t_i időpontban üzembehelyezett berendezésnél a t_i-től a T időpontig bekövetkező értékcsökkenéssel, vagyis a T—t_i idő alatt értékcsökkenéssel kell számolni. Ha valamely berendezést a jelen időpontban helyezünk üzembe, akkor T éven át történő értékcsökkenéssel kell számolni, mivel $t_i=0$. Ha általában a részberuházásokat pl. t időközönként valósítjuk meg, akkor T időszak alatt $S=\frac{T}{t}$ részberuházást eszközölünk. Az i-dik részberuházás időpontja t_i pedig a következőképpen írható fel:

$$t_i=(t-1)\frac{T}{S}. \tag{25}$$

Ezek alapján az t-dik részberuházás maradék értéke felírható, mint:

$$M_i=\left[C_0'+C_n\cdot b\cdot\frac{T}{S}\right]\cdot e^{-\alpha T\left[1-[i-1]\frac{1}{S}\right]}. \tag{26}$$

ahol α — a berendezés elévülésére jellemző szám, amely azt fejezi ki, hogy a berendezés évente hány százalékot veszít eredeti értékéből. A maradékérték vizsgálatánál nagy körültekintéssel kell eljárni. Pl. kábel esetén, a kapacitástól független résznél a kábel árának idetartozó részét figyelembe kell venni, de az építéssel járó földmunka költségét természetesen nem. Ezért vezettük be a C_0' jelölést, amely a C_0-nál kisebb értéket jelent.

Ha valamely berendezés maradék értéke a T időszak végén M_i, akkor a maradékérték jelenértéke felírható, mint

$$K_3=\frac{M_i}{[1+r]^T}. \tag{27}$$

A hálózat teljes jelenértéke meghatározható, ha a beruházási és fenntartási költségek jelenértékének öszszegéből kivonjuk a maradékérték jelenértékét, vagyis:

$$K=K_1+K_2-K_3. \tag{28}$$

Célunk, hogy a teljes jelenérték minél kisebb legyen. Ezért a maradékérték és annak jelenértéke legyen minél nagyobb. Nem nehéz belátni, hogy a maradékérték azáltal növelhető, ha a berendezéseket minél később helyezzük üzembe, vagyis gyakoribb lépcsőzéssel építjük ki a hálózatot. Ez a megállapítás egyaránt vonatkozik a kapacitástól független és a kapacitástól függő költségekre. A lépcsőszám növelését viszont a beruházási és fenntartási költségek kapacitástól független része korlátozza. Nem nehéz belátni, hogy a beruházási és fenntartási költségek, valamint a maradékérték együttes figyelembevételével megállapított optimális lépcsőszám nagyobb, mint a maradékérték figyelembe vétele nélkül megállapított optimális lépcsőszám.

A maradékérték jelenértékének meghatározásához, többlépcsős beruházás esetén, először a (26) összefüggéssel megadott i-edik részberuházás maradékérték képletét hozzuk egyszerűbb alakra. Mivel a gyakorlatban általában $\alpha<0{,}1$, ezért érvényes az

$$e^{\alpha T}\cong 1+\alpha T, \tag{29}$$

és a

$$[1+\alpha]^T\cong 1+\alpha T.$$

összefüggés. Ezek felhasználásával a (26) felírható, mint:

$$M_i=\left[C_0'+C_n\cdot b\cdot\frac{T}{S}\right]\cdot[\mathrm{i}-\alpha]^{T\left[1-[i-1]\frac{1}{S}\right]}. \tag{30}$$

Ha a T tervezési időszak alatt S részberuházást valósítunk meg, akkor a részberuházások maradékértékének jelenértéke általános alakban a következőképpen írható fel:

$$K_3=\left[C_0'+C_n\cdot b\cdot\frac{T}{S}\right]\frac{1}{(1+\mathrm{r})^T}\left[(1-\alpha)^T+(1-\alpha)^{(S-1)\frac{T}{S}}+\right.$$
$$\left.+(1-\alpha)^{2\frac{T}{S}}+(1-\alpha)^{\frac{T}{S}}\right]. \tag{31}$$

Megállapítható, hogy a (31) kifejezés harmadik tényezője egy mértani sort képvisel, melynek kvóciense:

$$q=[1-\alpha)^{-\frac{T}{S}},$$

tagjainak száma pedig S. A mértani sor összegképletének felhasználásával a (31) felírható:

$$K_3=\left[C_0'+C_n\cdot b\,\frac{T}{S}\right]\frac{1}{[1+r]^T}[1-\alpha]^T\,\frac{1-[1-\alpha]^{-T}}{1-[1-\alpha]^{-\frac{T}{S}}}. \tag{32}$$

A maradékérték jelenértékére kapott kifejezésből igazolható az a korábbi megállapítás, miszerint a kapacitástól független és a kapacitástól függő költségek szempontjából egyaránt a lépcsőszám növelésével növelhető a maradékérték jelenértéke.

Teljes jelenérték

A teljes jelenérték meghatározásához a beruházási és fenntartási költségek jelenértékének összegéből ki kell vonni a maradékérték jelenértékét. Ehhez először a t függvényében felírt (33) egyenletet a $t=\frac{T}{S}$ összefüggés alapján felírjuk S függvényében, $T=20$ esetén, majd levezetés nélkül az optimális lépcsőszám:

$$S_{\text{opt}}=d\sqrt{b}\,\sqrt{\frac{1+f\cdot p_3}{p_1-g\cdot p_1'+h\cdot p_2}}. \tag{33}$$

Itt nem részletezett gyakorlati számítások igazolják, hogy a teljes jelenértékképlet alapján meghatározott S_{opt} nagyobb, mint a maradékérték figyelembe vétele nélkül meghatározott S_{opt}.

5. Hibaelemzés

A hibaelemzést kettős vonatkozásban végezzük. Egyrészt megvizsgáljuk azt, hogy a kiszámított t_{opt} értéktől való eltérés a jelenérték milyen mértékű növekedéséhez vezet. (Szemléletesebb, ha az elemzést a lépcsőszám alapján végezzük.) Másrészt megvizsgáljuk, hogy a fejlődési állandó és az árak meghatározásának pontossága hogyan befolyásolja az optimalizálást.

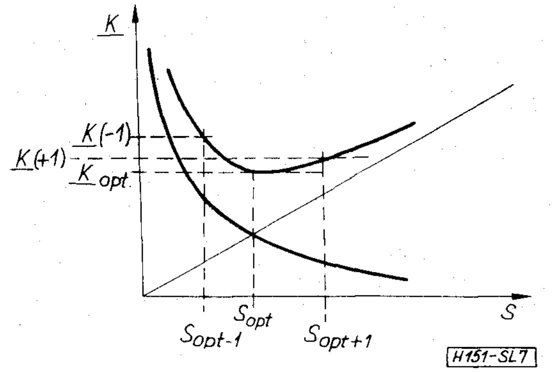
Az előzőekben megállapítottuk, hogyha az adott hálózatkiépítés az optimális lépcsőszám szerint történik, akkor a hálózat jelenértéke minimális. Ha a hálózatot nem az optimális számú lépcsőben, hanem pl. annál eggyel több („felfelé" való eltérés) vagy eggyel kevesebb („lefelé" való eltérés) számú lépcsőben építjük ki, akkor a jelenérték nagyobb lesz, vagyis a hálózat költségesebbé válik.

Még költségesebb a hálózat akkor, ha az optimális lépcsőszámtól nem eggyel, hanem még nagyobb mértékben térünk el. Az elemzés során arra az esetre korlátozódunk, amikor a hálózatok kiépítésénél az optimális lépcsőszámtól eggyel több (+1 lépcső), ill. eggyel kevesebb (−1 lépcső) lépcsővel térünk el. Ez ugyanis elegendő a hálózat drágulása kb.-i nagyságának és tendenciájának a megállapításához.

A számításoknál feltételezzük, hogy kis fenntartási igényű és gyorsan öregedő hálózattal állunk szemben. (Ez megfelel a híradástechnikai berendezések terén jelenleg érvényesülő tendenciának.) Így a fenntartási költségek és a maradékérték jelenértéke elhanyagolható, és a hálózat jelenértéke a beruházási költségek jelenértékképlete (16) alapján határozható meg.

A (16) egyenlet t helyett az S függvényében írjuk át, és mindkét oldalát elosztjuk C_n-nel, ezáltal megkapjuk a relatív jelenértéket (r=8% esetén):

$$K=1\text{í}\,\frac{b}{S}+0{,}65\,\frac{C_0}{C_n}\,S+0{,}55\,\frac{C_0}{C_n}+13\cdot b. \tag{34}$$



7. *ábra*

Az optimális lépcsőszám pedig:

$$S_{\text{opt}}=4\sqrt{b}\,\sqrt{\frac{1}{\frac{C_0}{C_n}}}. \tag{35}$$

A 7. ábra a relatív jelenértéket tünteti fel a lépcsőszám függvényében, és bemutatja az egyes mennyiségek közötti kapcsolatot. Az ábra szerint az optimális lépcsőszámhoz tartozó relatív jelenérték jele K_{opt}, a plusz egy lépcsőhöz tartozó jelenérték jele $K_{(+1)}$, a mínusz egy lépcsőhöz tartozó jele pedig $K_{(-1)}$. A $K_{(+1)}$ és a K_{opt} különbségét Δ'-vel, a $K_{(-1)}$ és a K_{opt} különbségét pedig Δ''-vel jelöljük.

Ha a (34)-ben S helyébe behelyettesítjük S_{opt} képletét, akkor megkapjuk K_{opt} kifejezését, amely átalakítások után a következő alakban írható fel:

$$K_{\text{opt}}=5{,}4\sqrt{b}\,\sqrt{\frac{C_0}{C_n}}+0{,}55\frac{C_0}{C_n}+13\cdot b. \tag{36}$$

A $K_{(+1)}$ képletének felírásához előbb meghatározzuk az $(S_{\text{opt}}+1)$ képletét, majd behelyettesítjük a (34)-be S helyébe:

$$(S_{\text{opt}}+1)=\frac{4\sqrt{b}}{\sqrt{\frac{C_0}{C_n}}}+\text{i}=\frac{4\sqrt{b}+\sqrt{\frac{C_0}{C_n}}}{\sqrt{\frac{C_0}{C_n}}}, \tag{37}$$

$$K_{(+1)}=\frac{10\cdot b\sqrt{\frac{C_0}{C_n}}}{4\sqrt{b}+\sqrt{\frac{C_0}{C_n}}}+2{,}6\sqrt{b}\,\sqrt{\frac{C_0}{C_n}}+1{,}2\frac{C_0}{C_n}+13\cdot b. \tag{38}$$

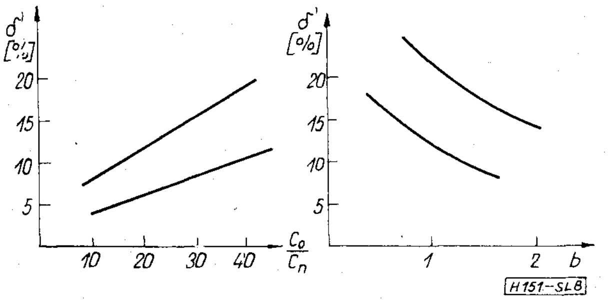
Ha a hálózatot az optimálisnál eggyel több lépcsőben építjük ki, akkor az így bekövetkező jelenérték-növekedés abszolút nagysága meghatározható, mint:

$$\Delta' = K_{(+1)} - K_{\text{opt}}. \tag{39}$$

Úgy is értelmezhetjük, hogy amennyiben a hálózatot optimális számú lépcsőben építjük ki, akkor az ($S_{\text{opt}}+$ $+1$) megoldáshoz képest ilyen nagyságú megtakarítás érhető el. Felírhatjuk a jelenérték növekedésének (ill. az elérhető megtakarításnak) a százalékos értékét:

$$\delta' = \frac{\Delta'}{K_{\text{opt}}} \cdot 100 \tag{40}$$

A (40) alapján különböző b és C_0/C_n értékek mellett elvégzett számítások eredményét a 4. táblázat foglalja össze, és a 8. ábra szemlélteti. A táblázat ada-



8. ábra

taiból és az ábrából látható, hogy nagyobb C_0/C_n arány mellett a δ' értéke is nagyobb, tehát a jelenérték nagysága magasabb C_0/C_n viszony esetén különösen érzékeny az optimális lépcsőszámtól való eltérésre. Ugyanakkor nagyobb fejlődési állandó, tehát dinamikusabb fejlődés esetén a kisebb.

4. táblázat

$\frac{C_0}{C_n}$	10	20	40	
$b=1$	8	12	20	δ' [%]
$b=2$	4	8	11	

Hasonlóképpen írható fel a $K_{(-1)}$ képlete, és végezhető el a δ'' kiszámítása. Egyébként a δ''-vel kapcsolatban is ugyanazok a megállapítások érvényesek, mint a δ'-vel kapcsolatban, vagyis a C_0/C_n növekedése a δ'' növekedéséhez, a b növekedése pedig a δ'' csökkenéséhez vezet.

A 7. ábrából látható, hogy ugyanazon b és C_0/C_n esetén az optimális lépcsőszámtól lefelé történő eltérés a jelenérték nagyobb mértékű növekedéséhez vezet, mint a felfelé történő eltérés.

A számítási eredményekből látható, hogy az optimális lépcsőszámtól való eltérés a hálózat jelentős drágulásához vezet. Ez a többlet-költség elkerülhető, ha a hálózatot optimális számú lépcsőben építjük ki. Az így kiküszöbölt többlet költséget mint megtakarítást kell értelmezni, amely jelenérték módszeren alapuló tervezési eljárás alkalmazásával érhető el.

Ezután vizsgáljuk meg, hogy a fejlődési állandó és az árak meghatározásának a pontossága hogyan befolyásolja az optimalizálást. Mint a (35)-ből látható, az optimális lépcsőszám a b és a C_0/C_n értékek behelyettesítésével határozható meg. A b és C_0/C_n értékeket nemcsak az adott időpontra kell pontosan meghatározni, hanem az is kérdés, hogy ezek az adatok a tervezési időszak folyamán állandók-e. Ezért meg kell vizsgálni, hogy a b és C_0/C_n értékek változása mennyiben befolyásolja a korábbi optimalizálási eredményeket, illetve ezek mennyit változhatnak ahhoz, hogy az optimumtól való eltérés a megadott százalékos határok között maradjon.

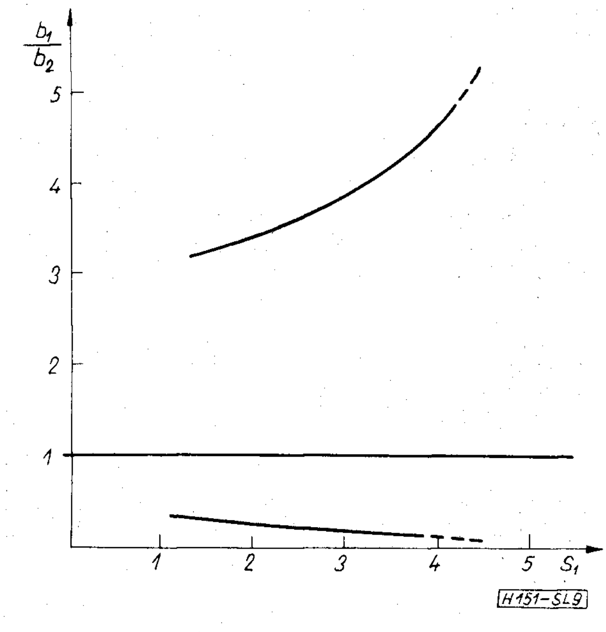
Először vizsgáljuk meg a fejlődési állandó (b) hatását, feltételezve, hogy az árakat (a C_0/C_n arányt) helyesen állapítottuk meg az egész tervezési időszakra. Tételezzük fel, hogy a fejlődési állandó értéke b_1, melynek az S_1 optimális beruházási lépcsőszám felel meg, és erre végezzük el a tervezést. Aztán kiderül, hogy más követelményeket is figyelembe véve, a tényleges fejlődési állandó b_2-vel egyenlő (kisebb- vagy nagyobb mint b_1). Az nyilvánvaló, hogy b_2 esetén más jelenértéket kapunk, de ez a jelenérték S_2 lépcsőszám esetén lesz minimális, melyet jelöljünk K-val, vagyis:

$$K = f(b_2, S_2). \tag{41}$$

Kérdés az, ha a korábbi tervet nem akarjuk módosítani, tehát továbbra is S_1 lépcsőben kívánjuk a beruházást megvalósítani (amely a b_1 és nem a tényleges b_2 fejlődési állandóra vonatkozik), akkor ez a K-hoz képest milyen eltérést jelent, vagyis konkrétan, a b_1 hányszorosa, vagy hányad része lehet b_2-nek ahhoz, hogy a b_1 alapján meghatározott S_1 lépcsőben, b_2 esetén megvalósítva a beruházást, a K-hoz képest pl. 10%-nál nagyobb eltérés ne lépjen fel, vagyis:

$$1{,}1 \cdot K = f(b_2, S_1). \tag{42}$$

Itt tehát a (41) és (42) függvény együttes megoldásáról van szó. A számítási eredményeket a 9. ábra



9. ábra

szemlélteti az S_1 függvényében. A görbékből kiderül, hogy elég tág határok között ingadozhat a b értéke.

Hasonló módon kell eljárni a C_0/C_n hatásának a vizsgálatánál is. A kapott eredmények az előbbiekhez hasonló jellegűek.

6. Összefoglalás

A tanulmány elkészítésének célja az volt, hogy különböző híradástechnikai berendezésekre (kábelek, vivőfrekvenciás berendezések, központok) meghatározzuk azokat a bővítési időértékeket, amelyek a leggazdaságosabb hálózat kiépítést biztosítják. Közöljük az optimális időértékeket a hálózat különböző mértékű bővítésének eseteire. A táblázatok adatainak kiszámításánál csak a beruházási költségeket vettük figyelembe, tehát csak a p_1 paramétert. Ez az egyszerűsítés akkor helyes, ha érvényes a híradástechnikai berendezések terén mutatkozó azon tendencia, hogy az üzemeltetési költségek a beruházási költségek 2—3%-át nem haladják meg. Ha az üzemeltetési költségek ennél nagyobbak, akkor az egyes berendezésekre meg kell határozni a tanulmányban p_2 és p_3 jelöléssel megadott paramétereket, és a pontos számításokat ezek figyelembevételével kell elvégezni. Az ilyen berendezéseknél tehát a p_2 és p_3 paramétereket mint tervezési alapadatokat kell szerepeltetni.

A táblázatban közölt optimális időértékek nagyságát az eszközlekötési járulék csak elhanyagolhatóan kis mértékben befolyásolja. Ez egyrészt az eszközlekötési járulék százalékos nagyságával, másrészt azzal magyarázható, hogy az optimális időértékre nem annyira az eszközlekötési járulék nagysága, mint inkább a benne szereplő kapacitástól függő és kapacitástól független költségek aránya hat. Ez pedig hasonló, mint a beruházási költségeknél.

A táblázatban közölt adatok tehát a gyakorlati tervezésekhez kielégítő pontossággal adják meg azokat az időértékeket, amelyek alapján a hálózat kialakítása a leggazdaságosabban végezhető el.

Befejezésül a tanulmány megállapítja, hogy a közölt módszer alkalmazása révén igen jelentős megtakarítások érhetők el. Ezért javasoljuk, hogy a tanulmányban a hálózatok bővítésére megadott optimális időérték adatokat a gyakorlati tervezők mint tervezési alapadatokat kapják meg.

IRODALOM

[1] *Dr. Lajtha György:* Hálózatok létesítésének optimális lépcsőzése. PKI tanulmány, Budapest 1968.

[2] C. C. I. T. T. Economic Studies (1964—1968)

[3] *Bronstejn, I. N.—Szemengyajev, K. A.:* Matematikai zsebkönyv, Budapest, 1963.