HÍRADÁSTECHNIKA
A HÍRADÁSTECHNIKAI TUDOMÁNYOS EGYESÜLET LAPJA

TARLÁCZ LÁSZLÓ
Távközlési Kutató Intézet

Üzemi paraméteres sávszűrő-tervezés

ETO 621.372.543.2.001.2

Az üzemi paraméteres szűrőméretezés ugyan több, mint 30 éves múltra tekinthet vissza, de igazában csak az utolsó évtizedben — a számítógépek térhódításával — vált általánossá. 1939-ben S. Darlington (és egy évvel később, tőle függetlenül H. Piloty [2]) oldotta meg először az általános szűrőszintézis feladatát. Nevezetes munkájában [1] csak aluláteresztő szűrőkkel foglalkozott. Azóta az üzemi paraméteres szűrőméretezés hatalmas, jól kidolgozott apparátussá vált, de az alapgondolat, sávszűrők esetén is, lényegében a darlingtoni maradt.

E cikk megírásakor szem előtt tartottuk, hogy — tudomásunk szerint — üzemi paraméteres sávszűrőméretezésről szóló általános leírás magyarul még nem jelent meg. Cikkünket tehát hézagpótlónak is szánjuk. Ez a körülmény eléggé megnehezíti dolgunkat. Valamiféle teljességre kell törekednünk, amit egyetlen cikk keretében csak úgy érhetünk el, ha egyrészt a tervezés azon fázisainál, ahol ez lehetséges, hivatkozunk a rendelkezésre álló magyar szakirodalomra, elsősorban [16]-ra, másrészt a tervezés fontos, de speciális vonatkozásait illetően a bőséges külföldi szakirodalomra utalunk. A [16]-ban egyébként az aluláteresztők üzemi paraméteres méretezése is megtalálható.

A következő fejezetben pontosabban körülhatároljuk szándékunkat, egyben rövid általános áttekintést adunk.

1. Célkitűzés, általános áttekintés

Olyan sávszűrők tervezésével foglalkozunk, amelyeknek csupán a csillapítására (tehát pl. nem a fázismenetére) van előírás a következőképpen: az áteresztő tartományban az üzemi csillapításnak — vagy a reflexiós tényezőnek — kisebbnek kell lennie egy állandó, előre megadott értéknél; a záró tartományban az üzemi csillapítás előírások tetszés szerint változóak lehetnek. Ezeket a követelményeket olyan hagyományos, rendszerint cikcakk kapcsolású, szimmetrikus vagy antimetrikus sávszűrővel fogjuk kielégíteni, amelynek csillapításmenete az áteresztő tartományban egyenlő hullámosságú, a záró tartományban pedig a lehető legszorosabban simul a toleranciasémához. Mindezt az 1. ábra mutatja.

Beérkezett: 1972. I. 14.

A szűrőszintézis folyamata

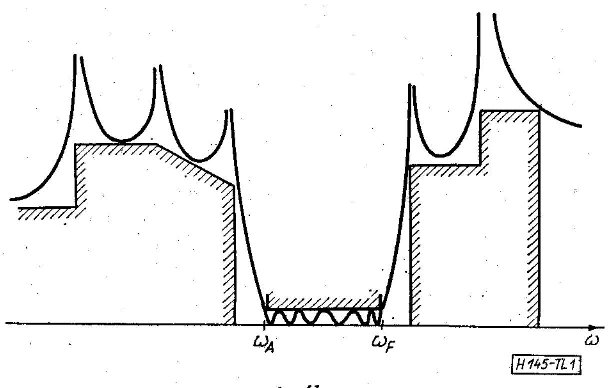
A teljes szűrőszintézis folyamatát 3 fő részre oszthatjuk:

1. A transzfer átviteli függvény megkonstruálása. Ez a Γ üzemi átviteli tényező, vagy a K karakterisztikus függvény valamelyike lehet.

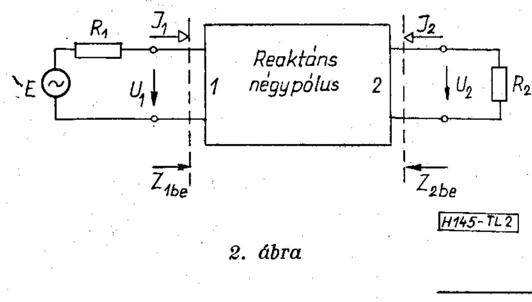
A $\Gamma(p)$ és általunk használt $K(p)$ függvények definíciója a 2. ábra alapján a következő.

$$\Gamma(p)=\frac{1}{2}\frac{E}{U_2}\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \quad (1)$$

$$K(p)=r_1(p)\cdot\Gamma(p), \quad (2)$$



1. ábra



2. ábra

ahol $r_1(p)$ a primér oldali reflexiós tényező. A reflexiós tényezők definíciója:

$$r_i(p)=\frac{R_i-Z_{i\text{be}}}{R_i+Z_{i\text{be}}}\;(i=1,2) \tag{3}$$

$Z_{1\text{be}}$ és $Z_{2\text{be}}$ a primér ill. szekunder oldali bemenő impedancia.

Reaktáns négypólusra fennáll az

$$|r_1(p)|=|r_2(p)| \tag{3a}$$

egyenlőség.

Megjegyezzük, hogy $K(p)$ definíciója bizonyos mértékig tetszőleges. $K=r_2\cdot\Gamma$ is lehetne. Nálunk

$$r_2(p)\cdot\Gamma(p)=K(-p). \tag{4}$$

Ha — mint esetünkben is — csak a csillapításmenet érdekes számunkra, akkor K approximációja a könnyebb. Ha K és Γ közül bármelyik is ismert, a másik a Feldtkeller-egyenlőségből adódik. A Feldkeller-egyenlőség:

$$|\Gamma(j\omega)|^2=1+|K(j\omega)|^2, \tag{5a}$$

vagy

$$\Gamma(p)\cdot\Gamma(-p)=1+K(p)\cdot K(-p). \tag{5b}$$

K és Γ számításánál figyelembe kell venni a rájuk vonatkozó realizálhatósági feltételeket. Ezek a következők:

a) K és Γ legyen p-nek valós és racionális függvénye,

b) K és Γ nevezője p-nek tiszta páros vagy tiszta páratlan polinomja legyen,

c) Γ számlálójának gyökei a balfélsíkban legyenek (Γ számlálója Hurwitz polinom),

d) $|\Gamma_{(j\omega)}|\geqq 1$ legyen,

e) Γ számlálójának fokszáma nem lehet kisebb nevezőjének fokszámánál.

Ezek a feltételek bármilyen szűrőre érvényesek. Sávszűrők esetén az *e)* pont helyett konkrétabban fogalmazhatunk:

e)* K és Γ számlálójának legalább eggyel magasabb fokszámúnak kell lenni nevezőjüknél, a nevezőnek pedig p-vel oszthatónak kell lennie.

2. Az elemértékek kiszámításához szükséges impedanciák meghatározása. Itt rendszerint a rövidzárási és üresjárási impedanciák jönnek számításba. A megfelelő formulák:

$$Z_{1r}=R_1\frac{\Gamma_{pn}-K_{pn}}{\Gamma_{ps}+K_{ps}} \tag{6a}$$

$$Z_{1ü}=R_1\frac{\Gamma_{ps}-K_{ps}}{\Gamma_{pn}+K_{pn}} \tag{6b}$$

$$Z_{2r}=R_2\frac{\Gamma_{pn}-K_{pn}}{\Gamma_{ps}-K_{ps}} \tag{6c}$$

$$Z_{2ü}=R_2\frac{\Gamma_{ps}+K_{ps}}{\Gamma_{pn}+K_{pn}} \tag{6d}$$

ahol a ps index páros részt, pn index páratlan részt jelöl.

3. Az elemértékek kiszámítása. Ez a szokásos létrakapcsolás esetén zéruseltolással történhet [16] a rövidzárási vagy üresjárási impedanciák valamelyikéből. Bizonyítható ugyanis, hogy egyetlen impedancia a (6) alatt felsoroltak közül, feltéve, ha fokszáma nem kisebb a szűrő fokszámánál, a csillapításpólusokkal együtt az elemértékeket egyértelműen meghatározza.

A gyakorlatban az elemek lefejtésénél sokszor két oldalról, két impedanciából indulnak ki. Így a találkozáskor, a középső elemre kiadódó két érték összehasonlítása egyúttal jó lehetőséget nyújt a számolási pontosság regisztrálására.

Tekintsünk most végig a szintézis előbb vázolt folyamatán.

Teljes alapossággal foglalkozunk majd $K(p)$ approximációjával a 3. fejezetben. Az 1. pontban leírtuk, hogyan lehet $K(p)$ ismeretében $\Gamma(p)$-t kiszámítani. A számításnak ez a része gyakorlatilag igen fontos, hiszen itt kell magasfokú algebrai egyenletet igen nagy pontossággal megoldanunk ahhoz, hogy a $\Gamma(p)\cdot\Gamma(-p)$ szorzatból ki tudjuk választani a Hurwitz polinom számlálójú $\Gamma(p)$-részt. Ide kapcsolódik a nevezetes pontossági probléma, amelynek megoldatlansága komoly szűrők tervezését csaknem lehetetlenné tette. Jó megoldás már csaknem egy évtizede létezik, erről e fejezetben röviden még szólunk. Elvileg azonban $\Gamma(p)$ $K(p)$-ből való kiszámításáról többet nem is lehet mondani.

A 2. pontban leírtakhoz sincs — úgy tűnik — különösebb hozzátenni való.

Magával a lefejtéssel sem fogunk foglalkozni, hiszen annak technikája jól ismert [16].

A 4. fejezetben viszonylag részletesen tárgyaljuk a szűrő felépítésének a kijelölését. A feladatunk itt az, hogy megkeressük azt a struktúrát, amely a lehető legkevesebb elemszámmal, főképp tekercsszámmal realizálja a már meglevő K, ill. Γ függvényt.

Végül az 5. fejezetben egy példát közlünk, amelyben elejétől végig megtervezünk egy egyszerűbb sávszűrőt.

Két fontos téma van még, amelyekkel cikkünkben nem foglalkozunk részletesen, ezek az alábbiak.

A számolási pontosság problémája

Tudvalevő, hogy az üzemi paraméteres méretezés folyamán sok értékes számjegy kiesik, így előfordulhat, hogy mire az elemértékekig eljutunk, egyetlen értékes számjegy sem marad. Közepes szigorúságú sávszűrők esetén azt a durva ökölszabályt állíthatjuk fel, hogy ahányad fokú a szűrő, annyi számjegy pontossággal kell a méretezést végeznünk ahhoz, hogy az elemértékeket legalább 1‰ pontossággal megkapjuk. Ez a számítógépek 8—9 számjegynyi pontosságát figyelembe véve maximum 8—9-ed fokú szűrőt jelent; szigorú, meredek levágású szűrők esetén ennél is kevesebbet. Látható, hogy a dupla pontosságú aritmetika sem oldja meg a problémát, legfeljebb 12—14-ed fokig kitolja.

A probléma gyökere ott van, hogy szigorú, nagy fokszámú szűrőknél a számításban szereplő polinomok (főleg $K(p)$, $K(p)\cdot K(-p)$, $\Gamma(p)\cdot\Gamma(-p)$, $\Gamma(p)$ számlálói) gyökei igen közel esnek egymáshoz. Ezek a gyökök különösen a határfrekvenciák közelében sűrűsödnek össze. A szűrő viselkedése szempontjából ezeknek a gyököknek meghatározó szerepük van. Viszont hagyományos számítástechnika esetén a polinomokat együtthatóikkal szoktuk jellemezni. Márpedig tény, hogy egymáshoz közeli gyökök esetén egy polinom együtthatói a gyököket közel sem határozzák meg akkora relatív pontossággal, mint amilyen pontosak maguk az együtthatók. Pl. az $x^2-2x+0{,}999\,999\,99$ polinom gyökei $x_1=0{,}999\,88$ és $x_2=1{,}000\,12$, de $x_1=0{,}999\,92$ és $x_2=1{,}000\,08$ is lehetnek. Látjuk, hogy a gyököket csak 4 számjegyre pontosan határozzák meg a 8 számjegyre pontos együtthatók.

Ennek a kínzó problémának a megoldására két módszer született. Érdekes, hogy a második módszer egészen a legutóbbi időben bukkant fel.

Az első módszer, amelyet a hatvanas évek első felében szinte egyöntetűen dolgoztak ki a világ legkülönbözőbb részein [4, 5, 6, 7, 8, 9], a transzformált frekvenciában való számolás módszere. p helyett alkalmas, új változó bevezetésével elérték, hogy az eddig egymáshoz igen közel eső gyökök az új, transzformált frekvencia-skálán szétszóródtak, messzebb kerültek egymástól. Ezáltal a hagyományos polinomkezelési technika visszanyerte jogait.

Legtöbbször már az is eredményt ad, ha a számításokat csupán $K(p)$-ből $\Gamma(p)$ kiszámításáig bezárólag végezzük transzformált frekvencián. Célszerűbb azonban az egész számítást, egészen az elemértékek kiszámításáig transzformált frekvencián végezni. Ez a feladat természetesen egy gyakorlatilag teljesen új számítási apparátus kidolgozását igényelte. Ennek az apparátusnak talán legteljesebb leírása [6] és [7]-ben található.

E témáról még annyit, hogy a transzformált frekvencia lehet ugyanaz, mint ami cikkünkben is szerepelni fog[Φ(13) szerint], de gyakran használják a

$$\Phi^2=\frac{p^2+a^2}{p^2+1} \tag{7}$$

alakú (esetleg ennek reciproka) transzformációt is [6, 7, 19]. Ez utóbbinak előnye, hogy $a=0$ esetén aluláteresztő méretezésére is alkalmas.

A második módszer az ún. szorzat-módszer [11, 12]. Ez a módszer nem használ transzformált változót. Megmarad a p komplex frekvenciánál. A számjegykiesés problémáját pedig úgy oldja meg, hogy nem polinom együtthatókkal dolgozik. Egy polinom mindig gyöktényezős alakjában van megadva. Innen a módszer neve is. S igen szellemes — bár még elektronikus számítógéppel is hosszan tartó — matematikai algoritmust használ annak érdekében, hogy két szorzat alakban megadott polinomot ne csak összeszorozni, hanem összeadni és kivonni is lehessen.

A két módszert összevetve általában egyformán hatásosnak ítélik őket [13, 14]. 25—30-ra becsülik annak a szűrőnek a fokszámát, ami még tervezhető velük. A szorzat-módszer elvileg sokkal egyszerűbb. Könnyebb programot csinálni rá, viszont a gépi számolási ideje hosszabb, mint egy transzformált frekvencián dolgozó programé.

Jelen cikkben megmaradunk a p-síkon való számolás mellett. A szorzat-módszer részletes ismertetésére azonban nem térünk ki.

Veszteségkompenzálás

Már Darlington megadott egy elegáns módszert erre, amely általánosan ismertté vált és sokhelyütt megtalálható [1, 3, 16, 18]. Ez az eljárás azonos, vagy felerészben azonos veszteségű elemek esetére vonatkozik.

Viszonylag egyszerű és igen szellemes módszert adott meg Orchard és Temes [6] alatti dolgozatában arra az esetre is, amikor mindegyik elem veszteségi tényezője más és más.

A darlingtoni alapgondolat

Darlington, a már idézett művében módszerét referens hullámszűrők módszerének nevezte. Ez érthető, hiszen a hullámparaméterek világából vette kölcsön a karakterisztikus függvényt, s ez a körülmény további analógiákat hozott magával.

Darlington nagyszerű gondolata ugyanis az volt, hogy az üzemi paraméteres szűrő karakterisztikus függvénye legyen

$$K=\pm\varepsilon\,\mathrm{sh}\,g_0 \tag{8a}$$

vagy

$$K=\pm\varepsilon\,\mathrm{ch}\,g_0 \tag{8b}$$

alakú, ahol g_0 egy képzeletbeli — referensnek elnevezett — hullámszűrő hullámátviteli mértéke. Ekkor ugyanis egyszerűen biztosítható az áteresztő tartománybeli egyenlő hullámosság követelménye, hiszen ott $g_0=jb_0$ lévén

$$a_{\acute{A}T}\equiv\frac{1}{2}\,\mathrm{lb}\,[1+|K|^2]=\frac{1}{2}\ln(1+\varepsilon^2\sin^2 b_0) \tag{9a}$$

illetőleg

$$a_{\acute{A}T}=\frac{1}{2}\ln(1+\varepsilon^2\cos^2 b_0) \tag{9b}$$

adódik. Ebből — a trigonometrikus függvények sajátosságai folytán — rögtön látható, hogy a csillapítás egyenlő hullámosságú. A záró tartományban pedig $g_0=a_0+jk\,\frac{\pi}{2}$ ($k=$ t, 3, 5 . . . vagy $k=2$, 4, 6 . . .) miatt az

$$a_{ZT}=\frac{1}{2}\ln(1+\varepsilon^2\,\mathrm{ch}^2\,a_0)\cong a_0-\ln\frac{1}{\varepsilon}-\ln 2 \tag{10}$$

összefüggés egyszerű kapcsolatot teremt a_0 és a között. A kívánt a üzemi csillapítás biztosítása tehát egyet jelent a referens hullámszűrő (10)-ből számított, a_0 értékű hullámcsillapításának biztosításával, amelyre jól kidolgozott módszerek vannak a hullámparaméteres szűrőelméletben.

Az üzemi paraméteres méretezésről szóló újabb cikkekben, a hullámparaméteres szűrőméretezés általános háttérbe szorulásának megfelelően, a referens hullámszűrőkre való utalás is egyre ritkább lett, sőt végleg el is tűnt. A tervezési eljárást valóban nem nehéz önmagában állóan leírni úgy, hogy a hullámparaméterekről említés se essék.

Mi, cikkünkben mégsem titkoljuk el a méretezés származását. Meg akarjuk egyrészt mutatni, hogy a darlingtoni alapötlet milyen termékenynek bizonyul sávszűrők esetében is; hogy milyen természetesen adódik belőle az az eljárás, amelyet — elvi lényegét tekintve — az üzemi paraméteres sávszűrők karakterisztikus függvényének meghatározására mindenütt használnak. Másrészt azért tesszük ezt, hogy azok számára, akik a hullámparaméteres sávszűrőméretezésben már járatosak, hivatkozni tudjunk az ott szerzett ismeretekre, valamint a hullámparaméteres sávszűrőtervezést leíró két régebbi cikkünkre [20, 21].

Mindamellett arra törekszünk, hogy magát a tervezési eljárást azok is követni tudják, akik a hullámparaméteres világgal nem kívánnak megismerkedni.

2. Az eredő diagonálviszony

A karakterisztikus függvény (8) alapján való meghatározásához ismernünk kell egy hullámszűrő paraméterei és g_0 hullámátviteli mértéke közötti kapcsolatot. Ebben a fejezetben egy hullámszűrő th g_0-jának a relatív sávszélességre jellemző β tényezővel és a modulusaival való kifejezését fogjuk levezetni.

Talán nem felesleges megjegyeznünk, hogy a céljainknak megfelelő referens hullámszűrő csak eleve sávszűrőnek méretezett szűrő lehet. Olyan sávszűrő, amelyet aluláteresztőből a szokásos frekvenciatranszformációval származtatnánk, a záró tartományban sohasem adna az 1. ábrán mutatott, általános csillapításmenetet.

A hullámparaméteres elméletből [16, 17, 20, 21] tudjuk, hogy egy hullámszűrőt illesztett L-tagokból lehet összerakni. Egy sávszűrő L-tagnak 1 vagy 2 hullámcsillapításpólusa van, amely határesetben 0 vagy ∞ frekvenciára is eshet. Eképpen egy sávszűrő L-tag fő jellemzője a csillapításpólusa (vagy pólusai), illetőleg az ennek megfelelő modulusok: m_1 vagy m_2, vagy m_1 és m_2 is.

Az is ismeretes [20, 21], hogy egy L-tag diagonálviszonya

$$Q=m_2\Phi \qquad (1a \text{ típus}) \qquad (11a)$$

vagy

$$Q=\frac{1}{m_1\Phi} \qquad (1b \text{ típus}) \qquad (11b)$$

alakú, illetőleg kétpólusú L-tag esetén a fenti két diagonálviszony

$$Q=\frac{Q_1+Q_2}{1+Q_1Q_2} \qquad (12)$$

szerinti eredője.

$$\Phi=\sqrt{\frac{\beta^2+p^2}{1+\beta^2p^2}} \qquad (13)$$

transzformált frekvencia, amelyben szereplő β pedig

$$\beta=\omega_F=\frac{1}{\omega_A} \qquad (14)$$

szerint a sávszélességre jellemző tényező. ω_F és ω_A a két elméleti határfrekvencia relatív értékét jelenti akkor, ha a frekvenciaegységet ezen két frekvencia valóságos értékének mértani közepére veszszük fel.

A Q diagonálviszony és a g_0 hullámátviteli mérték között a

$$Q=\text{th } g_0 \qquad (15)$$

összefüggés teremt kapcsolatot. Tudjuk továbbá, hogy ha az egyes L-tagok hullámillesztéssel kapcsolódnak egymáshoz, akkor a hullámszűrő eredő hullámátviteli mértéke az egyes tagok hullámátviteli mértékeinek algebrai összege. Ezt a tényt (15) alapján diagonálviszonyban fogalmazva kapjuk a

$$Q_{\text{eredő}}=\frac{Q_{1,2\ldots n}+Q^{(3)}_{1,2\ldots n}+Q^{(5)}_{1,2\ldots n}+\ldots}{1+Q^{(2)}_{1,2\ldots n}+Q^{(4)}_{1,2\ldots n}+\ldots} \qquad (16)$$

összefüggést. A képletben az elemi szimmetrikus formák [16, 17] tömör jelölésmódját használtuk.

Ha valamennyi Q helyébe $Q_i=m_i\Phi$-t írnánk, akkor ez a képlet n számú pólus esetén a következő alakot öltené:

$$Q_{\text{eredő}}=\frac{m_{1,2\ldots n}\Phi+m^{(3)}_{1,2\ldots n}\Phi^3+\ldots}{1+m^{(2)}_{1,2\ldots n}\Phi^2+m^{(4)}_{1,2\ldots n}\Phi^4+\ldots} \qquad (17)$$

Sávszűrők esetén azonban látszólag nem ez a helyzet. Hiszen az egyes tagok diagonálviszonyai között (1a) és (1$1b$) alakúak egyaránt szerepelnek. Be fogjuk bizonyítani, hogy az eredő Q meghatározása szempontjából mégsem kell különbséget tenni az egyes modulusok közt aszerint, hogy az alsó vagy a felső záró tartományban levő csillapításpólusokhoz tartoznak-e.

Majd látni fogjuk, hogy ahhoz, hogy megengedett K(p) függvényt kapjunk, véges frekvencián levő pólusokat csak párosával vehetünk fel. Ez a körülmény igen kedvező a mi szempontunkból. Hiszen két $1b$ típusú tagot kaszkádba kapcsolva az eredő diagonálviszony (12) vagy (16) alapján

$$Q=\frac{\frac{1}{m_a\Phi}+\frac{1}{m_b\Phi}}{1+\frac{1}{m_am_b\Phi^2}}=\frac{(m_a+m_b)\Phi}{1+m_am_b\Phi^2} \qquad (18)$$

lesz, ami ugyanolyan jellegű, mintha két $1a$ típusú tagot kapcsoltunk volna össze. Vagyis az $1b$ típusú tagokat is úgy tekinthetjük, mintha $m_i\Phi$ járulékkal vennének részt az eredő diagonálviszony létrehozásában. Az elmondottak alapján az is természetes, hogy a zérus frekvencián levő pólusok nem rontják a (17) egyenlőség érvényességét, mert egy-egy ilyen tag diagonálviszonya $m\Phi$ alakú, ahol $m=\beta^{-1}$. Érvényes marad a (17) egyenlőség akkor is, ha végtelen frekvencián páros számú csillapításpólus van. (Gondoljunk a (18) egyenlőség kapcsán mondottakra.) Kicsit módosul viszont a helyzet akkor, ha végtelen frekvencián páratlan számú csillapításpólusunk van.

Vizsgáljuk meg ezt az utolsó esetet. Foglaljuk egy csoportba az összes véges frekvencián levő pólust (ezek csak párosan szerepelhetnek), az összes 0 frekvencián levő pólust, és a végtelen frekvencián levő pólusok közül azokat, amelyek párt alkothatnak. Ekkor 1 végtelen frekvencián levő pólus marad. Az előző nagy csoportra vonatkozóan bebizonyítottuk, hogy eredő diagonálviszonya (17)-ből számítható. Azaz az (n−1) számú tagra vonatkozóan:

$$Q_{1e}=\frac{m_{1,2\ldots(n-1)}\Phi+m_{1,2\ldots(n-1)}\Phi^3+\ldots}{1+m^{(2)}_{1,2\ldots(n-1)}\Phi^2+\ldots} \quad (19)$$

Az utolsó, n-ik tag diagonálviszonya

$$Q_n=\frac{1}{m_n\Phi} \quad (20)$$

alakban írható, ahol $m_n=\beta$. Kapcsoljuk most hozzá ezt az utolsó tagot az előző nagy csoporthoz. Ekkor az összegzési képletet felhasználva az egész hullámszűrő eredő diagonálviszonya

$$Q_e=\frac{Q_{1e}+Q_n}{1+Q_{1e}Q_n} \quad (21)$$

lesz. Ebbe (19) és (20)-at behelyettesítve rövid számolás után a következőt kapjuk:

$$Q_e=\frac{1+m^{(2)}_{1,2\ldots n}\Phi^2+m^{(4)}_{1,2\ldots n}\Phi^4+\ldots}{m_{1,2\ldots n}\Phi+m^{(3)}_{1,2\ldots n}\Phi^3+\ldots} \quad (22)$$

Vegyük észre, hogy a kapott végeredmény pontosan (17) reciprokával egyenlő.

Összefoglalva megállapíthatjuk, hogy ha a referens hullámszűrőnek összesen n számú pólusa van, akkor eredő diagonálviszonya

$$Q=\left[\frac{m_{1,2\ldots n}\Phi+m^{(3)}_{1,2\ldots n}\Phi^3+\ldots}{1+m^{(2)}_{1,2\ldots n}\Phi^2+m^{(4)}_{1,2\ldots n}\Phi^4+\ldots}\right]^{\pm1} \quad (23)$$

alakba írható, ahol akkor veendő a negatív előjelű kitevő, ha a végtelen frekvencián levő pólusok száma páratlan.

(23)-at még más alakban is felírhatjuk. Az algebrából tudjuk, hogy egy

$$T_n(\Phi)=(1+m_1\Phi)(1+m_2\Phi)\ldots(1+m_n\Phi) \quad (24)$$

alakú szorzatot polinom alakba írva, az együtthatókat éppen az m_i-k elemi szimmetrikus formái adják:

$$T_n=1+m^{(1)}_{1,2\ldots n}\Phi+m^{(2)}_{1,2\ldots n}\Phi^2+\ldots+m^{(n)}_{1,2\ldots n}\Phi^n \quad (25)$$

Ekkor viszont (23) még a következő, rendkívül tömör alakba is írható:

$$Q=\operatorname{tg}\varphi_0=\left(\frac{P_n[T_n]}{P_s[T_n]}\right)^{\pm1} \quad (26)$$

A $Pn[]$, ill. $Ps[]$ szimbólum a zárójelbe írt kifejezés páratlan, ill. páros részét jelenti. A kitevő előjelére ugyanaz érvényes, mint fentebb írtuk: ha végtelen frekvencián páratlan számú hullámcsillapításpólus van, negatív, egyébként pozitív. Mégegyszer leszögezzük, hogy T_n-ben az összes csillapításpólushoz tartozó modulus szerepel, bárhová is essenek azok.

3. A karakterisztikus függvény kiszámítása

A karakterisztikus függvény meghatározásának módszerét ismertetjük levezetésekkel, bizonyításokkal együtt. A sorrendet azonban úgy választjuk meg, ahogyan a lépések konkrét sávszűrőméretezés esetén is követik egymást.

1. Válasszuk a szűrő (gyakorlati) áteresztő tartományának mértani közepét frekvenciaegységnek. Ekkor a felső határfrekvencia normált értéke lesz a sávszélességre jellemző β tényező ($\beta=\omega_F$). β alapvető paraméter.

2. Az áteresztő tartománybeli előírásokból meghatározzuk ε értékét, az alábbi két egyenlet (27), (28) valamelyikéből. (9)-ből látható, hogy az áteresztő tartományban fellépő maximális csillapítás:

$$a_{\text{ÁT}\,\max}=\frac{1}{2}\ln(1+\varepsilon^2); \quad (27)$$

ha pedig ugyanezt a minimális reflexiós csillapítással fejezzük ki:

$$a_{r\,\min}=\frac{1}{2}\ln\left(1+\frac{1}{\varepsilon^2}\right)\cong\ln\frac{1}{\varepsilon} \quad (28)$$

A reflexiós csillapítás és a (2), (3), (4)-ben szereplő reflexiós tényező közötti kapcsolat:

$$a_r=\ln\frac{1}{|r_1|}=\ln\frac{1}{|r_2|} \quad (29)$$

Az 1. táblázatban néhány összetartozó $r=|r_1|=|r_2|$, a_r, $a_{\text{ÁT}}$ és ε értéket adtunk meg.

ε helyes felvételével az áteresztő tartománybeli előírások teljesítését máris biztosítottuk.

1. táblázat

r %	1	1,5	2	3	4	5	7	10	15	20	30	50
a_r/N	4,61	4,20	3,91	3,51	3,22	3,00	2,66	2,30	1,90	1,61	1,20	0,69
a/cN	0,005	0,01	0,02	0,045	0,08	0,13	0,25	0,5	1,1	2,0	4,7	14,4
ε	0,010	0,015	0,020	0,030	0,040	0,050	0,070	0,101	0,152	0,204	0,315	0,577

3. A záró tartományban megadott toleranciasémából (1. ábra) kiindulva a (10) összefüggés alapján megszerkeszthetjük az a_0-ra vonatkozó toleranciasémát. Ez utóbbi séma gyakorlatilag az előbbinek önmagával párhuzamos, $(a_{r\min}+0,7)$ Neper értékű felfelé tolásával jön létre.

Ezt a toleranciasémát nemcsak az ω tartomány fölé rajzolhatjuk fel, hanem a

$$\gamma=\ln \Phi=\ln\sqrt{\frac{\beta^2-\omega^2}{1-\beta^2\omega^2}} \tag{30}$$

tartomány fölé is.

Ezután mindenegyes, γ-tartományban felvett, $\gamma=\mu_i$ helyre eső csillapításpólus

$$a_{0i}=\frac{1}{2}\text{in}\ \text{cth}\frac{|\mu_i-\gamma|}{2} \tag{31}$$

értékkel járul hozzá az egész a_0 értékhez. Tehát n pólus esetén

$$a_0=\sum_{i=1}^{n}a_{0i}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}\ln\ \text{cth}\frac{|\mu_i-\gamma|}{2} \tag{32}$$

Nem kell tehát mást tennünk, mint — az alább megadásra kerülő szabályok megtartása mellett — megfelelő helyekre annyi pólust felvennünk, hogy a (32) szerinti a_0 csillapításérték minden frekvencián nagyobb legyen a toleranciaséma által előírt értéknél. Egy $\gamma=\mu_i$ helyen levő pólushoz $m_i=e^{-\mu_i}$ modulus tartozik, a 0 és végtelen frekvencián fekvő pólushoz tartozó modulus pedig β^{-1}, ill. β. A pólusok felvétele után tehát egy moduluskészlet áll rendelkezésünkre.

Bizonyára kitűnt már, hogy ez az eljárás azonos a hullámparaméteres méretezésnél használatos Rumpelt-sablon eljárással, érvényessége is onnan vezethető le [21].

Az olvasó bizonyára régen észrevette azt is, hogy cikkünkben egész póluson olyan fogalmat értünk, amit igen gyakran „félpólus" elnevezéssel illetnek. A mi terminológiánkban 1 pólushoz egyszeres multiplicitás is tartozik, azaz — a Γ(p) és K(p) függvényben — p-ben egy elsőfokú tényező. Ilyenképpen sávszűrőnk fokszáma mindig éppen annyi, mint ahány pólusunk van összesen. A végtelen frekvencián levő pólusokhoz tartozó multiplicitás a nevező fokszám-hiányában, vagyis a számláló és a nevező fokszámának különbségében jelentkezik.

Az 1. fejezetben közöltük a K(p) karakterisztikus függvényre vonatkozó realizálhatósági feltételeket. Könnyű bizonyítani, hogy ahhoz, hogy ezek a feltételek teljesüljenek, a póluselrendezésnél a következő szabályokat kell megtartani:

A) Véges frekvencián pólust csak páronként megegyező frekvenciákra vehetünk fel (*b*) feltétel).

B) Feltétlenül fel kell venni legalább egy-egy pólust zérus és végtelen frekvenciákra. Ezen frekvenciáknak a γ-skálán $\gamma=\ln\beta$, ill. $-\ln\beta$ felel meg (ε^* feltétel).

C) A 0 és végtelen frekvenciákra felvett pólusok számának paritása azonos legyen (*a*) feltétel).

Ez utóbbi, *C*) megszorítás kifejezetten ehhez a méretezési eljáráshoz kötődik. Más méretezési mód esetén a zérus és a végtelen frekvencián levő üzemi csillapításpólusok multiplicitása teljesen független lehet egymástól. Hasonlóképpen: e módszer jellemzője az is, hogy K(p) csak tiszta páratlan, vagy tiszta páros lehet. Vagyis csak szimmetrikus vagy antimetrikus szűrők tervezhetők ezen az úton. Igen érdekes következmény, hogy páratlan fokszámú sávszűrő ezzel a módszerrel nem is tervezhető. Arról a speciális sajátságról pedig, hogy K(p) összes zérusa $j\omega$ tengelyre esik, és ennek következményéről, a 4. fejezetben lesz még szó.

4. A póluselrendezés — amellyel a szűrő zárótartományában is teljesítettük az előírásokat — egyúttal eldönti azt is, hogy a karakterisztikus függvény (8*a*) és (8*b*) közül melyik legyen.

Ha a 0 és végtelen frekvenciákra páratlan számú csillapításpólust vettünk fel, akkor (8*a*), ellenkező esetben (8*b*) adja a helyes karakterisztikus függvényt. Az első esetben a szűrő szimmetrikus, a másodikban antimetrikus lesz. (26)-ot is ennek megfelelően első esetben -1, második esetben $+1$ kitevővel kell venni.

5. Határozzuk meg végül a konkrét K(p) karakterisztikus függvényt.

Az előzők alapján szimmetrikus esetben

$$K_{\text{szim}}=\pm\varepsilon\,\text{sh}\,g_0=\pm\varepsilon\frac{\text{th}\,g_0}{\sqrt{1-\text{th}^2 g_0}}=\pm\varepsilon\frac{\dfrac{P_s[T]}{P_n[T]}}{\sqrt{1-\dfrac{P_s^2[T]}{P_n^2[T]}}}=\pm j\varepsilon\frac{P_s[T]}{\sqrt{P_s^2[T]-P_n^2[T]}}, \tag{33a}$$

antimetrikus esetben

$$K_{\text{antim}}=\pm\varepsilon\,\text{ch}\,g_0=\pm\varepsilon\frac{1}{\sqrt{1-\text{th}^2 g_0}}=\pm\varepsilon\frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{P_n^2[T]}{P_s^2[T]}}}=\pm\varepsilon\frac{P_s[T]}{\sqrt{P_s^2[T]-P_n^2[T]}} \tag{33b}$$

Figyelemre méltó, hogy itt már alig van eltérés a kétféle karakterisztikus függvény között.

$T=T_n=T_n(\Phi)$-t a (24) és (25) egyenlőséggel definiáltuk.

A $Ps\ [T]$ és Pn $[T]$ kifejezések tehát könnyen felírhatók. (33) nevezőit illetően nehezebb a helyzetünk. Teljes indukcióval nem nehéz azonban bebizonyítani, hogy azok is egyszerűen kifejezhetők a következőképpen:

$$\sqrt{P_s^2[T]-P_n^2[T]}=(1-m_2^2\Phi^2)(\text{t}-\text{m}_i^2\Phi^2)\ldots(1-\text{m}_i^2\Phi^2)\left[\sqrt{1-\beta^2\Phi^2}\sqrt{1-\beta^{-2}\Phi^2}\right] \tag{34}$$

A (34) képletben — és a későbbiekben is ezután — változtattunk az eddigi jelöléstechnikán: a párosával fellépő, tehát páronként megegyező modulusokat azonos indexszel jelöltük. Ezek a modulusok akár véges, akár extrém frekvenciákhoz is tartozhatnak, vagyis m_i-k között β és β^{-1} is tetszés szerinti mennyiségben szerepelhet. A gyökös kifejezések egy-egy 0, ill. végtelen frekvencián levő pólushoz tartoznak. Gyökös tényező csak akkor lép fel, ha az extrém frekvencián levő pólusok száma páratlan.

A K függvény Φ-ben kifejezett alakja tehát:

$$K_{szim}=\pm j\varepsilon\frac{1+m_n^{(2)}\Phi^2+m_n^{(4)}\Phi^4+\ldots+m_n^{(n)}\Phi^n}{(1-m_1^2\Phi^2)(1-m_2^2\Phi^2)\ldots\left(1-m^2_{\frac{n}{2}-1}\Phi^2\right)\sqrt{(1-\beta^{-2}\Phi^2)(1-\beta^2\Phi^2)}} \tag{35a}$$

$$K_{antim}=\pm\varepsilon\frac{1+m_n^{(2)}\Phi^2+m_n^{(4)}\Phi^4+\ldots+m_n^{(n)}\Phi^n}{(1-m_1^2\Phi^2)(1-m_2^2\Phi^2)\ldots(1-m^2_{\frac{n}{2}-2}\Phi^2)(1-\beta^{-2}\Phi^2)(1-\beta^2\Phi^2)} \tag{35b}$$

n az összes csillapításpólus száma, egyben K, s az üzemi paraméteres szűrő fokszáma. n mindig páros szám.

Ha (35)-be Φ (13) alakját visszahelyettesítjük, megkapjuk a keresett karakterisztikus függvényt p-ben kifejezve. Szimmetrikus esetben:

$$K_{szim}=\pm j\varepsilon\frac{1+m_n^{(2)}\dfrac{\beta^2+p^2}{1+\beta^2p^2}+m_n^{(4)}\left(\dfrac{\beta^2+p^2}{1+\beta^2p^2}\right)^2+\ldots+m_n^{(n)}\left(\dfrac{\beta^2+p^2}{1+\beta^2p^2}\right)^{\frac{n}{2}}}{\left(1-m_1^2\dfrac{\beta^2+p^2}{1+\beta^2p^2}\right)\left(1-m_2^2\dfrac{\beta^2+p^2}{1+\beta^2p^2}\right)\ldots\left(1-m^2_{\frac{n}{2}-1}\dfrac{\beta^2+p^2}{1+\beta^2p^2}\right)\sqrt{1-\beta^{-2}\dfrac{\beta^2+p^2}{1+\beta^2p^2}}\sqrt{1-\beta^2\dfrac{\beta^2+p^2}{1+\beta^2p^2}}} \tag{36}$$

$(1+\beta^2p^2)^{\frac{n}{2}}$-vel bővítve a törtet, továbbá összevonásokat és kiemeléseket végezve, (36)-ból kapjuk:

$$K_{szim}=\pm k_0\frac{(1+\beta^2p^2)^{\frac{n}{2}}+m_n^{(2)}(\beta^2+p^2)(1+\beta^2p^2)^{\frac{n}{2}-1}+\ldots+m_n^{(n-2)}(\beta^2+p^2)^{\frac{n}{2}-1}(1+\beta^2p^2)+m_n^{(n)}(\beta^2+p^2)^{\frac{n}{2}}}{p(p^2+b_1^2)(p^2+b_2^2)\ldots\left(p^2+b^2_{\frac{n}{2}-u}\right)} \tag{37a}$$

ahol

$$k_0=\left|\varepsilon\frac{\beta}{(\beta^4-1)^{u}}\frac{1}{(\beta^2-m_1^2)(\beta^2-m_2^2)\ldots\left(\beta^2-m^2_{\frac{n}{2}-u}\right)}\right|, \tag{38a}$$

a b_i pólusfrekvenciák pedig:

$$b_i=\sqrt{\frac{1-m_i^2\beta^2}{\beta^2-m_i^2}}. \tag{39}$$

A végtelen frekvencián felvett pólusok száma 2u—1 (u=1, 2...), a zérus frekvencián felvett pólusok száma bármilyen páratlan szám lehet. (Ha a zérus frekvencián felvett pólusok száma 1-nél nagyobb páratlan szám, akkor további b_i-k válnak zérussá, s a nevezőben p helyett p^3, p^5... tényezők jelennek meg).

Hasonlóképpen kapjuk az antimetrikus esetben:

$$K_{antim}=\mp k_0\frac{(1+\beta^2p^2)^{\frac{n}{2}}+m_n^{(2)}(\beta^2+p^2)(1+\beta^2p^2)^{\frac{n}{2}-1}+\ldots+m_n^{(n-2)}(\beta^2+p^2)^{\frac{n}{2}-1}(1+\beta^2p^2)+m_n^{(n)}(\beta^2+p^2)^{\frac{n}{2}}}{p^2(p^2+b_1^2)(p^2+b_2^2)\ldots\left(p^2+b^2_{\frac{n}{2}-v}\right)} \tag{37b}$$

ahol

$$k_0=\left|\varepsilon\frac{\beta^2}{(\beta^4-1)^{v}}\frac{1}{(\beta^2-m_1^2)(\beta^2-m_2^2)\ldots\left(\beta^2-m^2_{\frac{n}{2}-v}\right)}\right|, \tag{38b}$$

a b_i pólusfrekvenciákra pedig itt is (39) érvényes. A végtelen frekvenciára felvett pólusok száma $2v-2$ (v=2, 3, 4...), a zérus frekvenciára felvett pólusok száma bármilyen páros szám lehet. (Ha a zérus frekvencián felvett pólusok szám 2-nél nagyobb páros szám, akkor további b_i-k válnak zérussá, s a nevezőben p^2 helyett p^4, p^6... tényezők jelennek meg).

Láthatjuk, hogy a két esetben adódott K(p) függvény alig különbözik egymástól. A (37) alakot azonban még mindig nem tekinthetjük véglegesnek; hiszen a számlálóban levő kifejezés rendkívül bonyolult. Nagyobb n esetén igen-igen hosszadalmas algebrai átalakításokat kellene végeznünk ahhoz, hogy K számlálóját a (6) szerinti továbbszámoláshoz szükséges p-polinom alakban kapjuk meg. Valószínűleg ez az oka annak, hogy hasonló esetekben más szerzők egészen más utat ajánlanak. Nevezetesen azt, hogy számítsuk ki K zérusait a (35) alakból kiindulva. Ehhez meg kell oldanunk egy n/2-ed fokú egyenletet, majd az eképpen Φ^2-re kapott gyökökből

$$p_i^2=\frac{\beta^2-\Phi_i^2}{1-\beta^2\Phi_i^2} \tag{40}$$

helyettesítéssel ki kell számítanunk K zérusait. Ezáltal K számlálóját $(p^2+p_1^2)(p^2+p_2^2)\ldots\left(p^2+p^2_{\frac{n}{2}}\right)$ szerinti gyöktényezős alakban kapjuk meg, s a szorzások elvégzése után áll majd elő K polinom alakú számlálója. A nevező kialakítása ugyanaz, mint fent.

Ez az út természetesen korrekt, járható.

Mi most egy másik lehetőséget adunk meg. Sikerült a (37) számlálójában levő bonyolult kifejezésre általános, explicit formulát, és viszonylag egyszerű sémát találnunk. Nem kell magas fokú egyenletet megoldanunk és K számlálóját rögtön polinom formájában kapjuk meg. Legyen tehát a K számlálójában levő kifejezés:

$$a_0(1+\beta^2p^2)^{\frac{n}{2}}+a_2(\beta^2+p^2)(1+\beta^2p^2)^{\frac{n}{2}-1}+\ldots+a_{n-2}(\beta^2+p^2)^{\frac{n}{2}-1}(1+\beta^2p^2)+a_n(\beta^2+p^2)^{\frac{n}{2}}=$$
$$=c_0+c_2p^2+c_4p^4+\ldots+c_np^n. \qquad (41)$$

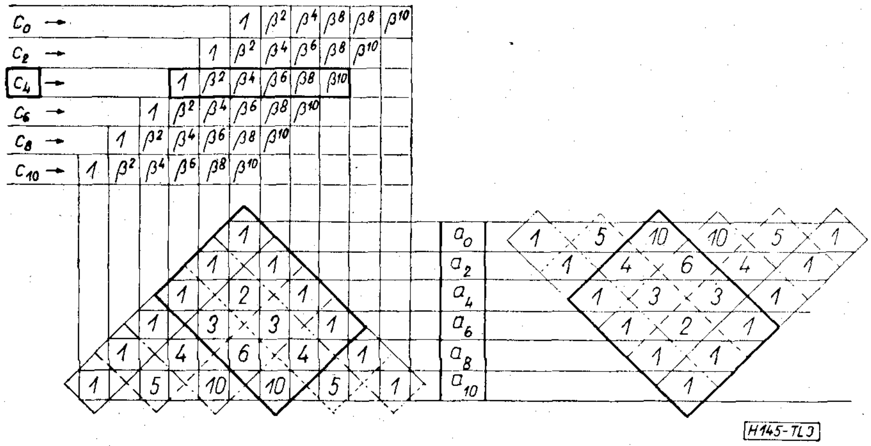
Az egyszerűség kedvéért új jelölést vezettünk be az elemi szimmetrikus formákra: $a_2=m_n^{(2)}$, $a_4=m_n^{(4)}$, ... és így tovább, valamint definíciószerűen $a_0=1$. Ekkor az egyes c_i együtthatókat a következő formulából számíthatjuk ki:

$$c_i=\sum_{k=0}^{n/2}\left[\sum_{l=0}^{M}\binom{\left|k-\frac{i}{2}\right|+2l}{l}\binom{\left|\frac{n}{2}-\frac{i}{2}-k\right|+2(M-l)}{M-l}a_{|2k-i|+4l}\right]\beta^{2k}, \qquad (42)$$

ahol

$$M=\min\left(k,\frac{n}{2}-k,\frac{i}{2},\frac{n}{2}-\frac{i}{2}\right).$$

A (42) képletet persze könnyű programozni. De igen érdekes, hogy a c_i mennyiségek milyen gördülékenyen adódnak ki az alábbi sémából, ha ismerjük a képzési szabályokat (3. ábra).



3. ábra. **A (42) képlet interpretálásához**

Két Pascal-háromszöget kell felrajzolnunk $n/2$-ig bezárólag, az egyiket fejjel lefelé. (A ábrában $n/2=5$). Képezzünk ki egy vízszintes és függőleges vonalakból álló hálórendszert, amely mindkét Pascal-háromszög elemeit magába foglalja. Írjuk be ebbe a hálórendszerbe az ábrán látható módon az a_j, β^{2k} és c_i együtthatókat is. Ezek után mindegyik c_i-hez rendeljünk hozzá az első és a második Pascal- háromszögben is egy ferdén álló téglalapot. Ezek az összetartozó téglalapok azonos állásúak, mindkettőnek két szomszédos oldala a Pascal-háromszög száraihoz simul. Az ábrában az összetartozást azonos vonalazással juttattuk kifejezésre. Hogy mely téglalapok tartoznak az egyes c_i-khez, azt az egyes téglalapok fölött elhelyezkedő β-k egyértelműen megadják. Mindegyik téglalapnak $n/2+1$ „oszlopa" van. Ezek csonka oszlopok, hiszen c_0 esetén csak egy (1-es) számból állnak, c_2 esetén legfeljebb 2, c_3 esetén legfeljebb 3 szám tartozhat egy oszlophoz, ... c_n esetén pedig ismét csak egy 1-es szám alkotja az oszlopokat.

Az oszlopokat — mint már az eddigiekből is kitűnhetett — az egyes β-sorokból kiinduló függőleges vonalak jelölik ki. Ezek után a c_i együtthatók a következőképpen képezhetők.

Csúsztassuk el gondolatban a jobb oldali Pascal-háromszöget bal felé addig, amíg az összetartozó téglalapok fedésbe nem kerülnek. Így mindegyik pozícióban 2 szám kerül egymás fölé: az eredeti és az elcsúsztatott Pascal-háromszög binomiális együtthatója. Szorozzuk össze a megfelelő téglalapban elhelyezkedő összes pozícióra vonatkozóan az egymás fölé került két binomiális együtthatót, a két binomiális együttható sorához tartozó a_j, és az oszlopához tartozó β^{2k} mennyiséget, s adjuk ezeket össze. A kapott összeg adja meg c_i-t. Célszerű a szorzatok képzésekor oszloponként (vagy soronként) haladni, így a kiemelhető β^{2k} (vagy a_j) kifejezések is rögtön kiadódnak.

Például a 3. ábrából, aholis $n=10$ volt, c_4 értéke a következőképpen számítható:

$$c_4=a_4+(4a_2+3a_6)\beta^2+(10a_0+6a_4+6a_8)\beta^4+(6a_2+6a_6+10a_{10})\beta^6+(3a_4+4a_8)\beta^8+a_6\beta^{10}.$$

Ellenőrizhetjük, hogy a (42) — és a (41) — kifejezés is ugyanezt az eredményt adja.

A (37) képletek (41) és (42)-vel kiegészítve megadják a keresett karakterisztikus függvényt.

Még K előjelének megválasztásáról kell néhány szót ejtenünk. Ehhez a következőket kell tudni:

— ha $K(p)$ páros részének előjelét megváltoztatjuk, ez a szűrő primér és szekunder oldalának felcserélésével ekvivalens,

— ha az egész $K(p)$ előjelét ellenkezőjére változtatjuk, akkor az eredeti hálózat duálját kapjuk,

— $K(p)$ páratlan részének előjelváltása megfelel a hálózat duálba fordításának és a két oldal felcserélésének.

Ebből következik, hogy az előjelválasztás úgyszólván tetszőleges. Legtöbbször azonban a két duál változat közül csak az egyik jó számunkra. Ha ragaszkodunk a duálok közül azokhoz, amelyekben kevesebb tekercs szerepel, úgy K előjelét pozitívnak kell venni akkor, ha sönt ággal kezdődik a kapcsolás, negatívnak, ha soros ággal.

Összefoglalás

Mégegyszer, igen röviden, a 2. táblázat kapcsán összefoglaljuk a karakterisztikus függvény meghatározásának fő lépéseit.

A tervezést β és ε meghatározásával kezdjük (1., 2. lépés). Ezután a záró tartománybeli követelményeket a_0-ra számítjuk át. Felvesszük a pólusokat a γ-síkon, Rumpelt-táblázat segítségével úgy, hogy az előírások teljesüljenek. Közben ügyeljünk a 3. pontban leírt feltételek betartására (A, B, C feltétel). A póluselrendezés befejezésekor a modulusok rendelkezésünkre állnak (3. lépés). A modulusokból kiszámítjuk azok páros rendű elemi szimmetrikus formáit is, amelyeket utóbb $a_0(=1)$, a_2, a_4,... a_n-el jelöltünk (4. lépés). Eddig tehát 4 mennyiségcsoport áll rendelkezésünkre: β, e, a modulusok és az a_i elemi szimmetrikus formák. Ezek ismeretében a $K(p)$ karakterisztikus függvény számítható. A számítást a (37), (38), (39), (41), (42) képletek (ill. a Pascal-háromszöges séma) alapján végezzük, amelyeket a 2. táblázat 5. oszlopában gyűjtöttünk össze.

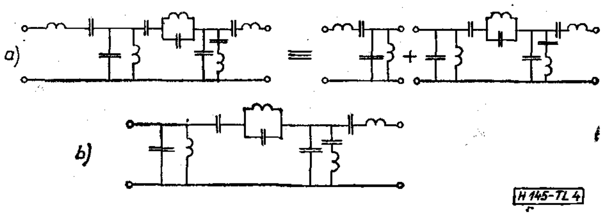
4. A szűrő felépítésének meghatározása

Mint már többször említettük, ebben a cikkben csupán minimális tekercsszámú létrahálózatokkal foglalkozunk. Ilyen megszorítások mellett egy adott $K(p)$, $\Gamma(p)$ pároshoz tartozó kapcsolás meghatározása majdnem teljesen egyértelmű. Ebben a fejezetben a helyes felépítés megadására vonatkozóan kívánunk általános útmutatást nyújtani.

1. Azok számára, akik az általános hullámparaméteres sávszűrő-méretezést [20, 21] jól ismerik, ezt a kérdést igen egyszerűen el lehet intézni. Lényegében nem kell mást tenni, mint a 3. fejezet 3. pontjában megjeleníthető, összesen n pólusú, képzeletbeli referens hullámszűrő kapacsolási rajzát kijelölni (de sohasem az elemértékeket kiszámítani!) úgy, ahogy azt a hullámparaméteres méretezéskor szoktuk. Ebből a kapcsolásból egy 0-án és egy ∞ frekvencián hullámpólust adó részt elhagyva, megkapjuk a keresett üzemi paraméteres szűrő kapcsolását. Pl. ha összesen 4 pár pólust vettünk fel, ebből 1—1 párat 0 és ∞ frekvenciára, azaz a karakterisztikus függvény

$$K=k_0\frac{c_8p^8+c_6p^6+\ldots+c_0}{p^2(p^2+b_1^2)(p^2+b_2^2)} \tag{43}$$

alakú, akkor a referens hullámszűrő a 4a ábra szerinti. Ebből elhagyva az elején levő L-tagot, amelynek 1—1 hullámpólusa van 0 és ∞ frekvencián,



4. ábra

megkapjuk az üzemi paraméteres szűrő kapcsolását (4b ábra).

Itt is ügyelni kell azonban annak a buktatónak az elkerülésére, amelyről a 3. pontban lesz szó.

Általános tételek

2. Kétségtelen, hogy a feladatnak a referens hullámszűrőktől független, önálló megoldása kevésbé elvont, de nehezebben megfogalmazható. Két alapvető törvényt kell itt figyelembe venni.

2.1 Könnyen bizonyítható, hogy a 2. ábrán levő hálózat saját frekvenciáit $\Gamma(p)$ zérusai adják. Így a hálózat fokszáma, amely megegyezik $\Gamma(p)$ ($\Gamma(p)$ számlálója) fokszámával, egyben azonos a sajátfrekvenciák számával. Viszont egy, a hálózatelméletből ismert törvény kimondja, hogy egy RLC hálózat sajátfrekvenciáinak számát megkapjuk, ha a reaktanciák számának összegéből kivonjuk a független, reaktáns egynemű hurkok és vágatok összegét [10, 22].

Röviden: egynemű huroknak, ill. vágatnak nevezzük az olyan hurkot, ill. vágatot, amelynek éleit csupa azonos fajtájú impedancia alkotja. Eképpen beszélhetünk ellenállás-, induktív és kapacitív hurokról, illetőleg ellenállás-, induktív és kapacitív vágatról. Az egymástól független vágatok sokszor mind csúcsvágatnak vehetők fel. Pl. az 5. ábrán levő RLC hálózatban a D csomópont körül kapacitív csúcsvágat van, az E csomóponthoz induktív és kapacitív vágat is tartozik, az ABF pontok között egy ellenálláshurok és egy kapacitív hurok feszül, a BCF pontok között pedig egy induktív és egy kapacitív hurok. A hálózat sajátfrekvenciáinak száma: $(7+10)-(1+2+1+2)=11$.

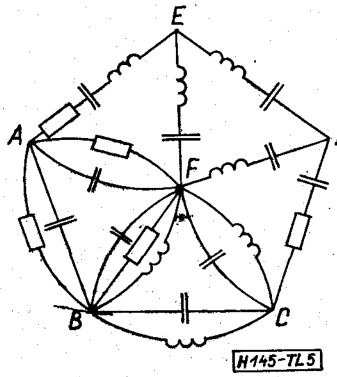
Ugyanez érvényes természetesen sávszűrőre, amelynek fokszámát tehát a következő képlet adja:

$$n=n_L+n_C-(v_L+v_C+h_L+h_C) \tag{44}$$

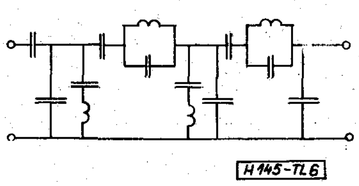
A karakterisztikus függvény meghatározásának lépései — 2. táblázat

1	2	3	4	5
β	ε	m_1, m_1, m_2, m_2, m_3, m_3, . . . β^{-1}, $\underbrace{\beta \, . \, . \, . \, \beta}$ összesen $(2u-1)$ db, $u=1, 2, 3 \ldots$ összesen n db modulus	$a_0=1$ $a_2=m_n^{(2)}$ $a_4=m_n^{(4)}$ . . . . $a_{n-2}=m_n^{(n-2)}$ $a_n=m_n^{(n)}$	$K_{\text{szim}}=\pm k_0 \dfrac{c_n p^n+c_{n-2}p^{n-2}+\ldots+c_4p^4+c_2p^2+c_0}{p(p^2+b_1^2)(p^2+b_2^2)\ldots\left(p^2+b_{\frac{n}{2}-u}^2\right)}$ $k_0=\left\lvert \varepsilon \dfrac{\beta}{(\beta^4-1)^u} \dfrac{1}{(\beta^2-m_1^2)(\beta^2-m_2^2)\ldots\left(\beta^2-m_{\frac{n}{2}-u}^2\right)}\right\rvert$
		— vagy — m_1, m_1, m_2, m_2, . . . β^{-1}, β^{-1}, $\underbrace{\beta \, . \, . \, . \, \beta}$ összesen $(2v-2)$ db, $v=2, 3, 4 \ldots$ összesen n db modulus		$K_{\text{antim}}=\pm k_0 \dfrac{c_n p^n+c_{n-2}p^{n-2}+\ldots+c_4p^4+c_2p^2+c_0}{p^2(p^2+b_1^2)(p^2+b_2^2)\ldots\left(p^2+b_{\frac{n}{2}-v}^2\right)}$ $k_0=\left\lvert \varepsilon \dfrac{\beta^2}{(\beta^4-1)^v} \dfrac{1}{(\beta^2-m_1^2)(\beta^2-m_2^2)\ldots\left(\beta^2-m_{\frac{n}{2}-v}^2\right)}\right\rvert$
				$b_i=\sqrt{\dfrac{1-m_i^2\beta^2}{\beta^2-m_i^2}}$ $c_i=\sum_{k=0}^{n/2}\left[\sum_{l=0}^{M}\binom{\left\lvert k-\frac{i}{2}\right\rvert+2l}{l}\binom{\left\lvert\frac{n}{2}-\frac{i}{2}-k\right\rvert+2(M-l)}{M-l}a_{\lvert 2k-i\rvert+4l}\right]\beta^{2k}$ $M=\min\left(k, \frac{n}{2}-k, \frac{i}{2}, \frac{n}{2}-\frac{i}{2}\right)$

n_L a tekercsek, n_C a kondenzátorok száma, v_L és v_C az induktív, ill. kapacitív vágatok száma, h_L és h_C pedig az induktív, ill. kapacitív hurkok száma. Például a 4*b* ábrán látható, (43) szerinti $K(p)$ függvénnyel rendelkező (a $\Gamma(p)$ függvény ugyanilyen alakú, csak a számlálóban az együtthatók mások)



5. *ábra*



6. *ábra.* Paraméteres szűrő

sávszűrő fokszáma 4+6−(0+1+0+1), ami valóban 8.

2.2 Másodsorban arra az ismert tényre kell utalnunk, hogy egy létrakapcsolásban az üzemi csillapítás pólusokat a hosszági impedanciák szakadásai és a keresztági impedanciák rövidzárjai hozzák létre.

Véges frekvencián levő csillapításpólusok esetén ez gyakorlatilag annyit jelent, hogy minden póluspárhoz tartozik egy parallel rezgőkör a hosszanti ágban, vagy egy soros rezgőkör a keresztágban. Cikcakk megvalósítás esetén az előbbi csak a felső, az utóbbi csak az alsó záró tartományban adhat csillapításpólust.

Zérus és végtelen frekvencián kicsit más a helyzet. Cikcakk alapkapcsolás esetén (6. ábra) mindegyik hosszágban van soros kondenzátor, amelyik 0 frekvencián szakadást jelent. Ugyancsak mindegyik keresztágban van sönt kondenzátor, amely végtelen frekvencián jelent rövidzárt. Ezek a töltelék kondenzátorok azonban együttesen is csupán egyetlen pólust jelentenek 0 és ∞ frekvencián. Így pl. a 6. ábrán látható szűrőnek mindössze 1 pólusa van ∞, 1 zérus frekvencián, továbbá 4 pár pólusa a végesben, ami összesen 10 pólus; vagyis a szűrő tizedfokú. Meggyőződhetünk róla, hogy ugyanez a fokszám adódik a (44) képletből is. A szűrő üzemi átviteli tényezőjének alakja:

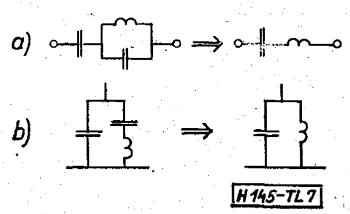
$$\Gamma(p)=k_0\frac{d_{10}p^{10}+d_9p^9+\ldots+d_2p^2+d_1p+d_0}{p(p^2+b_1^2)(p^2+b_2^2)(p^2+b_3^2)(p^2+b_4^2)} \qquad (45)$$

Ha több pólust akarunk létrehozni 0-án vagy ∞-en, akkor a 7. ábrán látható, elfajult hosszági, ill. keresztági impedanciákkal kell operálnunk. Egy ilyen impedancia 2 pólust jelent ∞, ill. 0 frekvencián, ha a szűrő belsejében van, de csak egyet, ha a szűrő valamelyik végén van. Így például a 4*b* ábrán látható szűrő végein levő parallel, ill. soros rezgőkör 1−1 pólust ad 0 és végtelen frekvencián, a „töltelék" kondenzátorok további 1−1-et, így a végeredmény: 2 pólus ∞-ben, 2 pólus 0-án, valamint 2 póluspár a végesben. A szűrő 8-adfokú, $K(p)$ és $\Gamma(p)$ függvénye (43) alakú, amely eredmény teljesen megegyezik az ugyanerre a szűrőre a 2.1 pontban más úton kapott eredménnyel.

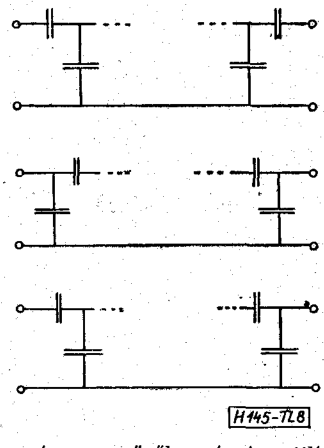
Úgy gondoljuk, az elmondottak alapján egy adott $\Gamma(p)$ függvényhez tartozó kapcsolás cikcakk formában való felrajzolása nem okoz különösebb nehézséget az olvasó számára. A cikkünkben tárgyalt szűrők esetén azonban van egy korlátozás.

Hagyományos szűrő — paraméteres szűrő
Minimális tekercsszám

3. Ez a korlát pedig abban nyilvánul meg, hogy pl. a 6. ábrán mutatott kapcsolásban a cikkünkben tárgyalt, hagyományos szűrők nem realizálhatók. Általában: a tárgyalt szűrők nem realizálhatók olyan



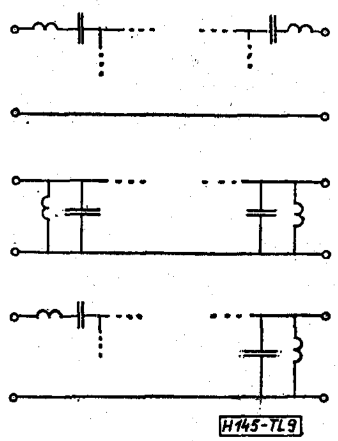
7. *ábra.* A csillapításpólus végtelen, ill. zérus frekvenciára tolódik



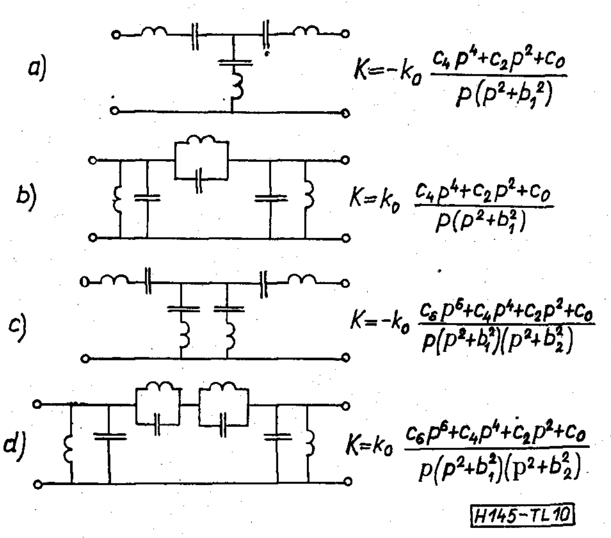
8. *ábra.* Hagyományos szűrők számára tiltott végződések

kapcsolásban, amelyek végződései a 8. ábra szerintiek.

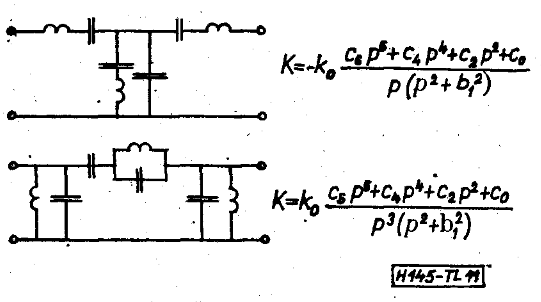
Ezt az állítást könnyű bizonyítani. A (3) képletet alkalmazva a 8. ábra szerint végződő szűrőkre, azt kapjuk, hogy r_1 és r_2 −1-hez tart $p=0$-nál és +1-hez tart $p\to\infty$ esetén. $r_i(p)$ $(i=1,\ 2)$ folytonos függvény



9. ábra. Hagyományos szűrők számára megengedett végződések



10. ábra



11. ábra

lévén ebből az következik, hogy $r_1(p)$ és $r_2(p)$-nek kell lennie legalább egy zérusának a pozitív reális p-tengelyen. Mivel azonban $r_1(p)$ zérusai egyben $K(p)$ zérusai is és fordítva (2), $K(p)$-nek is kell legalább egy zérust tartalmaznia a reális p-tengelyen. Az ilyen szűrőt hívják szabad paraméterű, vagy röviden paraméteres szűrőnek [6, 7]. Másrészt tudjuk, hogy az általunk tárgyalt, hagyományos szűrőknél $K(p)$ minden zérusa a képzetes tengelyre esik (8), (9), s ezzel állításunkat igazoltuk.

Némi meggondolással a (44) összefüggésből levezethető az is, hogy paraméteres szűrővel elérhető az elméletileg lehetséges legkisebb tekercsszám, amely

$$n_{L\,\text{par.}} \geqq \frac{n}{2}-1. \tag{46}$$

Hagyományos esetben éppen ezt az előnyt veszítjük el, amikor is a tekercsek minimális száma

$$n_{L\,\text{hagy.}} \geqq \frac{n}{2}. \tag{47}$$

Mi a teendő tehát akkor, ha csupán a fentebb leírt szabályokat tekintve, a 8. ábra tilalmaiba ütközünk.

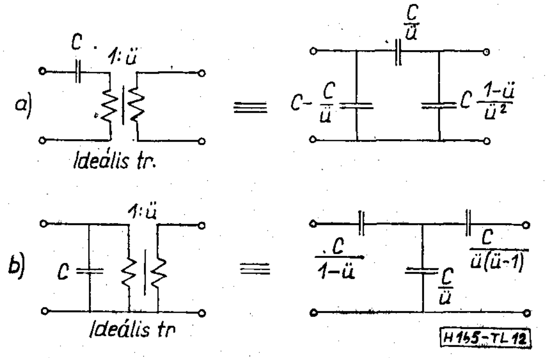
Antimetrikus szűrők esetén ez ritkán fordul elő, hiszen ott legalább 2 pólus lévén 0-án és ∞-ben, szükségünk van egy soros rezgőkörre a hosszágban és egy parallel rezgőkörre a keresztágban. Ezeket a szűrő végeire tehetjük (9. ábra). Ez történt pl. a 4*b* ábra esetében.

Szimmetrikus szűrőknél, abban az esetben, ha csupán 1—1 csillapításpólusunk van 0-án és ∞-en, előjönnek a 10. ábrán látható, egyenlő reaktanciaszámú kapcsolások, illetve ezek láncbafűzései. A kapcsolások mellett a $K(p)$ karakterisztikus függvény alakját is feltüntettük.

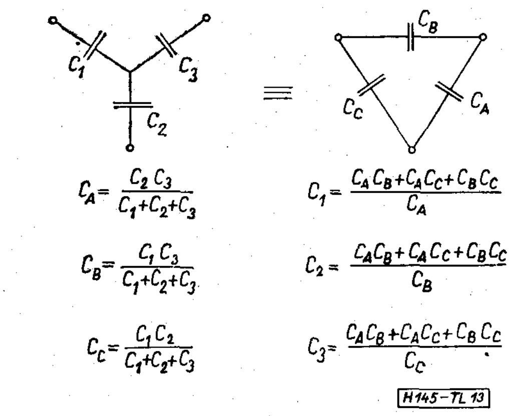
E kapcsolásokat elkerülendő nem kell mást tenni, mint még egy-egy pólust felvenni 0 és ∞ frekvenciára, miáltal sávszűrőnk antimetrikusba fordul, vagy, ha ez nem megengedett, akkor legalább az egyik extrém frekvenciára legalább 3 pólust felvenni. Mindkét esetben szabályos és megengedett cikcakk kapcsoláshoz jutunk. Az utóbbi esetre találunk példát a 11. ábrán. Összehasonlítva a 10*a* és 10*b* ábrával, láthatjuk, hogy ez esetben egyetlen kondenzátortöbblet árán 2-vel magasabb fokszámú, gazdaságosabb szűrőhöz jutottunk.

Eltérő lezáró ellenállások. Egyéb átalakítások

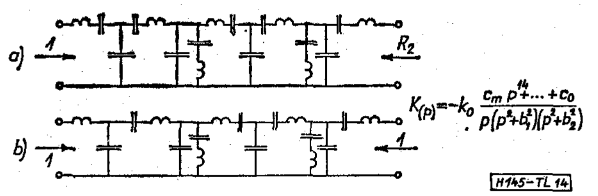
4. A (6) képletek alapján elvileg bármilyen lezáró ellenállások közé tervezhetünk sávszűrőt. Mégis előfordul, hogy a felvett kapcsoláshoz csak egyetlen meghatározott lezáró ellenállás-pár tartozhat, nem pedig olyan, amilyenre szükségünk van. Ez legkésőbb akkor derül ki, ha két oldalról elindulva a le-



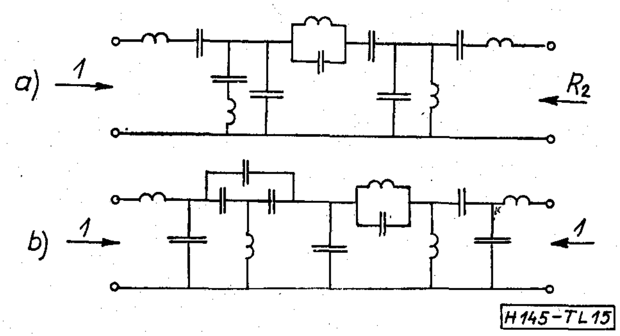
12. ábra. Kapacitív transzformációk



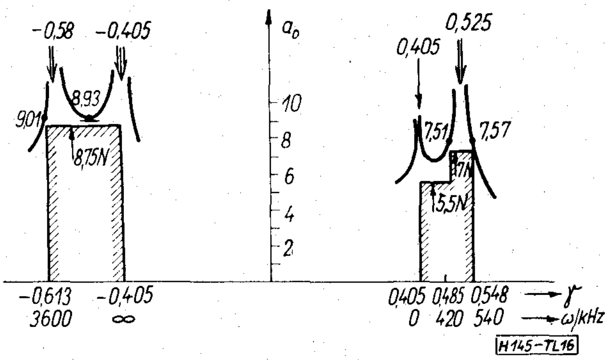
13. ábra



14. ábra



15. ábra



16. ábra

fejtésnél, a találkozáskor nem azonos elemérték adódik. Ilyenkor nyugodtan kiszámolhatjuk az elemeket arra a lezáró ellenállásra, amelyet a kapcsolás kíván. A nekünk szükséges lezáró ellenállásokhoz legtöbbször utólag is módosíthatjuk a kapcsolást vagy egy söntági tekercs autotranszformátorrá alakításával, vagy pedig a 12*a* vagy 12*b* ábrán látható kapacitív transzformációval.

A fordított eset szintén előfordulhat. Az, hogy a felvett kapcsolás elemei előre rögzített lezáró-ellenállások esetén sem mind meghatározottak. Redundáns kondenzátorok lehetnek a kapcsolásban, amelyeket ha nem tudunk vagy nem akarunk előre kiszűrni, utólag is eltávolíthatunk az említett kapacitív transzformációk, csillag-delta átalakítások (13. ábra) és összevonások megfelelő alkalmazásával. Ilyenkor a redundáns kondenzátorok értékei bizonyos határon belül tetszés szerint vehetők fel. Erre az esetre mutat példát a 14. ábra. A 14*a* ábrán levő kapcsolásból a redundáns kondenzátorok eltávolítása után a 14*b*-t nyertük.

A tárgyalt átalakításokat kedvezőbb elemértékek elérése céljából is alkalmazhatjuk. Gyakran megesik, hogy egy-egy ilyen átalakítás-sorozat végeztével annyira eltérő kapcsolást kapunk, hogy az eredetit alig ismerjük fel. Pl. a 15*a* ábrán levő szabályos cikcakk kapcsolásból a kisebb tekercs- és kondenzátorértékek elérése céljából végrehajtott transzformációk után a 15*b* ábrán látható kapcsolást kaptuk. Egyúttal az eredetileg $R_2 \neq 1$-re adódott lezáró ellenállást is a kívánt 1-re változtattuk.

5. Példa

A tervezendő sávszűrő előírásai legyenek a következők.

Áteresztő tartomány: 1—2,25 kHz, ahol a relexiós csillapítás legyen $a_r \geqq 2{,}3$ N.

A záró tartományban az üzemi csillapítás-előírások:

0—420 Hz között:	$a > 2{,}5$ N,
420—540 Hz között:	$a > 4$ N,
3,6 kHz fölött:	$a > 5{,}75$ N.

Lezáró ellenállás mindkét oldalon: 2,4 kΩ.

1. A tervezést normálással és β felvételével kezdjük. Az előző fejezet 1. pontjában leírtak szerint

$$\sqrt{1\ \text{kHz}\cdot 2{,}25\ \text{kHz}} = 1{,}5\ \text{kHz} = 1, \tag{48}$$

$$\beta = \frac{2{,}25\ \text{kHz}}{1{,}5\ \text{kHz}} = 1{,}5. \tag{49}$$

2. ε értékét (28)-ból határozhatjuk meg, de az 1. táblázatban is megtaláljuk:

$$\varepsilon = 0{,}10 \tag{50}$$

3. (10) és (28)-ból látható, hogy az a_0-ra vonatkozó követelmények $2{,}3+0{,}7=3$ N-rel nagyobbak az a üzemi csillapításra megadottaknál. A γ és ω közötti összefüggés (30) alapján:

$$\gamma = \frac{1}{2}\ln\frac{2{,}25-\omega^2}{1-2{,}25\,\omega^2} \tag{51}$$

Néhány fontosabb frekvencia γ-ban kifejezett értéke:

ω/kHz	ω	γ
0	0	0,405
0,42	0,28	0,485
0,54	0,36	0,548
3,6	2,4	−0,613
∞	∞	−0,405

Ezekkel az adatokkal az a_0-ra vonatkozó toleranciadiagram a γ-skálán megrajzolható. Ez látható a 16. ábrán. Ezután póluselrendezést végzünk a 3. fejezet 3. pontjában levő szabályok figyelembevételével. Rövid próbálgatás után az ugyancsak a 16. ábrán levő végeredményhez jutottunk. Látható, hogy a csillapítás-előírások mindenütt teljesülnek.

Hogy elkerüljük a 10. ábrán látható struktúrákat, végtelen frekvencián 3 pólust vettünk fel. 1 pólus van 0-án, további 1—1 pár a végesben, összesen tehát 8 pólus. Szűrőnk 8-adfokú ($n=8$), szimmetrikus lesz.

A modulusok:

$$m_1 = e^{-0{,}525} = 0{,}592 \qquad \text{(2-szer)}$$
$$m_2 = e^{0{,}58} = 1{,}786 \qquad \text{(2-szer)}$$
$$e^{-0{,}405} = 1{,}5^{-1} = \beta^{-1} \qquad \text{(1-szer)}$$
$$e^{0{,}405} = 1{,}5 = \beta \qquad \text{(3-szor; } u=2)$$

4. A fenti 8 modulus elemi szimmetrikus formáit két lépésben számítjuk ki. Foglaljuk egy csoportba az első négy modulust, egy másik csoportba a második négyet. Először kiszámítjuk e két csoport elemi szimmetrikus formáit külön-külön:

$$e_1 = 2(m_1+m_2) = 4{,}756$$
$$e_2 = m_1^2 + m_2^2 + 4m_1m_2 = 7{,}769\,508$$
$$e_3 = 2m_1m_2(m_1+m_2) = 5{,}0285759$$
$$e_4 = m_1^2m_2^2 = 1{,}11790867$$

$$f_1 = \beta^{-1} + 3\beta = 5{,}1666667$$
$$f_2 = 3 + 3\beta^2 = 9{,}75$$
$$f_3 = 3\beta + \beta^3 = 7{,}875$$
$$f_4 = \beta^2 = 2{,}25$$

Ebből a 8 elemre vonatkozó szimmetrikus formák:

$$a_0 = 1$$
$$a_2 = f_2 + e_1f_1 + e_2 = 42{,}092175$$
$$a_4 = f_1 + e_1f_3 + e_2f_2 + e_3f_1 + e_4 = 142{,}555087$$
$$a_6 = e_2f_4 + e_3f_3 + e_4f_2 = 67{,}981038$$
$$a_8 = e_4f_4 = 2{,}5152945$$

5. Ezután a karakterisztikus függvény már kiszámítható. A szükséges formulákat a 2. táblázatban is megtaláljuk.

A pólusfrékvenciák (39) és a konstans (38a):

$$b_1^2 = 0{,}111319817; \qquad b_1 = 0{,}33364625 = 500{,}5 \text{ Hz} \tag{52a}$$

$$b_2^2 = 6{,}5727466; \qquad b_2 = 2{,}5637369 = 3846 \text{ Hz}, \tag{52b}$$

$$k_0 = 0{,}10\frac{1{,}5}{(5{,}0625-1)^2}\cdot\frac{1}{1{,}899536\cdot 0{,}939796} =$$
$$= 0{,}0050912379$$

A c_i együtthatók (42):

$$c_0 = a_0 + a_2\beta^2 + a_4\beta^4 + a_6\beta^6 + a_8\beta^8 = 1656{,}20328$$
$$c_2 = a_2 + (4a_0 + 2a_4)\beta^2 + (3a_2 + 3a_6)\beta^4 + (2a_4 + 4a_8)\beta^6 + a_6\beta^8 = 7468{,}7928$$
$$c_4 = a_4 + (3a_2 + 3a_6)\beta^2 + (6a_0 + 4a_4 + 6a_8)\beta^4 + (3a_2 + 3a_6)\beta^6 + a_4\beta^8 = 11\,294{,}0059$$
$$c_6 = a_6 + (2a_4 + 4a_8)\beta^2 + (3a_2 + 3a_6)\beta^4 + (4a_0 + 2a_4)\beta^6 + a_2\beta^8 = 6775{,}7755$$
$$c_8 = a_8 + a_6\beta^2 + a_4\beta^4 + a_2\beta^6 + a_0\beta^8 = 1382{,}24285$$

A c_8 együtthatót kiemelve és belevonva a tört előtt álló konstansba, a kapott karakterisztikus függvény:

$$K = -7{,}0373272\frac{p^8 + 4{,}9020153p^6 + 8{,}1707827p^4 + 5{,}4033868p^2 + 1{,}19819993}{p(p^2 + 0{,}111319817)(p^2 + 6{,}5727466)} \tag{53}$$

6. A következő lépésben meg kell határoznunk a $\Gamma_{(p)}$ üzemi átviteli tényezőt. Γ-t a Feldtkeller-egyenlőségből számítjuk ki (5):

$$\Gamma(p)\Gamma(-p) = 1 + K(p)K(-p) = -\frac{49{,}523974}{p^2(p^2 + 0{,}111319817)^2(p^2 + 6{,}5727466)^2}(p^{16} + 9{,}8040306p^{14} + 40{,}371319p^{12} +$$
$$+ 90{,}893184p^{10} + 121{,}863126p^8 + 99{,}115316p^6 + 48{,}579548p^4 + 12{,}937865p^2 + 1{,}43568307)$$

A számlálóban levő egyenletet megoldva, p^2-re vonatkozóan a következő gyököket kapjuk. A gyökök konjugált komplex párokban fordulnak elő, amelyet tömören, $\pm$ jelöléssel juttatunk kifejezésre:

$$\begin{aligned} -1{,}49818592 &\pm j\,0{,}90928154 = -\alpha_1 \pm j\beta_1 \\ -0{,}54263794 &\pm j\,0{,}48615505 = -\alpha_2 \pm j\beta_2 \\ -2{,}5057752 &\pm j\,0{,}42773524 = -\alpha_3 \pm j\beta_3 \\ -0{,}35541620 &\pm j\,0{,}099805312 = -\alpha_4 \pm j\beta_4 \end{aligned} \tag{54}$$

A balfélsíkban levő gyökökhöz tartozó gyöktényezőket anélkül is megkaphatjuk, hogy magukat a p-re vonatkozó gyököket kiszámítanánk. Továbbra is p^2-ben gondolkodva, egy gyöktényező

$$p^2 - (-\alpha_i + j\beta_i)$$

alakú, amelyhez hozzávéve a konjugált gyökhöz tartozó tényezőt, a

$$[p^2-(-\alpha_i+j\beta_i)][p^2-(-\alpha_i-j\beta_i)]=p^4+2\alpha_i p^2+\alpha_i^2+\beta_i^2 \qquad (55)$$

kifejezést nyerjük. Ezáltal $\Gamma(p)\cdot\Gamma(-p)$ felírható a következő alakban:

$$\Gamma(p)\cdot\Gamma(-p)=-49{,}523974\frac{\prod_{i=1}^{4}(p^4+2\alpha_i p^2+\alpha_i^2+\beta_i^2)}{p^2(p^2+b_1^2)^2(p^2+b_2^2)^2} \qquad (56)$$

Az (55) egyenlőség jobb oldalán álló kifejezést bontsuk fel az alábbi két, konjugált tényezőre:

$$p^4+2\alpha_i p^2+\alpha_i^2+\beta_i^2=(p^2+A_ip+B_i)(p^2-A_ip+B_i), \qquad (57a)$$

ahol

$$B_i=\sqrt{\alpha_i^2+\beta_i^2} \qquad (57b)$$

$$A_i=\sqrt{2(B_i-\alpha_i)} \qquad (57c)$$

(55) alapján könnyű belátni, hogy (57a)-ban a negatív valós részű gyök a $(p^2+A_ip+B_i)$ tényezőben rejtőzik, ennek kell tehát a $\Gamma(p)$-részbe kerülni. (56)-ot szétválasztva így a

$$\Gamma(p)=7{,}0373272\frac{\prod_{i=1}^{4}(p^2+A_ip+B_i)}{p(p^2+b_1^2)(p^2+b_2^2)} \qquad (58)$$

kifejezést kapjuk. Az A_i és B_i együtthatók (57) alapján közvetlenül (54)-ből számíthatók:

$A_1=0{,}71322081 \quad B_1=1{,}75252788$
$A_2=0{,}60979359 \quad B_2=0{,}72856205$
$A_3=0{,}2692397 \quad B_3=2{,}5420202$
$A_4=0{,}16581566 \quad B_4=0{,}36916362$

Végül az (58) számlálójában kijelölt szorzásokat is elvégezve:

$$\Gamma(p)=\frac{7{,}0373272}{p(p^2+0{,}111319817)(p^2+6{,}5727466)}(p^8+1{,}7580698p^7+6{,}4474199p^6+7{,}2884338p^5+12{,}214622p^4+$$
$$+8{,}0107427p^3+7{,}3378686p^2+2{,}1555988p+1{,}1982002) \qquad (59)$$

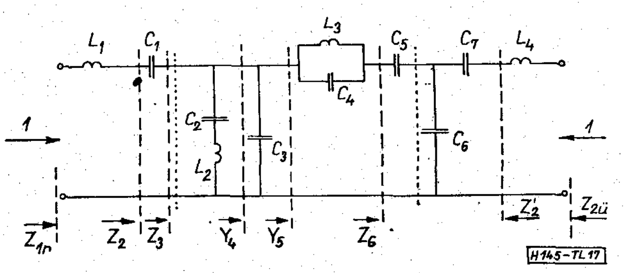
7. Az elemértékek kiszámításához a primér oldalról vett rövidzárási és a szekunder oldalról vett üresjárási impedanciát fogjuk felhasználni. Γ (59) és K (53) ismeretében ezek a (6a) és (6d) képletek alapján számíthatók:

$$Z_{1r}=\frac{2p^8+11{,}3494352p^6+20{,}385405p^4+12{,}741255p^2+2{,}3964}{1{,}7580698p^7+7{,}2884338p^5+8{,}0107427p^3+2{,}1555988p} \qquad (60)$$

$$Z_{2ü}=\frac{1{,}7580698p^6+7{,}2884338p^4+8{,}0107427p^2+2{,}1555988}{1{,}5454046p^5+4{,}0438393p^3+1{,}9344818p} \qquad (61)$$

Az R_1 és R_2 lezáró ellenállásokat 1-nek vettük.

8. A 4. fejezetben leírtak alapján felrajzoljuk a szűrő várható felépítését. Ez a 17. ábrán látható.



17. ábra. (A jelölések az 5. fejezet 9. pontjához illeszkednek)

A 17. ábrában összesen 11 elem van. Az (59) kifejezésben ugyancsak 11 meghatározó paraméter (szám) szerepel: 9 együttható a számlálóban és 2 pólusfrekvencia-négyzet a nevezőben. Ez azt jelenti, hogy joggal választhatjuk mindkét lezáróellenállást 1-nek, valamint, hogy redundáns kondenzátorok sincsenek a kapcsolásban. Valamennyi elem értéke egyértelműen meghatározott.

9. A kapcsolási elemek értékeinek kiszámítását tömören, minden kommentár nélkül közöljük. A számításnál a 17. ábra jelölései a mérvadóak.

$$L_1=\left.\frac{Z_{1r}}{p}\right|_{p\to\infty}=1{,}13761126; \qquad (62)$$

$$Z_2=Z_{1r}-pL_1=\frac{3{,}0580308p^6+11{,}2722936p^4+10{,}2890219p^2+2{,}3964}{1{,}7580698p^7+7{,}2884338p^5+8{,}0107427p^3+2{,}1555988p};$$

$$C_1=\left.\frac{1}{pZ_2}\right|_{p^2=-0{,}111319817}=0{,}97493057; \qquad (63)$$

$$Z_3=Z_2-\frac{1}{pC_1}=\frac{1{,}25475391p^6+3{,}7964445p^4+2{,}0722904p^2+0{,}185371982}{1{,}7580698p^7+7{,}2884338p^5+8{,}0107427p^3+2{,}1555988p};$$

Z_3 reciprokát részlettörtekre bontva:

$$Y_3=\frac{1}{Z_3}=\frac{0{,}94226720^{-1}p}{p^2+0{,}111319817}+\frac{1{,}7580698p^5+5{,}7610930p^3+3{,}4886030p}{1{,}25475391p^4+3{,}6567655p^2+1{,}66521997}\equiv\frac{L_2^{-1}p}{p^2+b_1^2}+Y_4;$$

$$L_2=0,94226720; \qquad (64)$$

$$C_2=\frac{1}{b_1^2L_2}=9,5335236; \qquad (65)$$

$$C_3=\frac{Y_4}{p}\bigg|_{p^2=-6,5727466}=1,30580667 \qquad (66)$$

$$Y_5=Y_4-pC_3=\frac{0,119603770p^5+0,98606416p^3+1,31414763p}{1,25475391p^4+3,6567655p^2+1,66521997};$$

Y_5 reciprokát részlettörtekre bontva:

$$Z_5\equiv\frac{1}{Y_5}=\frac{0,12101872^{-1}p}{p^2+6,5727466}+\frac{0,26644591p^2+0,25335222}{0,119603770p^3+0,199938885p}\equiv\frac{C_4^{-1}p}{p^2+b_2^2}+Z_6$$

$$C_4=0,12101872; \qquad (67a)$$

$$L_3=\frac{1}{b_2^2C_4}=1,2571890; \qquad (68)$$

Z_6 nem elegendő a hátralevő 4 elem meghatározásához. De

$$\frac{C_5C_6}{C_5+C_6}=\frac{1}{pZ_6}\bigg|_{p\to\infty}=0,44888575, \qquad (69)$$

$$\frac{C_5(C_6+C_7)}{C_5+C_6+C_7}=\frac{1}{pZ_6}\bigg|_{p=0}=0,78917361 \qquad (70)$$

A másik oldalról, $Z_{2ü}$-ből kiindulva:

$$L_4=\frac{Z_{2ü}}{p}\bigg|_{p\to\infty}=1,13761134, \qquad (71)$$

ami megegyezik L_1-gyel (62). Ez nem meglepő, hiszen szűrőnk szimmetrikus.
Tovább menve:

$$Z_2'=Z_{2ü}-pL_4=\frac{2,6881164p^4+5,8100543p^2+2,1555988}{1,5454046p^5+4,0438393p^3+1,9344818p};$$

$$\frac{C_6C_7}{C_6+C_7}=\frac{1}{pZ_2'}\bigg|_{p^2=-6,5727466}=0,52584277. \qquad (72)$$

A (69), (70) és (72) egyenletekből álló egyenletrendszerből számítható C_5, C_6 és C_7 értéke:

$$C_5=1,1413435 \qquad (73)$$

$$C_6=0,73987595 \qquad (74)$$

$$C_7=1,81774814 \qquad (75)$$

Ezzel a kapcsolási elemeket meghatároztuk. Célszerű azonban a lefejtést a szekunder oldal felől is tovább folytatni azért, hogy a számjegykiesés mértékéről fogalmunk legyen. A fentiekhez hasonló módon eljutva a C_4 kondenzátorig

$$C_4=0,12102005 \qquad (67b)$$

adódik. Összevetve (67*a*)-val, láthatjuk, hogy csak a hatodik számjegyben van eltérés. Az 1. fejezetben adott ökölszabály tehát nem bizonyult rossznak.

10. A kapott relatív elemértékeket még be kell szoroznunk az egységnyi induktivitás, ill. kapacitásértékkel.
Mivel

$$\omega_e=2\pi\cdot1,5=9,424778\,\frac{\text{krad}}{\text{sec}}$$

és

$$R_e=2,4\ \text{k}\Omega,$$

$$L_e=\frac{R_e}{\omega_e}=254,65\ \text{mH}$$

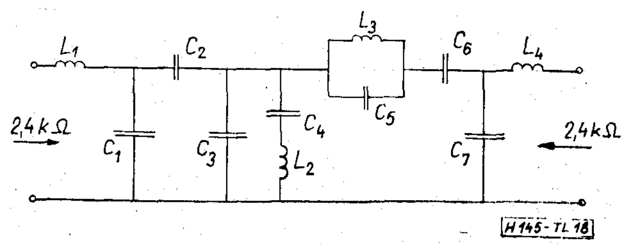
és

$$C_e=\frac{1}{\omega_eR_e}=44,2097\ \text{nF}.$$

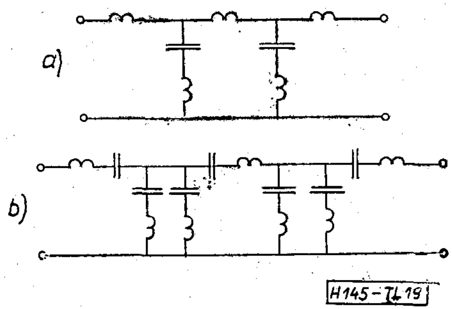
De máris látható, hogy igen nagy kondenzátorértékek jönnek ki. Kapacitív transzformációval segítünk ezen. A 17. ábrán pontozott vonallal megjelölt két helyre 1:1,407029 áttételű ideális transzformátort téve, a középső rész impedanciaszintjét feltranszformálva és a 12. ábra szerinti ekvivalenciákat felhasználva a 18. ábrán látható végeredményt kapjuk. A végleges elemértékek:

$L_1=L_4=289,7$ mH	$C_1=12,468$ nF
$L_2=475,0$ mH	$C_2=30,633$ nF
$L_3=633,8$ mH	$C_3=20,299$ nF
	$C_4=212,894$ nF
	$C_5=2,703$ nF
	$C_6=17,623$ nF
	$C_7=23,247$ nF

A példában kapott szűrőt érdemes összehasonlítani a frekvenciatranszformációval nyerhető megoldással. Ez utóbbi látható a 19*b* ábrán. Az *a* ábrarészen található üzemi paraméteres aluláteresztő szűrőből reaktanciatranszformációval kaptuk a 19*b* ábrán levő sávszűrőt. Ez a megoldás 7 tekercset és 7 konden-



18. ábra. A példa végeredménye. (A jelölések az 5. fejezet 10. pontjához illeszkednek)



19. ábra. A példa aluláteresztőből frekvencia-transzformációval nyerhető megoldása

zátort, összesen 14 elemet tartalmaz, szemben a 18. ábrán látható 4+7=11 elemmel. A cikkünkben tárgyalt módszerrel elért megtakarítás — amely itt 3 tekercset jelent — igen jelentős.

*

Ezúton is köszönetemet fejezem ki *dr. Géher Károly*nak, a műszaki tudományok kandidátusának, valamint *dr. Solymosi János*nak a dolgozat kéziratának elolvasásáért, értékes megjegyzéseikért.

IRODALOM

[1] *S. Darlington:* "Synthesis of reactance-four-poles which produce prescribed insertion loss characteristics". J. Math. Phys., vol. 30, pp. 257—353; Szeptember, 1939.

[2] *H. Piloty:* "Kanonische Kettenschaltungen für Reaktanzvierpole mit vorgeschriebenen Betriebseigenschaften". Telegr. Fernspr. Tech., vol. 29, Sept.—Nov., 1940.

[3] *R. Saal—E. Ulbrich:* "On the design of filters by synthesis" IRE Trans. Circuit Theory, vol. CT-5, pp. 284—327, December 1958.

[4] *T. Iedokoro, T. Tsuchiya, and H. Watanabe:* "A new calculation method for the design of filters by digital computer with the special consideratioh of the accuracy problem" 1963. IEEE Int. Conv. Rec., pt. 2, vol. 11, pp. 100—112.

[5] *J. A. C. Bingham:* "A new method of solving the accuracy problem in filter design" IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-11, pp. 327—341, Sept. 1964.

[6] *H. J. Orchard—G. C. Temes:* Filter Design Using Transformed Variables, IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-15, No. 4. december, 1968.

[7] *G. C. Temes:* "Filter design in transformed variables" a következő könyvben: F. F. Kuo and W. Magnuson: Computer Oriented Circuit Design; Eds. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1968.

[8] *G. Szentirmai:* "A filter synthesis program" a következő könyvben: F. F. Kuo and J. F. Kaiser: System Analysis by Digital Computer; Eds. New York, Wiley, 1966.

[9] *J. K. Skwirzynski:* "Design Theory and Data for Electrical Filters". London, England: Van Nostrand, 1965.

[10] *S. Seshu—M. B. Reed:* Linear Graphs and Electrical Networks. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1961.

[11] *C. Norek:* "Product method for the calculation of the effective loss LC filters", Proc. Belgrade Symp. on Network Theory, 1968, pp. 353—365.

[12] *J. K. Skwirzynski:* On Sysnthesis of Filters. IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-18. pp. 152—163. January, 1971.

[13] *J. P. Thiran and P. van Bastelaer:* An accuracy study of filter synthesis methods; IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-18, pp. 203—205, January, 1971.

[14] *G. Szentirmai:* Computer Aids in Filter Design: A Review. IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-18. pp. 35—40. January, 1971.

[15] *DeVerl S. Humpherys:* The Analysis, Design, and Synthesis of Electrical Filters. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J. 1970.

[16] *Géher K.:* Lineáris hálózatok, Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1968.

[17] *Hennyey Z.:* Lineáris áramkörök elmélete, Akadémiai Kiadó, Bp., 1958.

[18] *Radvány J.:* Veszteségek kiegyenlítése az üzemi paraméteres szűrőméretezésben. Híradástechnika XIII. évf. 1962. 6. sz. dec. 206—209. old.

[19] *Radvány J.:* Számítógép-program aluláteresztő és sávszűrő üzemi paraméteres méretezésére. Híradástechnika, XXI. évf. 3. sz. 1970. márc. 93—95. old.

[20] *Tarlacz L.:* A hullámparaméteres szűrőelmélet alapján méretezett sávszűrő L-tagok. Híradástechnika, XV. évf. 10. sz. 1964. okt. 296—305. old.

[21] *Tarlacz L.:* Sávszűrők tervezése. Híradástechnika, XVI. évf. 6. sz. 1965. jún. 174—185. old.

[22] *Trán T.:* Általános hálózatanalízis az állapotváltozók segítségével. Híradástechnika XX. évf. 1. sz. 1969. jan. 8—20. old.